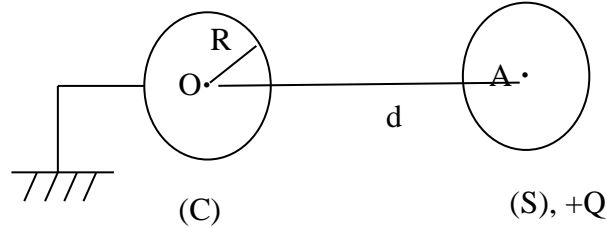




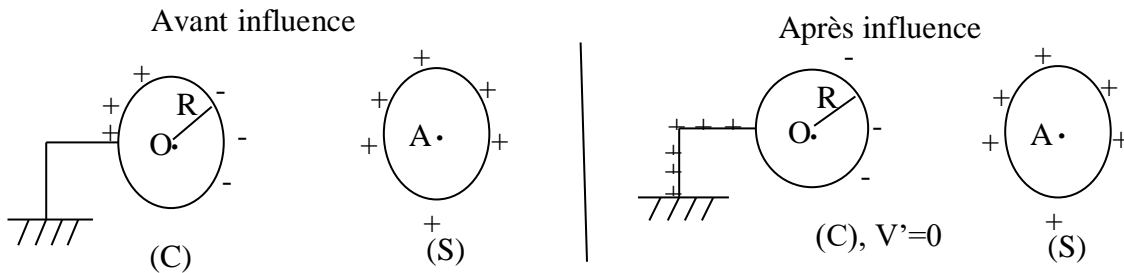
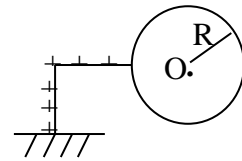
Corrigé de la série de TD N° 3

Conducteurs et Condensateurs

Exercice 1



En négligeant l'influence de (C) sur (S), cherchons la charge q de (C)
 Rappelons que lorsque le conducteur est lié au sol, les charges positives s'écoulent vers la masse et le potentiel $V=0$



Après l'influence, les charges positives s'écoulent vers la masse et le conducteur (C) aura une charge négative et un potentiel nul $V_C' = 0$

$$V_C' = V_{C\text{ av}} + V_{S/C}$$

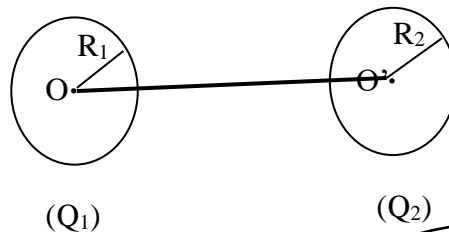
avec $V_{C\text{ av}}$: est le potentiel de (C) avant l'influence et $V_{S/C}$: est le potentiel de (C) due à l'influence de (S) sur (C)

$$V_{C\text{ av}} = \frac{kq_C}{R}$$

$$V_{S/C} = \frac{kQ_S}{d} \quad (Q_S = +Q)$$

$$\text{donc } V_C' = \frac{kq_C}{R} + \frac{kQ}{d} = 0 \Rightarrow q_C = -\frac{QR}{d} \text{ avec } d = OA$$

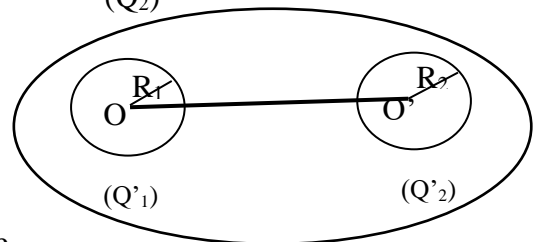
Exercice 2



Cherchons Q_1' et Q_2' après influence

En liant les deux conducteurs par un fil conducteur ; on aura la création d'un seul conducteur ; Q_1' et Q_2' sont les charges deux conducteurs après influence

