

Exercice N :

Pour la construction hydraulique ci-dessous :

$$H_1 = 50 - 5000 Q^2 \quad P_{c1} \text{ (kw)} = 420 Q \text{ (m}^3\text{/s)} + 8.5$$

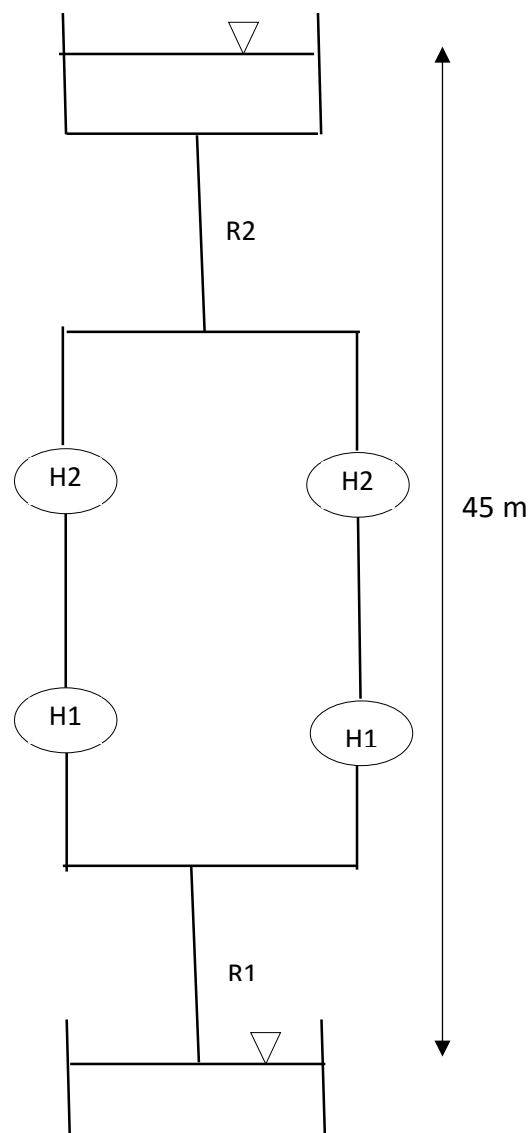
$$H_2 = 30 - 4000 Q^2 \quad P_{c2} \text{ (kw)} = 360 Q \text{ (m}^3\text{/s)} + 5.6$$

