مقدمة:

عند مطلع العقد السابع من القرن العشرين ظهر اهتمام متزايد بتحليل السلاسل الزمنية وطرق التنبؤ بقيمها المستقبلية، فقد كانت تعد من أبرز الأساليب الإحصائية المستخدمة في التنبؤ للكثير من التطبيقات و المجالات العلمية. و يُعزى الاهتمام الكبير بالسلاسل الزمنية إلى الحاجة الماسّة لنظام تنبؤ موثوق به لتفسير الكثير من الظواهر في مختلف مجالات الحياة، و هذا النظام التنبؤي يتطلب بناء نماذج دقيقة تُسمى بنماذج السلاسل الزمنية التي أصبحت بُؤرة البحث و التطوير في السنوات الأخيرة للعديد من المجالات . و لذلك يعد التنبؤ من المسائل المهمة منذ أمد بعيد و بقي هذا الموضوع محط اهتمام الباحثين في سائر الحقول.

و يعتمد التنبؤ الاقتصادي بصورة أساسية على السلاسل الزمنية من خلال دراسة تطور الظاهرة مع الزمن بوصفه عاملا يظهر حاصل تأثير جميع العوامل المؤثرة في هذه الظاهرة، فالظواهر تتغير مع الزمن من شهر إلى آخر و من سنة إلى أخرى. و لا يعد الزمن ذاته عاملا مؤثرًا في تطور الظواهر الاقتصادية بصفته مؤشرًا موضوعيًا مستقلا عن فعل الإنسان . إلا أن الزمن ملازم لتطور الظواهر الاقتصادية و من ثم يمكن الربط بين حالة الظاهرة و اللحظة التي تقابل هذه الحالة، أو بين تطورات الظاهرة و المدة الزمنية التي جرت أو ستجري فيها تلك التطورات الناجمة عن عوامل أخرى غير الزمن تؤثر في الظاهرة وتؤدي إلى تغيرها كمًا ونوعًا.

فالسلسلة الزمنية هي سلسلة من القيم العددية لمؤشر إحصائي يعكس تغير الظاهرة بالنسبة إلى الزمن .وكل قيمة عددية في السلسلة تقابل لحظة زمنية أو مدة زمنية محددة. و يمكن أن تكون المدة أيامًا أو شهورًا أو سنوات. و تنشأ سلسلة زمنية عن طريق مراقبة الظاهرة المدروسة مدة من الزمن و قياسها في مدد زمنية متساوية بهدف الحصول على قيمها.

و الهدف من دراسة السلسلة الزمنية وتحليلها هو معرفة التغيرات التي طرأت على الظاهرة التي تمثلها في مدة من الزمن . ثم تحليل أسبابها و نتائجها و تحديد اتجاهها حتى يمكن استخدامها للتقدير والتنبؤ بالمستقبل .

1. مفاهيم أساسية حول السلاسل الزمنية:

تعتبر دراسة الظواهر و اتجاهاتها و التحكم في مساراتها من بين أسباب نجاح المؤسسات الإقتصادية التي تعتمد على الطرق العلمية في تسييرها، حيث تحتاج كل مؤسسة مهما كانت طبيعة نشاطاتها إلى معرفة و تحليل الظواهر المحيطة بها، و العوامل المؤثرة فيها، و التنبؤ بقيمتها في المستقبل. و لبلوغ ذلك يجب دراسة و تحليل معطيات الفترات السابقة لهذه الظواهر قصد تحديد مساراتها و اتجاهها العام بشرط أن تكون كل المعطيات مرتبطة بفترة زمنية أو بتاريخ معين (سنة، شهر، أسبوع،....)

1.1 تعريف السلسلة الزمنية: يمكن تعريف السلسلة الزمنية كما يلي:

* " مجموعة من المشاهدات أو القياسات التي تأخذ إحدى الظواهر (الاقتصادية، الاجتماعية، الطبية، الطبيعية.....) على فترات زمنية متتابعة عادة ما تكون متساوية الطول. [1]

* " عبارة عن سلسلة من القيم المحققة في الماضي و المتميزة بالخصائص التالية :

- تتكون من قيم معلومة، محسوبة ومحققة فعلا
- أن تكون القيم متجانسة في وحدة الزمن.
- أن تكون القيم ذات دلالة إحصائية، أي أن تكوف المعطيات العددية كافية لتحليل الظاهرة المدروسة فكلما كانت السلسلة طويلة نسبيا، كلما كان التنبؤ أكثر دقة و ذلك حسب طبيعة المعطيات شهرية، فصلية أو سداسية. "[2]

* " مجموعة متتالية من القراءات........x_1, x_2, x_3 تؤخذ عادة على فترات زمنية متساوية لإحدى الظواهر" [3]