Lorsque ce conducteur est en équilibre électrostatique





- Le potentiel est constant : $V'_1 = V'_2 \Rightarrow \frac{kQ'_1}{R_1} = \frac{kQ'_2}{R_2}$ donc $\frac{Q'_1}{R_1} = \frac{Q'_2}{R_2}$
- La charge totale dans le conducteur formé est la somme des charges des deux conducteurs car on néglige la charge portée par le fil

$$Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2$$

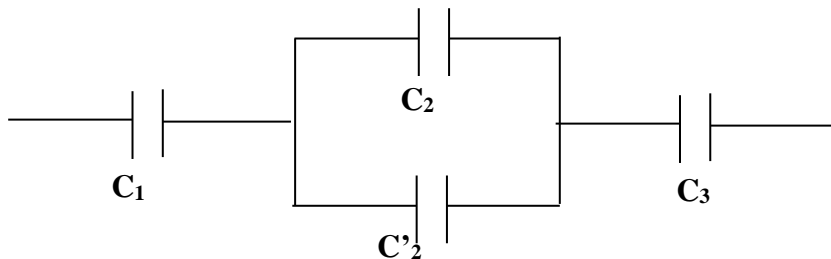
$$\begin{cases} \frac{Q'_1}{R_1} = \frac{Q'_2}{R_2} \\ Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Q'_1}{2} = \frac{Q'_2}{3} \\ Q'_1 + Q'_2 = 25 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q'_1 = 2 \frac{Q'_2}{3} \\ 2 \frac{Q'_2}{3} + Q'_2 = 25 \end{cases} \text{ donc } Q'_2 = 15 \mu\text{C} = Q_2 \text{ et } Q'_1 = 10 \mu\text{C} = Q_1$$

Les charges des deux conducteurs n'ont pas changé donc il n'y a pas eu de déplacement des charges car les deux conducteurs sont très éloignés et la charge du fil conducteur est négligeable.

Exercice 3

On dispose de quatre condensateurs C_1, C_2, C_3, C_4 ($\epsilon_1 = \epsilon_0$ pour C_1 , $\epsilon_2 = 3\epsilon_0$ pour C_2 et C_2' , $\epsilon_3 = 2\epsilon_0$ pour C_3). la d.d.p entre A et B est de 100V.

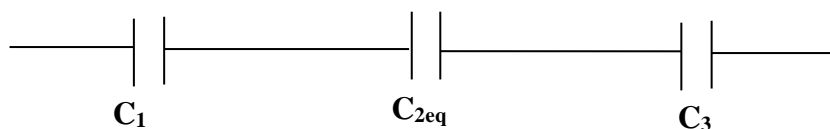


les d.d.p entre les armatures des différents condensateurs.

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 S}{e} = \frac{\epsilon_0 S}{e}, \quad C_2 = C'_2 = \frac{\epsilon_2 S}{e} = \frac{3\epsilon_0 S}{e}, \quad C_3 = \frac{\epsilon_3 S}{e} = \frac{2\epsilon_0 S}{e}$$

On peut répondre par deux méthodes

Méthode 1 : Dans un branchement en série la charge reste la même



Dans un branchement en série : $Q_{AB} = Q_{C1} = Q_{C2eq} = Q_{C3}$ avec $Q_{eq} = C_{eq} U_{eq}$

$U_{eq} = U_{C1} + U_{C2eq} + U_{C3}$ avec $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2eq}} + \frac{1}{C_3}$

$$Q_{C_1} = Q_{C_{2eq}} = Q_{C_3} \Rightarrow C_1 x U_1 = C_{2eq} x U_2 = C_3 x U_3$$



$$\Rightarrow \begin{cases} Q_{C_1} = Q_{C_{2eq}} \\ Q_{C_{2eq}} = Q_{C_3} \\ Q_{C_1} = Q_{C_3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 x U_1 = C_{2eq} x U_2 \\ C_{2eq} x U_2 = C_3 x U_3 \\ C_1 x U_1 = C_3 x U_3 \end{cases}$$

Avec

**Dans un branchement en parallèle : $Q_{C_{2eq}} = Q_{C_2} + Q_{C_2'}$, avec $Q_{eq} = C_{eq} U_{eq}$
 $U_{C_{2eq}} = U_{C_2} = U_{C_2'}$ avec $C_{2eq} = C_2 + C_2'$**

$$C_{2eq} = C_2 + C_2' = \frac{3\varepsilon_0 S}{e} + \frac{3\varepsilon_0 S}{e} = \frac{6\varepsilon_0 S}{e}$$