$$R_1 = 500 \text{ s}^2\text{/m}^5 \quad R_2 = 3500 \text{ s}^2\text{/m}^5$$

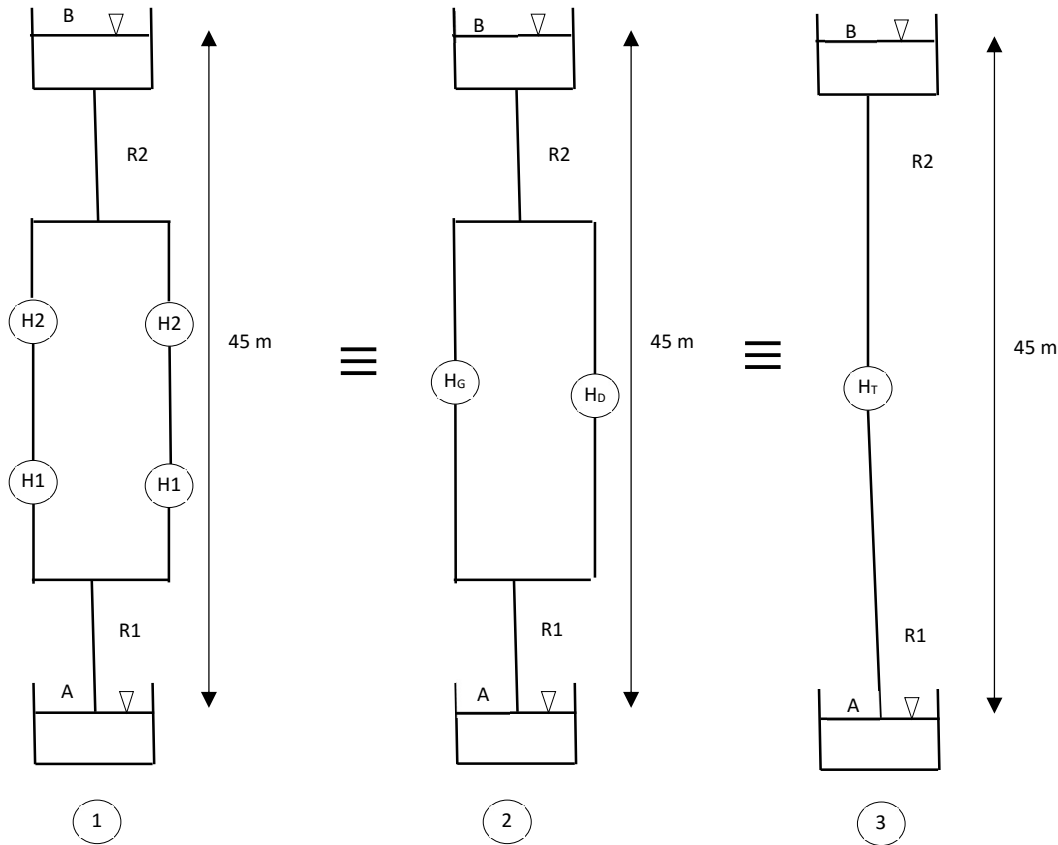
H_1 et H_2 : Les Débitantes (charges des pompes)
chaque pompe

P_c : Puissance consommée de

- 1) Calculer le point de fonctionnement globale, du groupe en série (1+2) et de chaque pompe si on utilise les quatre pompes en même temps.
- 2) Donne une représentation graphique sommaire des différents points de fonctionnement.
- 3) Calculer le rendement de chaque pompe, le rendement du groupe 1+2 et le rendement global.



Solution :



1) Point de fonctionnement global, du groupe en série (1+2) et de chaque pompe si on utilise les quatre pompes en même temps.

Les trois systèmes sont équivalents

Dans le système 2 les deux pompes en série dans les branche gauche et droit seront remplacé par des pompes équivalentes H_G et H_D et identique monté en série dans la caractéristique est :

$$H_G = H_D = H_1 + H_2 = (50 - 5000 \cdot Q^2) + (30 - 4000 \cdot Q^2)$$

$$H_G = H_D = (80 - 9000 \cdot Q^2)$$

Dans le système 3 les 4 pompes du système (ou les deux pompes du système 2) seront remplacées par une seule pompe équivalente H_T dont la caractéristique est :

$H_T = (h_T - R_T \cdot Q^2)$ Avec $h_T =$ la hauteur min en h_G et h_D donc ici 80 et R_T se détermine d'une manière analogue à la résistance équivalente des conduites en parallèles donc :

$$\frac{1}{\sqrt{R_T}} = \frac{1}{\sqrt{R_G}} + \frac{1}{\sqrt{R_D}} = 2 \frac{1}{\sqrt{R_D}} = 2 \frac{1}{\sqrt{R_G}} \quad \text{car } R_D = R_D = 9000 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^5}$$

$$\frac{1}{R_T} = 4 \frac{1}{R_G} \Rightarrow R_T = \frac{R_G}{4} = \frac{9000}{4} = 2250 \frac{\text{s}^2}{\text{m}^5}$$

$$H_T = (80 - 2250 \cdot Q^2)$$

Du système et appliquons l'équation de Bernoulli entre le réservoir A et B On aura :

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H_{AB} - H_T$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

$$V_1 = V_2 \approx 0$$

$$H_T = (z_2 - z_1) + \Delta H_{AB} = (z_2 - z_1) + (R_1 + R_2) \cdot Q^2$$

$$H_T = 45 + 4000 \cdot Q^2$$

De plus $H_T = (80 - 2250 \cdot Q^2)$ donc :

$$80 - 2250 \cdot Q^2 = 45 + 4000 \cdot Q^2$$

$$80 - 45 = 2250 \cdot Q^2 + 4000 \cdot Q^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{35}{6250}} \approx 0,075 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$H_T = (80 - 2250 \cdot 0,075^2) = 67,34 \text{ m}$$