و بصفة عامة يمكن تعريف السلاسل الزمنية على أنها عبارة عن مجموعة من المشاهدات والبيانات الرقمية لمتغير واحد أو مجموعة من المتغيرات، مأخوذة خلال فترة زمنية متتابعة، وذات أبعاد متساوية، حيث يعتبر الزمن المتغير المستقل، أما الظاهرة المدروسة فتعتبر متغير تابع. و يرمز

---

[1] شعراوي س م، " مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية"، مركز النشر العلمي، جدة، 2005، ص:5

[2] Khaldi khaled, « Méthodes statistiques : rappels de cours exercices corrigés », Office des publications universitaires, Alger, 2017, p :81

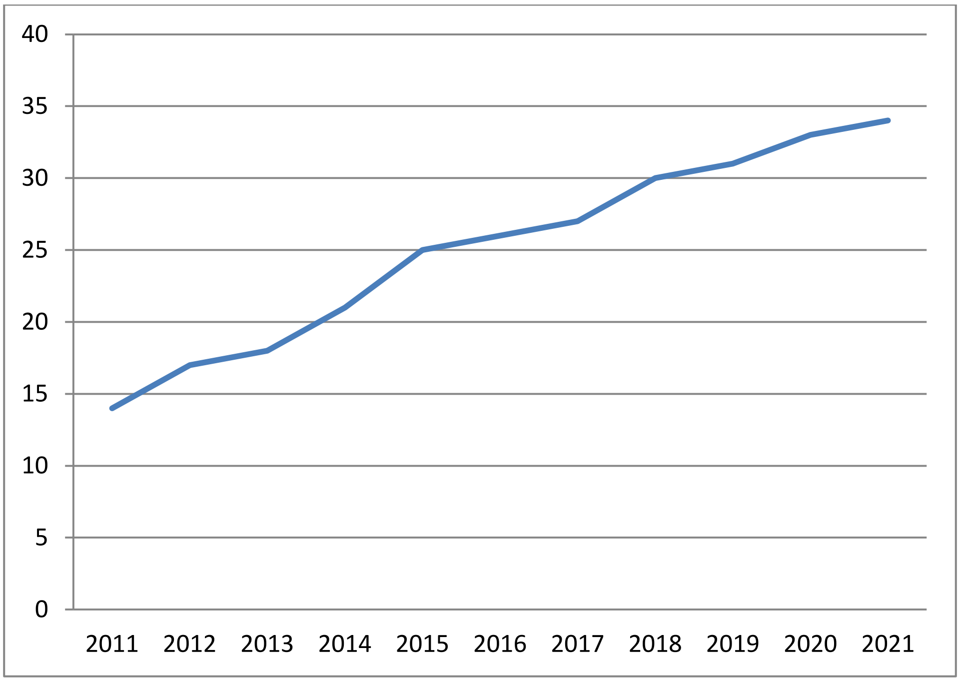
[3] رجال السعدي، " أسس استخدام جدول التشابك في التنبؤ بهيكل التعليم في الجزائر"، رسالة ماجيستير، معهد العلوم الإقتصادية، جامعة قسنطينة، 1984، ص: 37

لمشاهدات السلسلة الزمنية بـ :**y** **(y_1; y_2;...y_n)** أما الفترات الزمنية يرمز لها ب : **t** **(t_1;... ; t_n)** وبما أن **y** متغير تابع و **t** متغير مستقل، فيمكن التعبير عن السلسلة الزمنية بالمعادلة التالية: **$y= f(t)$**.

2.1 التمثيل البياني للسلسلة الزمنية:

لدينا الجدول التالي الذي يمثل إنتاج كميات من السلع الاستهلاكية خلال الفترة الممتدة من 2011 إلى 2021:

السنوات	الإنتاج (طن)
2011	14
2012	17
2013	18
2014	21
2015	25
2016	26
2017	27
2018	30
2019	31
2020	33
2021	34



3.1 أهداف تحليل السلسلة الزمنية:

السلاسل الزمنية تسمح بتحديد الوضع الإحصائي لظاهرة ما، مع تقليل التقلبات الغير المرغوب فيها و هذا ما يمكّننا من التحليل الاقتصادي[1].

1.3.1 إعداد التوقعات:

أكثر المشاكل المطروحة على مسيري أي فرع إنتاجي أو مؤسسة هو معرفة وقت، و كيفية تنشيط الفرع الإنتاجي، و من بين المقاييس المستعملة لإعداد التقديرات هو الاتجاه العام أو المعدل السنوي للنمو، و هذا يكون حسب الفترة التي يتم عليها الدراسة:

- ✓ **التقدير للفترة متوسطة الأجل:** إن استعمال الاتجاه العام خلال فترة تمتد على خمس سنوات مثلا يعطي:

- فكرة عن الطاقات المطلوبة إذا استمر النمو على نفس الوتيرة السابقة خلال الفترة المغطاة.

