# Evaluation sur Chapitre 2

# « Théorème de Gauss »

**Exercice1:**

Une sphère de centre O et de rayon R contient une charge uniformément répartie avec une densité volumique ρ.

1- Trouver l'expression du champ électrique E(r) en appliquant le théorème de GAUSS.
2- Déduire le potentiel électrique V (r).

**Exercice2:**

On considère une sphère de rayon R possédant une charge Q uniformément répartie sur sa surface avec une densité σ.

1- En appliquant le théorème de GAUSS calculer le champ électrique en tout point de l'espace.
2- En déduire le potentiel électrique en tout point de l'espace.

**Exercice 3 :**

Une sphère de centre O et de rayon R contient une charge uniformément répartie avec une densité volumique ρ (avec $\rho = \frac{3Q}{4\pi R^3}$).

1- En appliquant le théorème de GAUSS, trouver l'expression du champ électrique E(r) en tout point de l'espace
2- 2- Déduire l'expression du potentiel électrique V(r) en tout point de l'espace.

**Exercice 4:**

Soient deux sphères concentriques de centre O de rayons $R_1$ et $R_2$ respectifs tel que $R_1 < R_2$. La sphère de rayon $R_1$ est chargée en surface avec une densité **σ**. La seconde de rayon $R_2$ porte une distribution surfacique de densité **σ'**

1- En utilisant le théorème de GAUSS trouver l'expression du champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace.
2- En déduire l'expression du potentiel électrique V(r) en tout point de l'espace.

**Exercice 5:**

Calculer le champ électrostatique crée en tout point de l'espace par un cylindre infini de rayon R, chargé en surface avec une densité surfacique σ.

- En déduire le potentiel électrique en tout point de l'espace.

## Exercice 6:

Calculer le champ électrostatique crée en tout point de l'espace par un cylindre de rayon R, chargé en volume avec une densité volumique ρ.

- En déduire le potentiel électrique en tout point de l'espace.

## Exercice 7:

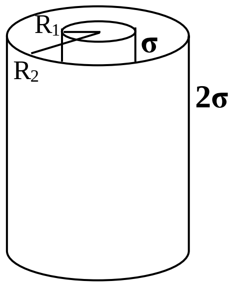
On considère deux cylindres coaxiaux infiniment longs, de rayon $R_1$, $R_2$ tel que $R_1 < R_2$ ; portant des charges respectives $+\lambda$ *et*- $\lambda$ par unité de longueur.

Trouver l'expression du champ électrique en tout point de l'espace.

## Exercice 6:

Soit deux cylindres coaxiaux de rayons $R_1$ et $R_2$ tel que $\mathbf{R_1 < R_2}$ et de hauteur infinie. Le cylindre de rayon $R_1$ porte une distribution surfacique de densité $\boldsymbol{\sigma_1 = \sigma > 0}$. De même le deuxième cylindre de rayon $R_2$ porte une distribution surfacique de densité $\boldsymbol{\sigma_2 = 2\sigma > 0}$

1- En utilisant le théorème de Gauss, trouver l'expression du champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace.
2- En déduire l'expression du potentiel électrique V(r) en tout point de l'espace**.**



# Corrigé de l'Evaluation sur Chapitre 2

# « Théorème de Gauss »

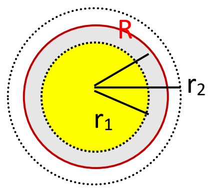
**Exercice 1 :**

On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

$$\emptyset = \oiint \vec{E}.\vec{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$\vec{E} \;//\; \vec{ds}$ Donc : $\oiint \vec{E}.\vec{ds} = \iint E.ds = E \iint ds = E.S = E4\pi r^2 \Rightarrow \boldsymbol{E4\pi r^2} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$$\boldsymbol{E = \frac{\sum Q_{int}}{4\pi r^2 \varepsilon_0}}$$




1- Le champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace.