Donc

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_1 = 6 \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_2 = 2 \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_3 \\ U_1 + U_2 + U_3 = U = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_1 = 6 \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_2 \\ 6 \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_2 = 2 \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_3 \\ \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_1 = 2 \frac{\varepsilon_0 S}{e} x U_3 \\ U_1 + U_2 + U_3 = U = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1 = 6U_2 \\ U_1 = 2U_3 \\ U_1 + U_2 + U_3 = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_2 = \frac{U_1}{6} \\ U_3 = \frac{U_1}{2} \\ U_1 + \frac{U_1}{6} + \frac{U_1}{2} = 10 \frac{U_1}{6} = 100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_1 = 60 \text{ Volt} \\ U_2 = \frac{U_1}{6} = 10 \text{ Volt} \\ U_3 = \frac{U_1}{2} = 30 \text{ Volt} \end{cases}$$

Méthode 2 On utilise la capacité équivalente

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{2eq}} + \frac{1}{C_3} = \frac{e}{\varepsilon_0 S} + \frac{e}{6\varepsilon_0 S} + \frac{e}{2\varepsilon_0 S} = 10 \frac{e}{6\varepsilon_0 S} \Rightarrow C_{eq} = 0,6 \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

$$Q_{eq} = C_{eq} U \Rightarrow Q_{eq} = 0,6 \frac{\varepsilon_0 S}{e} x 100 = 60 \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$



$$Q_{eq} = Q_{C_1} = Q_{C_{2eq}} = Q_{C_3}$$

$$Q_{C_1} = C_1 \times U_1 \Rightarrow U_1 = \frac{Q_{C_1}}{C_1} = \frac{60 \frac{\epsilon_0 S}{e}}{\frac{\epsilon_0 S}{e}} = 60 \text{ Volt}$$

$$Q_{C_3} = C_3 \times U_3 \Rightarrow U_3 = \frac{Q_{C_3}}{C_3} = \frac{60 \frac{\epsilon_0 S}{e}}{2 \frac{\epsilon_0 S}{e}} = 30 \text{ Volt}$$

$$U_2 = U - (U_1 + U_3) = 100 - 90 = 10 \text{ Volt}$$

Ou

$$Q_{C_{2eq}} = C_{2eq} \times U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{Q_{C_{2eq}}}{C_{2eq}} = \frac{60 \frac{\epsilon_0 S}{e}}{\frac{6 \epsilon_0 S}{e}} = 10 \text{ Volt}$$

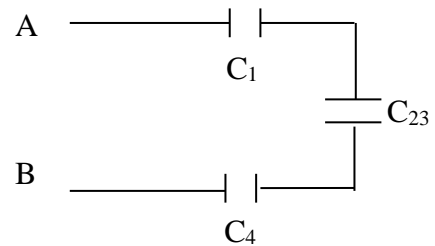
Exercice 4

A 1- La capacité équivalente

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 10 + 4 = 14 \mu F$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{10}{14} \Rightarrow C_{eq} = 1,4 \mu F$$

2- Les charges portées par les condensateurs



**Dans un branchement en série : $Q_{AB} = Q_{C_1} = Q_{C_{23}} = Q_{C_4}$ avec $Q_{AB} = C_{eq} U_{AB}$
 $U_{AB} = U_{C_1} + U_{C_{23}} + U_{C_4}$**

$$Q_{eq} = C_{eq} U \Rightarrow Q_{eq} = 1,4 \times 12 = 16,8 \mu C \quad U = U_{AB} = 12 \text{ volt}$$

$$Q_{eq} = Q_{C_1} = Q_{C_4} = Q_{C_{23}} = 16,8 \mu C$$

$$\text{et } U_{23} = U_2 = U_3 \Rightarrow \frac{Q_{C_{23}}}{C_{23}} = \frac{Q_{C_2}}{C_2} = \frac{Q_{C_3}}{C_3}$$

$$\Rightarrow Q_{C_2} = \frac{Q_{C_{23}} \times C_2}{C_{23}} = \frac{16,8 \times 10}{14} = 12 \mu C \quad \text{et } Q_{C_3} = \frac{Q_{C_{23}} \times C_3}{C_{23}} = \frac{16,8 \times 4}{14} = 4,8 \mu C$$