[1] خواني ليلى، " أساليب و نماذج التنبؤ بالطلب على خدمات الإتصالات السلكية و اللاسلكية في الجزائر"، أطروحة دكتوراه كلية العلوم الإقتصادية و التسيير، جامعة أبوبكر بلقايد تلمسان، 2011، ص: 72

- فكرة عن إسراع أو إبطاء النمو و ذلك من خلال تقديرات الاتجاه العام للسنوات محل الدراسة، و عليه فإن معدل الزيادات أو الانخفاضات في الماضي يشكل مرجعا يستدعي تصحيحات حسب الظروف، و هذا ما يمكّن من أخذ قرارات سليمة.

✓ **التقدير للفترة الطويلة**: تمتد من 15 إلى 20 سنة، فمعدل النمو الملاحظ في الماضي يكون مبررا أكثر عندما يكون التقدم التقني سريع، و على هذا تستعمل أنظمة أخرى للتقدير من أجل تصحيح النتائج التي نحصل عليها على مستوى الفرع الإنتاجي.

2.3.1 تحديد الوضع الإحصائي لمشروع ما:

تحديد الوضع الإحصائي لنمو الظاهرة المراد دراستها يمكن اعتباره كمرجع، و ذلك ببناء نموذج إحصائي بعد حساب الاتجاه العام، و التغيرات الموسمية بضربها الواحد بالأخر، مع إهمال التقلبات الدورية، و العشوائية. فهذا النموذج الإحصائي يتيح لمسيري المشروع مقارنة التصرف العالي لمشروعها، فإذا تبين أن حجم المبيعات أكبر من النموذج، فتعتبر هذه الزيادة ناتجة عن ظروف دورية أو ظرفية (عشوائية).

3.3.1 حل مشاكل المراقبة:

من النتائج المهمة لتحليل السلاسل الزمنية هو قياس التقلبات الموسمية، فمبيعات سلعة معينة مثلا تعرف تزايد في بعض الفصول و تباطؤ في فصول أخرى، فمن هذه الملاحظة يجب أن توزع مبيعات السنة القادمة بين كل الفصول بالشكل الذي يتوافق مع التقلبات الموسمية.

فنظام المراقبة يتمثل في تحديد الهدف ألا و هو إعداد مخطط لتنفيذه، مثلا تكون قرارات الإنتاج تسمح بوجود كميات متوفرة في كل فصول مع تخفيض تكاليف الإنتاج و التخزين إلى أدنى ما يمكن.

4.3.1 تقليل من التقلبات غير المرغوب فيها:

النشاط الاقتصادي يتأثر بالتقلبات الموسمية، فإذا أمكن قياس حجم و طبيعة هذه الأخيرة فتقدر الظاهرة أو المشكلة بشكل صحيح، و تحظى هذه الطريقة نجاحا إذا فصلت المركبة الموسمية عن الاتجاه العام، و عن المركبة الدورية.

تحليل السلاسل الزمنية في هذه الحالة يقلل من التقلبات الغير المرغوبة فيها، و يساعد الاقتصاديون في تحليل الوضع الإحصائي للنشاط الاقتصادي بصفة عامة، و تجنب النتائج الخطيرة حتى تتمكن السلطات العامة بالتدخل بغية تنظيم النشاط الاقتصادي.

5.3.1 التحليل الاقتصادي:

إن تحليل السلاسل الزمنية يمكّن الاقتصاديون الإحصائيين من معرفة حركة النمو للظاهرة، و ذلك بدراسة الدورات، و القوى التي تنتجها، وقد اكتشف الباحثون مختلف الدورات سواء كانت قصيرة أو متوسطة أو طويلة قصد توضيح التسلسل الذي تنتج عنها هذه الدورات.

2. مركبات السلسلة الزمنية:

دراسة السلاسل الزمنية يتطلب تحليلها إلى عناصرها المختلفة لمعرفة مقدار كل منها، و اتجاهاتها و علاقاتها بعضها ببعض حتى يمكن الإستفادة منها من قبل متخذ القرار في التنبؤ بقيمة الظاهرة في المستقبل. و هذا ما يتأتى من دراسة الأحوال و العوامل المختلفة التي أثرت على الظاهرة قيد الدرس خلال تلك الفترة الزمنية.