Nous avons 2 cas

**1er cas r<R**

$$v = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow dv = 4\pi r^2 dr$$

$dq = \rho dv = \rho 4\pi r^2 dr \Rightarrow Q_{int} = \rho \iiint dv = \rho 4\pi \int_0^r r^2 dr$

$\Rightarrow Q_{int} = \rho \; \frac{4}{3}\pi r^3$

$(dq = \rho dv \; \Rightarrow Q_{int} = \rho v \; donc \; Q_{int} = \rho \; \frac{4}{3}\pi r^3)$

donc $(*) \Rightarrow E_1 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E_1 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r}$

**2eme cas r≥ R**

$dq = \rho dv = \rho 4\pi r^2 dr \Rightarrow Q_{int} = \rho \iiint dv = \rho 4\pi \int_0^R r^2 dr$ donc $Q_{int} = \rho \; \frac{4}{3}\pi R^3$

$$(*) \Rightarrow E_2 = \frac{\rho \; \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi r^2 \varepsilon_0} \quad donc \; \boldsymbol{E_2 = \frac{\rho \; R^3}{3\varepsilon_0 r^2}}$$

2- Le potentiel électrique v(r) en tout point de l'espace.

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v \Rightarrow E = -\frac{dv}{dr}$ donc $dv = -Edr \Rightarrow \boldsymbol{v = -\int Edr}$

**<u>1er cas : r<R $r \in \ [0, R[$</u>**

$E_1 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \Rightarrow v_1 = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\int rdr$ donc $\boldsymbol{v_1 = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0} r^2 + C_1}$

**<u>2eme cas r≥ R $r \in \ [R, +\infty[)$</u>**

$E_2 = \frac{\rho\ R^3}{3\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow v_2 = -\frac{\rho\ R^3}{3\varepsilon_0}\int \frac{1}{r^2} dr$ donc $\boldsymbol{v_2 = \frac{\rho\ R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r} + C_2}$

Le potentiel à l'infini ($r \rightarrow \infty$) v=0

$$\lim_{r\to\infty} \boldsymbol{v_2} = \lim_{r\to\infty} \boldsymbol{\frac{\rho\ R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r} + C_2 = 0 + C_2 = 0}$$

donc$\boldsymbol{C_2 = 0\ donc\ v_2 = \frac{\rho\ R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r}}$

Le potentiel est une fonction continue en R donc $\boldsymbol{v_1(R) = v_2(R)}$

$\frac{\rho\ R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{R} = -\frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{6\varepsilon_0}}R^2 + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{\rho\ R^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{\rho\ R^2}{2\varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{v_1 = -\frac{\rho\ r^2}{6\varepsilon_0} + \frac{\rho\ R^2}{2\varepsilon_0}}$

## <u>Exercice 2 :</u>

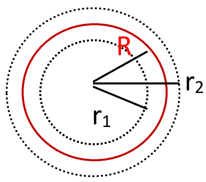
On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

$$\emptyset = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds}$ Donc :$\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds}$=$\iint E.ds = E\iint ds = E.S = E4\pi r^2 \Rightarrow \boldsymbol{E4\pi r^2} = \frac{\boldsymbol{\sum Q_{int}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E = \frac{Q_{int}}{4\pi r^2 \varepsilon_0}} \quad (*)$$

3- Le champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace.
Nous avons 2 cas




**<u>1er cas r<R $(r \in \ [0, R[)$</u>**

$Q_{int} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{E_1 = 0}$

**<u>2eme cas r≥ R $(r \in \ [R, +\infty[)$</u>**

$dq = \sigma ds \Rightarrow\ Q_{int} = \sigma s = \sigma 4\pi R^2$

Donc $E_2 4\pi r^2 = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_2 = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2}}$

4- Le potentiel électrostatique V(r) en tout point de l'espace.

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v \Rightarrow E = -\frac{dv}{dr}$ donc $v = -\int Edr$

**1er cas r<R** $E_1 = 0 \Rightarrow v_1 = C_1$

**2eme cas r≥ R** $E_2 = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow v_2 = -\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\int \frac{dr}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r} + C_2$

Le potentiel à l'infini (r⟶∞) v=0 donc $\lim_{r\to\infty} v = 0$ donc $C_2$=0 Alors $\boldsymbol{v_2} = \frac{\boldsymbol{\sigma R^2}}{\boldsymbol{\varepsilon_0 r}}$

Le potentiel est une fonction continue en R donc $v_1(R) = v_2(R)$ alors $v_1 = C_1 = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 R}$ donc $\boldsymbol{v_1} = \frac{\boldsymbol{\sigma R}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$

**Exercice 3 : (07 pts)**

On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r (0.25 pts). Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss. (0.25 pts)

$\emptyset = \oiint \vec{E}.\vec{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$(0.5 pts)

$\overrightarrow{E} // \overrightarrow{ds}$ Donc :$\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds}$=$\iint E.ds = E\iint ds = E.S = E4\pi r^2 \Rightarrow \boldsymbol{E4\pi r^2} = \frac{\boldsymbol{\sum Q_{int}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$ (0.5pts)