- Le point de fonctionnement des 4 pompes $Q = 0,075 \text{ m}^3/\text{s}$

$$H_T = 67,34 \text{ mce}$$

- Le point de fonctionnement des 2 pompes (système 2) $q = Q/2 = 0,0374 \text{ m}^3/\text{s}$

$$H_G = H_D = 67,34 \text{ mce}$$

- Point de fonctionnement de chaque pompe (système 1)

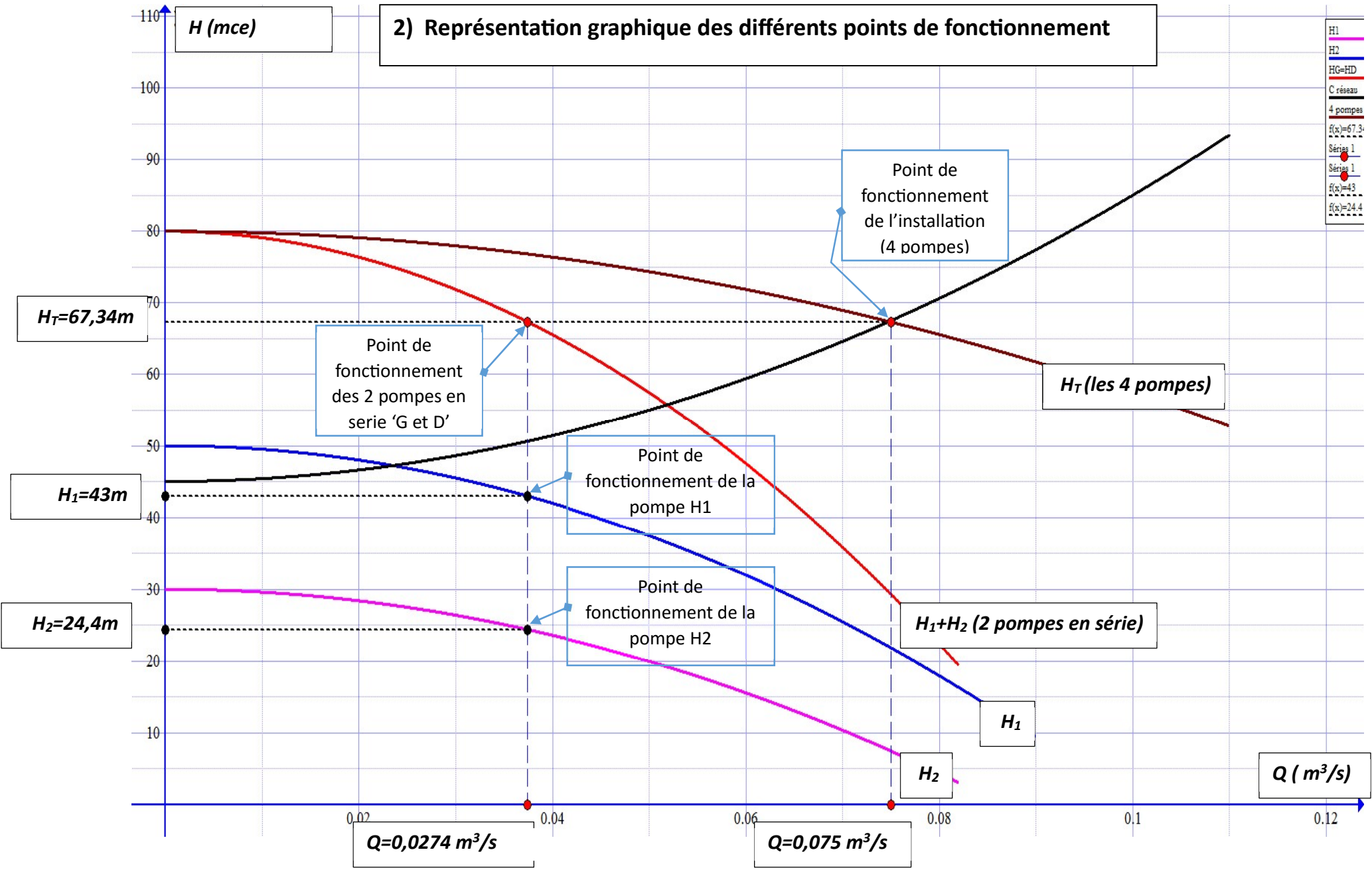
Pompe H_1 : $q = 0,0374 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