تسمى أيضا بمكونات السلسلة الزمنية، لذلك و لتحديد طبيعة السلسلة (دورية، موسمية،..) يتم إعداد تمثيل بياني للسلسة الزمنية، وعند إيصال النقاط ببعضها البعض، يتجلى لنا طبيعة السلسة الزمنية التي قد تأخذ طبيعتها عدة تغيرات أو مركبات منها:

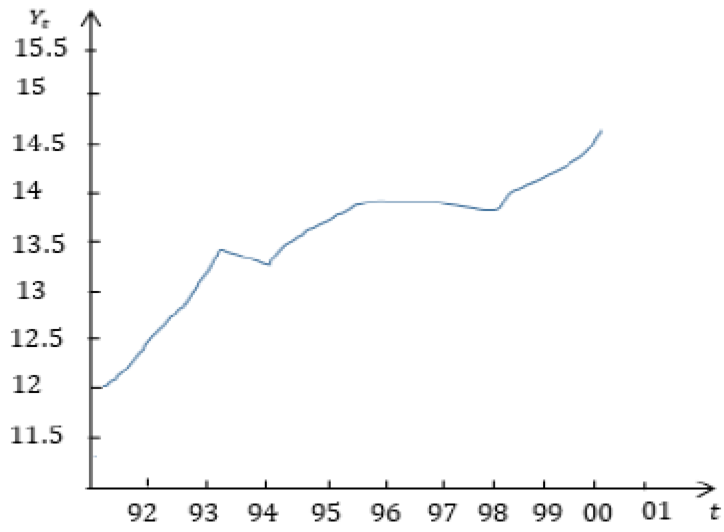
1.2 الاتجاه العام (secular trend): و يرمز له ب : **T**

يسمى أيضا بالتغيرات الاتجاهية ولفظ الاتجاه العام يرتبط بالاتجاه الذي تأخذه السلسة الزمنية خلال فترة طويلة من الزمن، بالإضافة أنه ليس من الضروري أن يكون هذا الاتجاه العام بشكل معين ثابت، ولكن الفكرة العامة تعني أن هناك حركة دائمة في اتجاه معين: أعلى أو أسفل، على اليمين أو اليسار، هذا يعني سواء يكون متناقص أو متزايد.

فالاتجاه العام للظاهرة في المدى الطويل يكون تصاعديا (أي اتجاه موجب) يتزايد بطبيعته على مدار الزمن، كعدد السكان في كثير من الدول النامية، و استهلاك الكهرباء ....إلى غير ذلك. أما الاتجاه السالب يخص الظواهر التي تتناقص على مدار الزمن كاقتناء السلع الآخذة في الانقراض بفضل التجديد و اختراع سلع أخرى بديلة، كالتلفزيونات غير الملونة، بالإضافة إلى الاختفاء التدريجي للظاهرة مثل الخيول في المدن الكبيرة و التي حلت محلها السيارات كوسيلة النقل.

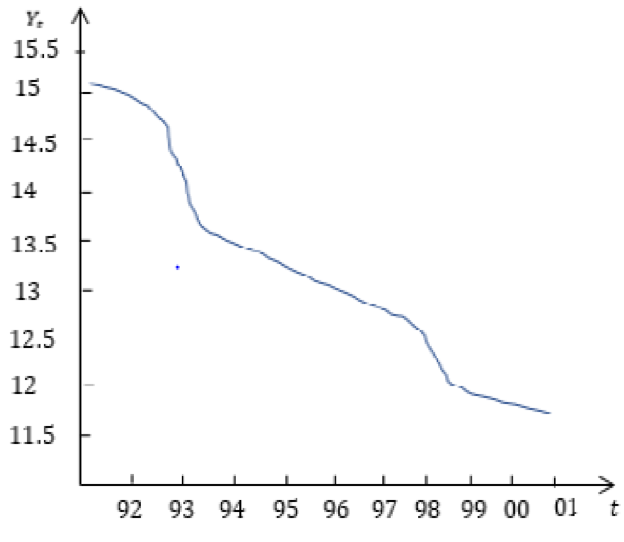
ويتضح من هذه الأمثلة أن هذه التغيرات تمت بصفة تدريجية و استغرقت وقتا طويلا قد يصل مثلا إلى قرن، ومن هنا تتخلى مهمة الإحصائي عند دراسته للاتجاه العام في محاولته الوصول إلى قاعدة تمكنه من وصف سير الظاهرة في الظروف العادية و كذا قياس مقدار الانحرافات تمهيدا لمعرفة أسبابها.