$\Rightarrow \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{4\pi r^2 \varepsilon_0}}$ $(*)$ **avec** $\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

1- Le champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace. (02.5 pts)

Nous avons 2 cas

**1er cas r<R**

$dq = \rho dv = \rho 4\pi r^2 dr \Rightarrow Q_{int} = \rho\iiint dv = \rho 4\pi\int_0^r r^2 dr$ (0.25 pts)

$\Rightarrow Q_{int} = \rho\ \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\frac{4}{3}\pi r^3$ (0.25 pts) donc $Q_{int} = \frac{Q}{R^3}r^3$ (0.25 pts)

$(*) \Rightarrow\ E = \frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0 R^3}r^3$ donc $\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{4\pi\varepsilon_0 R^3}}\boldsymbol{r}$ (0.5 pts)

**2eme cas r≥ R**

$dq = \rho dv = \rho 4\pi r^2 dr \Rightarrow Q_{int} = \rho\iiint dv = \rho 4\pi\int_0^R r^2 dr$ (0.25 pts)

$\Rightarrow Q_{int} = \rho\ \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\frac{4}{3}\pi R^3 = Q$ (0.5 pts)

$(*) \Rightarrow\ \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{4\pi r^2\varepsilon_0}}$ (0.5 pts)

2- Le potentiel électrique E(r) en tout point de l'espace. (03 pts)

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v \Rightarrow E = -\frac{dv}{dr}$ (0.5 pts) donc $v = -\int Edr$ (0.25 pts)

**1er cas : r<R**

$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R^3}r \Rightarrow v=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R^3}\int rdr$ donc $\boldsymbol{v_1=-\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0R^3}r^2+C_1}$ (0.5 pts)

**2eme cas r≥ R**

$E=\frac{Q}{4\pi r^2\varepsilon_0} \Rightarrow v=-\frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{4\pi\varepsilon_0}}\int\frac{1}{r^2}dr$ donc $\boldsymbol{v_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}+C_2}$ (0.5 pts)

Le potentiel a l'infini ($r \rightarrow \infty$) v=0(0.25 pts)donc $\lim_{r\to\infty} v=0$ donc $C_2=0$ (0.25 pts)

Alors $\boldsymbol{v_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}}$ (0.25 pts)

Le potentiel est une fonction continue en R donc $\boldsymbol{v_1(R)=v_2(R)}$(0.25 pts)

$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R}=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0R^3}R^2+C_1 \Rightarrow C_1=\frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R}$ donc $\boldsymbol{v_1=-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r^2}{R^3}-\frac{3}{2R}\right)}$ (0.25 pts)

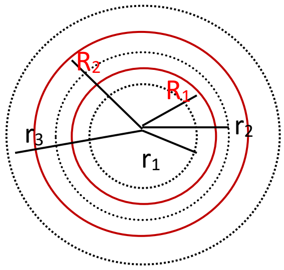
**Exercice 4:**

On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

$$\emptyset=\oiint\vec{E}.\overrightarrow{ds}=\frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$\overrightarrow{E}\ //\ \overrightarrow{ds}$ Donc :$\oiint\vec{E}.\overrightarrow{ds}$=$\iint E.ds=E\iint ds=E.S=E4\pi r^2 \Rightarrow \boldsymbol{E4\pi r^2=\frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}}$

1- Le champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace.
Nous avons 2 cas




**1er cas r<R1** $Q_{int}=0 \Rightarrow \boldsymbol{E_1=0}$

**2eme cas R1≤ r< R2** $dq=\sigma ds \Rightarrow Q_{int}=\sigma 4\pi R_1^2$

Donc $E_2 4\pi r^2=\frac{\sigma 4\pi R_1^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_2=\frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 r^2}}$

**3eme cas r ≥R2**

$Q_{int}=Q_1+Q_2$ avec $Q_1=\sigma 4\pi R_1^2$ et $dq_2=\sigma' ds \Rightarrow Q_2=\sigma' 4\pi R_2^2$

Donc $Q_{int}=\sigma 4\pi R_1^2+\sigma' 4\pi R_2^2$ donc $E_3=\frac{\sigma 4\pi R_1^2+\sigma' 4\pi R_2^2}{4\pi r^2\varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E_3=\frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 r^2}+\frac{\sigma' R_2^2}{\varepsilon_0 r^2}}$

2- Le potentiel électrostatique V(r) en tout point de l'espace.