1- Les ddp des condensateurs

$$U_1 = \frac{Q_{C_1}}{C_1} = \frac{16,8}{2} = 8,4 \text{ Volt} \quad \text{et } U_4 = \frac{Q_{C_4}}{C_4} = \frac{16,8}{7} = 2,4 \text{ Volt} \quad \text{et } U_3 = U_2 = 12 - 8,4 - 2,4 = 1,2 \text{ Volt}$$

B. La capacité du condensateur

$$V = \int E dl = E \int_A^B dl = Ed$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Ed} \quad \text{donc } C = \frac{30 \times 10^{-3}}{100 \times 0,015} = 20 \cdot 10^{-3} F$$

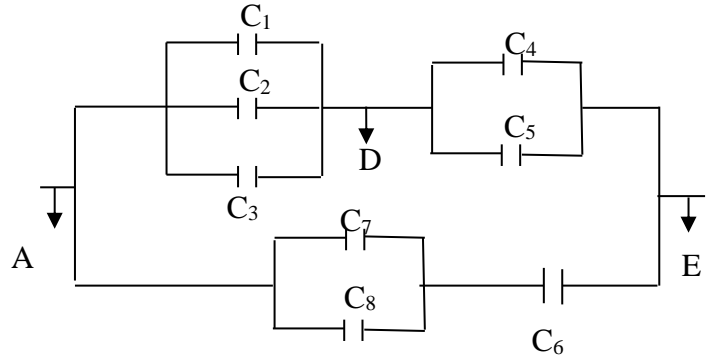
C. L'énergie est:



$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q}{V} V^2 = \frac{1}{2} QV \quad \text{donc } E = 18 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

Exercice 5

1. $Q_{C1} = C_1 U_{AD} \Rightarrow U_{AD} = \frac{Q_{C1}}{C_1} = \frac{10}{4}$
 $\Rightarrow U_{AD} = 2.5 \text{ Volt}$



2. $Q_{C2} = C_2 U_{AD} = 3.5 \times 2.5 = 8.75 \mu\text{C}$ $Q_{C3} = C_3 U_{AD} = 2.5 \times 2.5 = 6.25 \mu\text{C}$

3. $U_{BD} = 2 \text{ Volt}$

$Q_{C4} = C_4 U_{BD} = 5 \times 2 = 10 \mu\text{C}$

et $Q_{C5} = C_5 U_{BD} = 5 \times 2 = 10 \mu\text{C}$

4. Calculons C_{eq}

$C_{123} = C_1 + C_2 + C_3 = 4 + 3.5 + 2.5 = 10 \mu\text{F}$

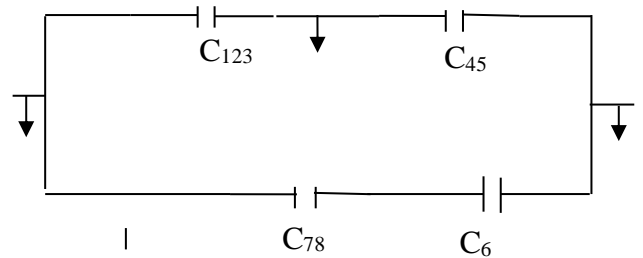
$C_{45} = C_4 + C_5 = 5 + 5 = 10 \mu\text{F}$

$C_{78} = C_7 + C_8 = 5 + 5 = 10 \mu\text{F}$

$\frac{1}{C_{eq1}} = \frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_{45}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} \Rightarrow C_{eq1} = 5 \mu\text{F}$

$\frac{1}{C_{eq2}} = \frac{1}{C_{78}} + \frac{1}{C_6} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} \Rightarrow C_{eq2} = 5 \mu\text{F}$

$C_{eq} = C_{eq1} + C_{eq2} = 5 + 5 = 10 \mu\text{F}$



5. L'énergie stockée dans le condensateur C_1

$E_{C1} = \frac{1}{2} C_1 U_{AD}^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (2.5)^2 = 12.5 \mu\text{J}$