الشكل(3): سلسلة زمنية ذات اتجاه عام موجب



المصدر: رملي محمد، مرجع سابق ذكره، ص: 10

الشكل(4): سلسلة زمنية ذات اتجاه عام سالب



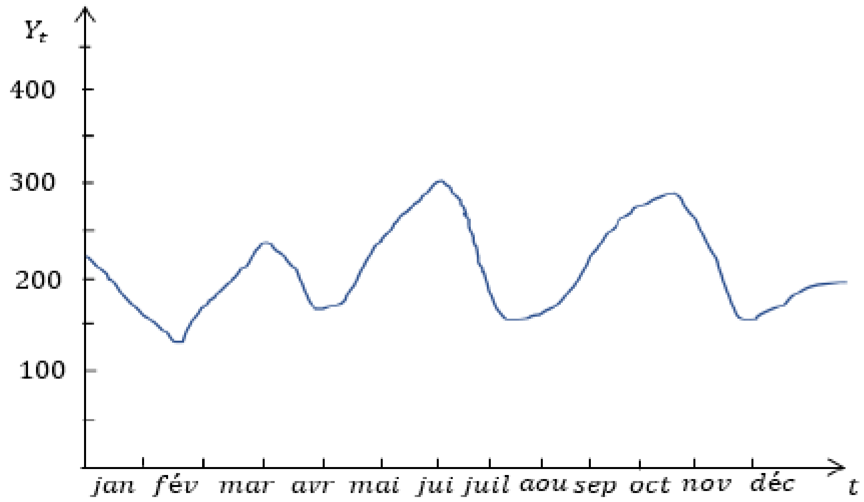
المصدر: رملي محمد، مرجع سابق ذكره، ص: 10

2.2 التغيرات الموسمية (seasonal): و يرمز لها ب : S

تسمى أيضا بالتغيرات الفصلية، ولفظ موسم نعني به الوحدات الزمنية أقل من سنة، فقد تكون ساعة، يوم، أسبوع، شهر، ثلاث أشهر، أربعة أشهر، ستة أشهر،...

هي متغيرات متشابهة في مسار سلوكها، والتي تظهر في فترات زمنية منتظمة ومحددة بصفة متعاقبة، تتأثر بعامل الموسمية كالأعياد، يوم الجمعة، الدخول المدرسي، الفصول الأربعة، مثلا كاستهلاك الغاز بكثرة في فصل الشتاء، استهلاك المرطبات في فصل الصيف...

الشكل(5): سلسلة زمنية ذات مركبة موسمية



المصدر: رملي محمد، مرجع سابق ذكره، ص: 10

3.2 التغيرات الدورية (Cyclical): و يرمز لها ب : C

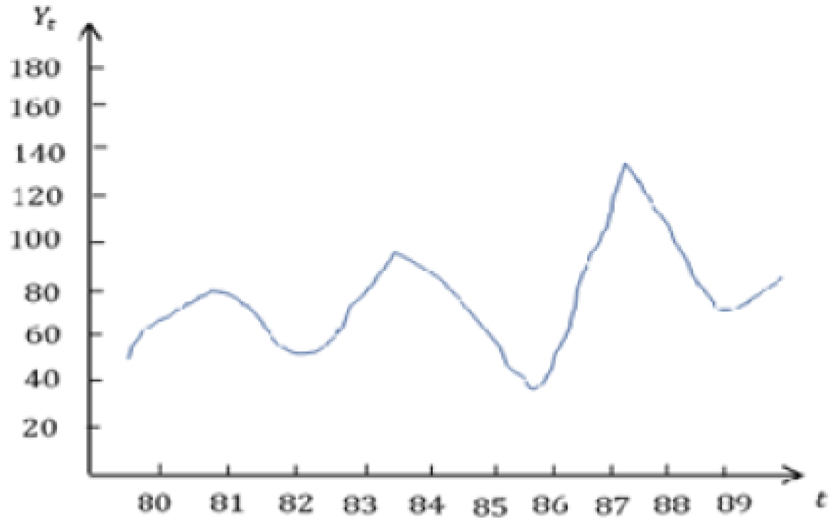
تسمى أيضا بالتغيرات الدورية، تشبه التغيرات الموسمية أي منتظمة، لكن تخص الوحدات الزمنية أكثر من سنة (فترة طويلة)، أي على فترات متباعدة تمتد إلى عشرات السنين. و هذه التغيرات من الصعب التنبؤ بها، و لكن تعتمد على دورة المعاملات الإقتصادية في الدولة و التي قد تختلف من دولة إلى أخرى.[1] و قد تختلف داخل الدولة الواحدة من قطاع اقتصادي إلى أخر و حتى من منظمة إلى

---

[1] حامد الشمرتي، مؤيد الفضل، " الأساليب الإحصائية في اتخاذ القرار"، دار مجدلاوي للنشر و التوزيع، الأردن، 2005، ص:179

أخرى. و خير الأمثلة على مثل هذه المتغيرات الدورية حدوث حالات الكساد و الانتعاش أو الرواج ثم الركود وقد تمتد الدورة من ثمان إلى عشرة سنوات أو أكثر، و ذلك تبعا للظروف الداخلية و الخارجية المحيطة. لذلك فطول الدورة هو تلك الفترة التي تمضي قبل أن تستعيد الظاهرة حالتها العادية.