$\vec{E}=-\overrightarrow{grad}v \Rightarrow E=-\frac{dv}{dr}$ donc $v=-\int Edr$

**1er cas r<R** $E_1=0 \Rightarrow v_1=C_1$

**2eme cas R1≤ r< R2** $E_2=\frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow v_2=-\sigma\frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0}\int\frac{dr}{r^2}=\frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 r}+C_2$

**3eme cas r ≥R2** $E_3=\frac{\sigma R_1^2+\sigma' R_2^2}{r^2\varepsilon_0} \Rightarrow v_3=-\frac{\sigma R_1^2+\sigma' R_2^2}{\varepsilon_0}\int\frac{dr}{r^2}=\frac{\sigma 4R_1^2+\sigma' R_2^2}{\varepsilon_0 r}+C_3$

Le potentiel à l'infini ($r \to \infty$) v=0 donc $\lim_{r\to\infty} v = 0$ donc $C_3$=0 Alors $\boldsymbol{v_3} = \frac{\sigma R_1^2 + \sigma' R_2^2}{\varepsilon_0 r}$

Le potentiel est une fonction continue

en $R_2$ donc $v_3(R_2) = v_2(R_2)$ alors

$$\frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 R_2} + C_2 = \frac{\sigma R_1^2 + \sigma' R_2^2}{\varepsilon_0 R_2} \Rightarrow C_2 = \frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 R_2} + \frac{\sigma' R_2}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 R_2} = \frac{\sigma' R_2}{\varepsilon_0}$$

Alors $\boldsymbol{v_2} = \frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 r} + \frac{\sigma' R_2}{\varepsilon_0}$

en $R_1$ donc $v_2(R_1) = v_1(R_1)$ alors $\frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0 R_1} + \frac{\sigma' R_2}{\varepsilon_0} = C_1$

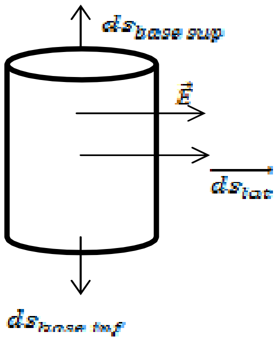
Alors $\boldsymbol{v_1} = \frac{\sigma R_1^2}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma' R_2}{\varepsilon_0}$

**Exercice 5 :**

On considère comme surface de gauss un cylindre de rayon **r** et de hauteur ***h***.

A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss

D'après le Théorème de Gauss : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$




$$\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = 2\iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{\ base}} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}}$$

$(ds_{base} \perp r)$ $et$ $(ds_{surface\ latérale} \parallel r)$ et le champ est radial (suivant le rayon $(E \parallel r)$)

$\vec{E} \perp \overrightarrow{ds_{\ base}} \Longrightarrow \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{base}} = 0$

$\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds_{lat}}$ Donc : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = \iint E.ds_{lat} = E.\iint ds_{lat} = E.S_{lat}$

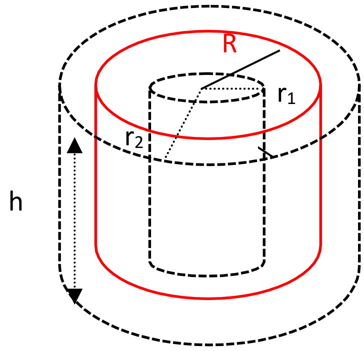
$$S_{lat} = \boldsymbol{2\pi r h}$$

$\Rightarrow \emptyset = \boldsymbol{E 2\pi r h} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E} = \frac{\sum \boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{2\pi r h \varepsilon_0}}$

**1-Le champ électrique**

**1er cas** $r < R$

$Q_{int} = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{E_1} = \mathbf{0}$




**2eme cas r≥ R** $dq = \sigma ds \Rightarrow Q_{int} = \sigma S = \sigma 2\pi R h$

Donc $E_2 2\pi r h = \frac{\sigma 2\pi R h}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_2} = \frac{\boldsymbol{\sigma R}}{\boldsymbol{\varepsilon_0 r}}$