$$H_1 = (50 - 5000 \cdot Q^2) = 43 \text{ mce}$$

Pompe H_2 : $q = 0,0374 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

$$H_2 = (30 - 4000 \cdot Q^2) = 24,4 \text{ mce}$$

2) Représentation graphique des différents points de fonctionnement



3) Calculer le rendement de chaque pompe, le rendement du groupe 1+2 et le rendement global

3.1) Rendement de chaque pompe

- ✓ **Puissances consommées par chaque pompe :**

$$P_{c1} (kW) = 420 q \left(\frac{m^3}{s} \right) + 8,5 = 420 \cdot 0,0374 + 8,5 = 24,21 \text{ Kw}$$

$$P_{c2} (kW) = 360 q \left(\frac{m^3}{s} \right) + 5,6 = 360 \cdot 0,0374 + 5,6 = 19,06 \text{ Kw}$$

- ✓ **Puissances fournées par chaque pompe :**

$$P_{f1} = \rho \cdot g \cdot H_1 \cdot q = 1000 \cdot 9,81 \cdot 43 \cdot 0,0374 = 15,77 \text{ Kw}$$

$$P_{f2} = \rho \cdot g \cdot H_2 \cdot q = 1000 \cdot 9,81 \cdot 24,4 \cdot 0,0374 = 8,95 \text{ Kw}$$

- ✓ **Rendement de chaque pompe**

$$\eta_1 = \frac{P_{f1}}{P_{c1}} = \frac{15,77}{24,21} = 65,14\%$$

$$\eta_2 = \frac{P_{f2}}{P_{c2}} = \frac{8,95}{19,06} = 46,95\%$$

3.2) Rendement des deux pompes ensemble

- ✓ **Puissances consommées :**

$$P_{cD} = P_{cG} = P_{c1} + P_{c2} = 24,21 + 19,06 = 43,27 \text{ Kw}$$

- ✓ **Puissances fournées par chaque pompe :**

$$P_{fD} = P_{fG} = \rho \cdot g \cdot H_G \cdot q = 1000 \cdot 9,81 \cdot 67,34 \cdot 0,0374 = 24,71 \text{ Kw}$$

- ✓ **Rendement de chaque pompe**

$$\eta_G = \frac{P_{fG}}{P_{cG}} = \frac{24,71}{43,27} = 57,10\%$$

3.3) Rendement des 4 pompes ensemble

- ✓ **Puissances consommées :**

$$P_{cT} = 2(P_{c1} + P_{c2}) = 2 \cdot 43,27 = 86,57 \text{ Kw}$$

- ✓ **Puissances fournées par chaque pompe :**

$$P_{fT} = \rho \cdot g \cdot H_T \cdot q = 1000 \cdot 9,81 \cdot 67,34 \cdot 0,075 = 49,54 \text{ Kw}$$

- ✓ **Rendement de chaque pompe**

$$\eta_T = \frac{P_{fG}}{P_{cG}} = \frac{49,54}{86,57} = 57,22\% \approx \eta_G$$

NB : Cette solution se base sur la notion des systèmes équivalent, mais cet exercice peut être résolu directement en utilisant les vos notions hydraulique générale (solution analytique) et les résultats doivent être les mêmes.