الشكل(6): سلسلة زمنية ذات مركبة دورية



المصدر: رملي محمد، مرجع سابق ذكره، ص: 11

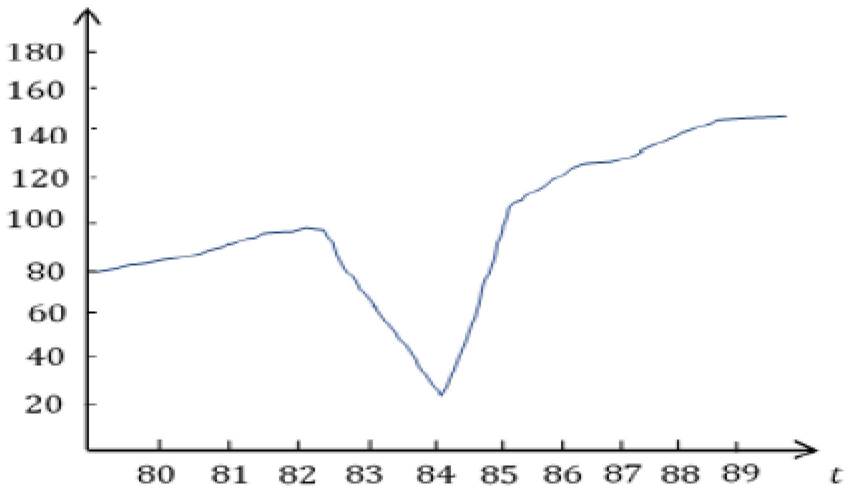
4.2 التغيرات العرضية أو الفجائية (Irregular): و يرمز لها ب : **I**

هي التي تحدث نتيجة أسباب عرضية أو طارئة وهذه التغيرات يمكن تقسيمها إلى قسمين:

* قسم يعتمد على عامل الصدفة البحتة ويطلق عليه التغيرات العشوائية، وذلك يحدث تغيرات في السلسلة لا يمكن التنبؤ بها، فتارة تكون في اتجاه وأخرى تكون في اتجاه آخر بصورة عشوائية تماما.

* قسم يعتمد على عوامل فجائية طارئة ولكن قوية تظهر من وقت لآخر مثل الحروب أو الزلازل والكوارث الفجائية والأوبئة.

الشكل(7): سلسلة زمنية ذات مركبة عرضية



المصدر: رملي محمد، مرجع سابق ذكره، ص: 11

3. الفروض الأساسية تحليل السلاسل الزمنية:

إن الهدف من التحليل السلاسل الزمنية هو فصل مكوناتها الرئيسية للحركة الاقتصادية حتى تبرز التغيرات النوعية و يمكن قياس تأثيرها الخاص، كما يستخدم كل من نموذج حاصل الجمع و نموذج حاصل الضرب كتقريب جيد للعلاقة الحقيقية بين عناصر و مكونات السلسلة التي تظهرها البيانات كما توجد علاقة بين هذه المركبات، هذه العلاقة يمكن أن تكون: تجميعية، جدائية و مختلطة.

يتطلب تحليل السلسلة الزمنية صياغة نموذج رياضي يمثل السلسلة المعطا ة. و قد طور الأخصائيون عدة نماذج رياضية تربط بين قيم المشاهدات، و قيم المركبات المختلفة للسلسلة الزمنية.

إن قيم المشاهدة **Yt** في لحظة زمنية **t** هي بدلالة المكونات السابقة الذكر (اتجاه عام، موسمية، عرضية، دورية) . و تكتب العلاقة بينهم كالأتي: $Yt = f(T_t, S_t, C_t, I_t)$. و مع استبعاد الدورات لأنها في الغالب تحدث في السلاسل الزمنية الطويلة جداً نكتب: : $Yt = f(T_t, S_t, I_t)$. و يمكن تمثيل هذه الدالة بالنماذج التالية[1]:

- **تجميعية**: أي: $y = T+ C+ S+ I$

- **جدائية**: أي: $y = T.\ C.\ S.I$

[1] حامد الشمرتي، مؤيد الفضل، مرجع سابق ذكره، ص: 182

- **مختلطة**: أي: $y = T. C+ S+ I$ أو $y = T+ C. S. I$

1.3 النموذج التجميعي:

حيث يفترض أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) في أي نقطة زمنية هي حاصل جمع المركبات الأربعة أي أن: $Y = T+ C+ S+ I$. و يستعمل هذا النموذج إذا فرضنا أن وحدة قياس جميع المركبات متشابهة و تشابه وحدة قياس المشاهدات Y، و يحدث ذلك أيضًا عندما نريد أن نقدر قيم المركبات لا نسبها. و عند استعمال هذا النموذج يجب أن يكون بالإمكان فرض أن جميع المركبات مستقل بعضها عن بعض، بمعنى أن حدوث إحداها لا يؤثر في حدوث المركبات الأخرى . و في هذا النموذج يجب أن يكون مجموع قيم المركبة الفصلية على مدار السنة مساويا صفرًا.[1]

2.3 النموذج الضربي:

هو النموذج الذي يفترض أن قيمة الظاهرة (المشاهدة) عند أي نقطة زمنية يساوي حاصل ضرب المركبات الأربعة أي أن: $Y = T.\ C. S .I$

و يستعمل هذا النموذج غالبًا في الحالات التي تكون فيها المركبات **S, C, I** معطاة أو مطلوبة على صورة نسب مئوية، وذلك من أجل أن تكون وحدات قياس **T** هي نفس وحدات قياس **Y**.

و من صفات النموذج أنه يستخدم في الحالات التي يمكن أن نفرض فيها أن المركبات الأربعة يؤثر بعضها في بعض على الرغم من أن مصادر حدوثها تكون مختلفة.

و من أمثلة السلاسل التي يصلح لها النموذج الضربي سلسلة كميات المبيعات من سلعة معينة، لأنه يبدو أن هناك تأثيرا واضحًا للمركبات فيما بينها[2].

3.3 النموذج المختلط:

نجد في حالة التشكل المختلط علاقة تجميعية و جدائية في نفس السلسلة الزمنية و تكتب كالأتي:

$Y = T. C+ S+ I$ أو $Y = T+ C. S. I$ [3]

فتحليل السلسلة الزمنية إلى مركباتها الأساسية يعتبر مفيد من الناحية الو صفية و التحليلية بشرط أن تكون هذه المركبات مستقلة .كما أنه يمدنا بتقريب أولي يمكن استخدامه في التنبؤ. لكن هذا

---

[1] جاك لوكايون، كريستيان لابروس، " الإحصاء الوصفي"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1988، ص: 278

[2] جاك لوكايون، كريستيان لابروس، مرجع سابق ذكره، ص: 279

[3] Regis Bourbonnis, Michel Tirraza, « Analyse des séries temporelle en économie », PUF, 1998, P : 18

الافتراض قد يكون غير واقعي لأن حدوث أي تغير عرضي كالكوارث الطبيعية يؤثر على مركبات السلسلة الزمنية.

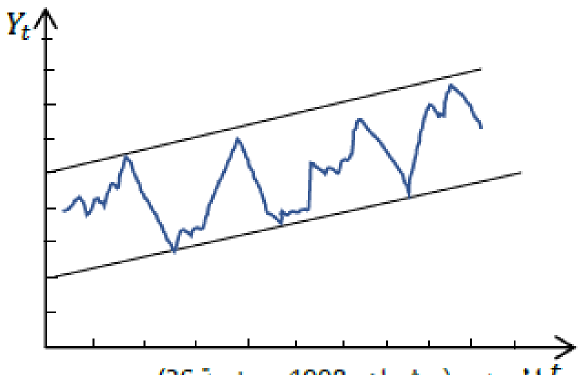
يمكن معرفة طبيعة النموذج عن طريق حساب المتوسط الحسابي و الإنحراف المعياري للسلسلة، فإذا كان هذين الأخيرين ثابتين في وحدة الزمن فإن السلسلة تشكل نموذجا تجميعيا. و إذا كلن غير ذلك فالسلسلة تشكل نموذجا جدائيا. و عند إدخال اللوغاريتم على النموذج الجدائي أو النموذج المختلط نحصل على نموذج تجميعي عادي.

توجد طريقتين لتحديد العلاقة بين مركبات السلسلة الزمنية:

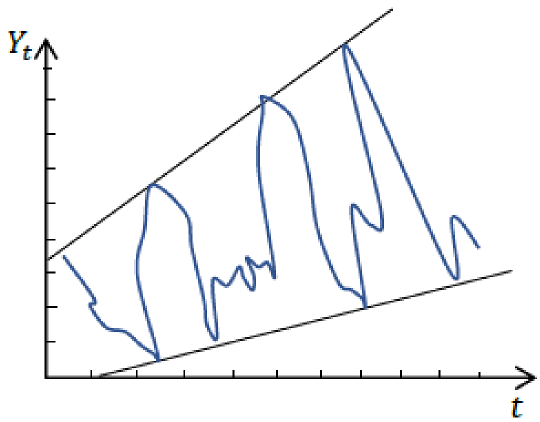
أ. الطريقة البيانية:

تكون السلسلة الزمنية من نوع الحالة التجميعية لما تنحصر ذبذباتها بين خطين متوازيين، أي أن هذه الهزات ثابتة الشدة. بينما السلسلة الزمنية من نوع الحالة الجدائية فتكون ذبذباتها غير ثابتة الشدة، أي تباين متزايد أو متناقص و تكون محصورة بين خطين يشكلان زاوية منفرجة.[1]

الشكل 8: الحالة التجميعية



الشكل 9 الحالة الجدائية



المصدر: (حشمان، 1998، صفحة 36)

أما الحالة المختلطة فهي أصعب حالة لا يمكن معرفتها.