**2- Le potentiel :**

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V \ avec\ E = E(r) \Longrightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

$$dv = -Edr \quad donc\ V = -\int E.dr$$

$$E_1 = 0 \Longrightarrow V_1 = \boldsymbol{C_1}$$

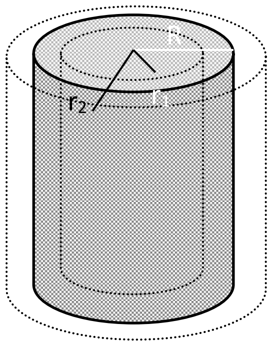
$$\boldsymbol{E_2} = \frac{\boldsymbol{\sigma R}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r}} \Longrightarrow V_2 = -\frac{\sigma R}{\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}.dr = -\frac{\boldsymbol{\sigma R}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}\boldsymbol{lnr} + \boldsymbol{C_2}$$

**Exercice 6 :**

On considère comme surface de gauss un cylindre de rayon **r** et de hauteur **h**.

A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

D'après le Théorème de Gauss : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$




$$\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = 2\iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{\ base}} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}}$$

$$\vec{E} \perp \overrightarrow{ds_{\ base}} \Longrightarrow \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{base}} = 0$$

$\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds_{lat}}$ Donc : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = \iint E.ds_{lat} = E.\int ds_{lat} = E.S_{lat}$

$$\Rightarrow \emptyset = \boldsymbol{E2\pi rh} = \frac{\boldsymbol{\sum Q_{int}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$$

**1- Le champ électrique**

Pour : $r < R$

$$v_{cylindre} = \pi r^2 h \Rightarrow dv_{cylindre} = 2\pi h r dr$$

$$Q_{int} = \iiint \rho dv = \rho\int_0^r 2\pi h r dr = \rho\pi h r^2 \Rightarrow E2\pi r h = \frac{\rho\pi h r^2}{\varepsilon_0}$$

$\Longrightarrow \boldsymbol{E_1} = \frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}}\boldsymbol{r}$

Pour : $r \geq R$

$$Q_{int} = \iiint \rho dv = \rho \int_0^R 2\pi hrdr = \rho\pi hR^2 \Rightarrow E2\pi rh = \frac{\rho\pi hR^2}{\varepsilon_0}$$

$\Longrightarrow \boldsymbol{E_2} = \frac{\boldsymbol{\rho R^2}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}}\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}}$

**2- Le potentiel :**

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V \; avec \; E = E(r) \Longrightarrow E = -\frac{dV}{dr} donc \; V = -\int E.dr$$

$V_1 = -\int E_1.dr \Longrightarrow V_1 = -\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\int rdr = -\frac{\boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{4\varepsilon_0}}\boldsymbol{r^2} + \boldsymbol{C_1}$

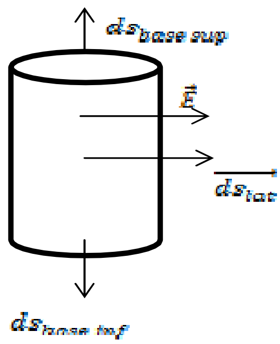
$V_2 = -\int E_2.dr = -\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}.dr = -\frac{\boldsymbol{\rho R^2}}{\boldsymbol{2\varepsilon_0}}\boldsymbol{lnr} + \boldsymbol{C_2}$

**<u>Exercice 7:</u>**

On considère comme surface de gauss un cylindre de rayon **r** et de hauteur **h**.

A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss

D'après le Théorème de Gauss : $\emptyset = \iint \vec{E}.\vec{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$



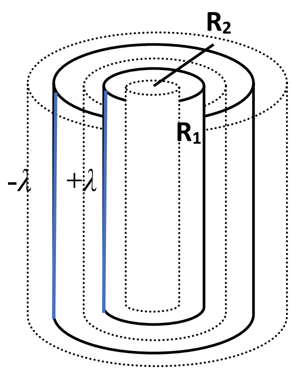

$\emptyset = \iint \vec{E}.\vec{ds} = 2\iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{\;base}} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}}$

$\overrightarrow{E} \perp \overrightarrow{ds_{\;base}} \Longrightarrow \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = 0$

$\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds_{lat}}$ Donc : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = \iint E.ds_{lat} = E.\int ds_{lat} = E.S_{lat}$

$\Rightarrow \emptyset = \boldsymbol{E2\pi rh} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{\sum Q_{int}}}{\boldsymbol{2\pi rh\varepsilon_0}}$

**Le champ électrique**




**<u>1er cas</u>** $r < R_1$

$Q_{int} = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{E_1} = \boldsymbol{0}$

**<u>2eme cas $R_1 \leq r < R_2$</u>** $dq = +\lambda dl \Rightarrow Q_{int} = \lambda\, h$

Donc $E_2 2\pi rh = \frac{\lambda\, h}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_2} = \frac{\lambda}{\boldsymbol{2\pi r\varepsilon_0}}$

**<u>3eme cas</u>** $r \geq R_2$

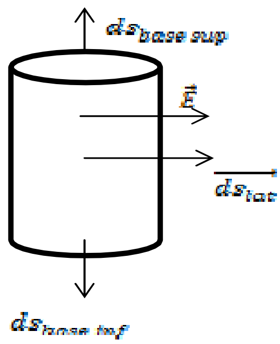
$Q_{int} = Q_1 + Q_2$ avec $Q_1 = \lambda\, h$ et $dq_2 = -\lambda dl \Rightarrow Q_2 = -\lambda h$

Donc $Q_{int} = \lambda h + (-\lambda)h = 0$ donc $E_3 = \frac{0}{2\pi r h \varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E_3 = 0}$

## Exercice 8 :

On considère comme surface de gauss un cylindre de rayon **r** et de hauteur **h**.

A cause e la symétrie, le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss



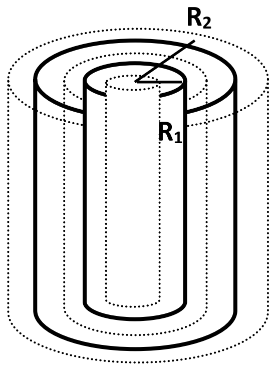

D'après le Théorème de Gauss : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$

$\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = 2\iint \vec{E}.\overrightarrow{ds}_{base} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}}$

$\overrightarrow{E} \perp \overrightarrow{ds}_{base} \Longrightarrow \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = 0$

$\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds_{lat}}$ Donc : $\emptyset = \iint \vec{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = \iint E.ds_{lat} = E.\int ds_{lat} = E.S_{lat}$

$\Rightarrow \emptyset = \boldsymbol{E2\pi r h} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E} = \frac{\sum \boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{2\pi r h \varepsilon_0}}$




**Le champ électrique**

**1er cas** $r < R_1$

$Q_{int} = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{E_1 = 0}$

**2eme cas** $\mathbf{R_1 \leq r < R_2}$ $dq = \sigma ds \Rightarrow Q_{int} = \sigma S = \sigma 2\pi R_1 h$

Donc $E_2 2\pi r h = \frac{\sigma 2\pi R_1 h}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_2} = \frac{\boldsymbol{\sigma R_1}}{\boldsymbol{\varepsilon_0 r}}$

**3eme cas** $r \geq R_2$

$Q_{int} = Q_1 + Q_2$ avec $Q_1 = \sigma 2\pi R_1 h$ et $dq_2 = \sigma' ds = 2\sigma ds \Rightarrow Q_2 = \sigma 4\pi R_2 h$

Donc $Q_{int} = \sigma 2\pi R_1 h + \sigma 4\pi R_2 h$ donc $E_3 = \frac{\sigma 2\pi R_1 h + \sigma 4\pi R_2 h}{2\pi r h \varepsilon_0}$ donc $\boldsymbol{E_3} = \frac{\boldsymbol{\sigma R_1}}{\boldsymbol{\varepsilon_0 r}} + \frac{\boldsymbol{2\sigma R_2}}{\boldsymbol{\varepsilon_0 r}}$

**Le potentiel :**

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\,V \; avec \; E = E(r) \Longrightarrow E = -\frac{dV}{dr} \; donc \; V = -\int E.dr$$

$E_1 = 0 \Longrightarrow V_1 = \boldsymbol{C_1}$

$$\boldsymbol{E_2} = \frac{\boldsymbol{\rho R_1}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}} \Longrightarrow V_2 = -\frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}.dr = -\frac{\boldsymbol{\sigma R_1}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}\boldsymbol{lnr + C_2}$$

$$\boldsymbol{E_3} = \frac{\boldsymbol{\sigma R_1}}{\boldsymbol{\varepsilon_0 r}} + \frac{\boldsymbol{2\sigma R_2}}{\boldsymbol{\varepsilon_0 r}} \Longrightarrow V_3 = -\left(\frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0} + \frac{2\sigma R_2}{\varepsilon_0}\right)\int \frac{1}{r}.dr = -\left(\frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0} + \frac{2\sigma R_2}{\varepsilon_0}\right)\boldsymbol{lnr + C_3}$$