ب . الطريقة الانحدارية (معادلة الانحدار):

نقوم بالاستناد على طريقة المربعات الصغرى التي تعطي الصيغة العامة ل $\hat{a}$:[2]

[1] صلاح الدين كروش، مرجع سابق ذكره، ص: 62
[2] مولود حشمان، مرجع سابق ذكره، ص: 54

$$\hat{a} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sigma_i \overline{Y}_i - \overline{m}\,\overline{\sigma}\,\overline{\overline{Y}}}{\sum_{i=1}^{m} \overline{Y}_i^2 - m\,\overline{\overline{Y}}^2}$$

- إذا كان: $\hat{a} < 0.05$ فإن السلسلة الزمنية تجميعية.
- إذا كان: $\hat{a} > 0.1$ فإن السلسلة الزمنية جدائية.
- إذا كان: $0.05 \leq \hat{a} \leq 0.1$ فإن السلسلة الزمنية مختلطة.

4. طرق الكشف عن مركبات السلسة الزمنية:

هناك طريقتين مختلفتين للكشف عن مركبات السلسة الزمنية، تتمثل الطريقة الأولى في الطريقة البيانية، أما الطريقة الثانية فتتمثل في استعمال الطريقة التحليلية من خلال الاختبارات الرياضية.

1.4 الطريقة البيانية:

ان استعمال هذه الطريقة يتطلب دقة كبيرة في عرض بينات السلسلة الزمنية، و نهتم في هذه المرحلة بدراسة و تحليل الظروف التي تولدت عنها هذه السلسلة الزمنية. التمثيل البياني لمشاهدات السلسلة الزمنية يعكس مركباتها الأساسية بشكل أوضح، و لهذا فانه إذا كان ميل اتجاه السلسلة الزمنية موجبا فانه يدفع الاتجاه نحو الأعلى وإذا كان سالبا فانه يدفع به نحو الأسفل هذا يدل على وجود مركبة الإتجاه العام. بينما المركبة الفصلية أو الدورية، فمن خلال العرض البياني لهما يكون على شكل قمم أو نتوءات بشكل منتظم، شريطة أن الفترة الزمنية تكون شهر، فصل .....أو سنوات بالنسبة للمركبة الدورية. بينما تتمثل المركبة العشوائية في تلك التذبذبات التي تشوش سلوك المركبات المنتظمة و تطبعها بصبغة عشوائية، و الأشكال السابقة توضح ذلك.[1]

2.4 الاختبارات الإحصائية:

في كثير من الحالات لا يكون التمثيل البياني كافيا للكشف عن مركبة السلسلة الزمنية مما يستلزم استعمال الأدوات الإحصائية والتي بدورها تنقسم إلى قسمين:

1.2.4 الاختبارات الحرة:

[1] رملي محمد، مرجع سابق ذكره، ص: 12

سميت بالاختبارات الحرة لأن المتغير العشوائي لا يخضع بالضرورة لأي توزيع احتمالي، إذا فهي حرة التوزيع، و لا تتطلب أي فرضية حول التوزيع الاحتمالي للخطأ، فهي تعتمد على القوانين فقط. علما أنه من فرضيات طريقة المربعات الصغرى الإعتيادية **OLS** أن المتغير العشوائي يخضع إلى التوزيع الطبيعي.[1]

هذه الاختبارات هي سهلة في حساباتها إلا أنه يعاب على ضعفها في الكشف عن مركبات السلسلة الزمنية.، و في هذه المجموعة سنحاول ترتيب هذه المقاييس حسب الأفضلية الممكنة.

2.2.4 الاختبارات الغير حرة:

هي الأدوات التي تخضع إلى التوزيعات الإحصائية الشهيرة

5. الكشف عن مركبة الاتجاه العام:

1.5 الاختبارات الحرة (اللابرامترية):

1.1.5 اختبار التوالي (تعاقب الإشارات):

يستخدم هذا الاختبار لكشف مدى عشوائية السلسلة الزمنية، لهذا يدعى في غالب المراجع الإحصائية باختبار العشوائية وهو يستعمل في التحقق من وجود مركبة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية، وتوضع فرضياته كالآتي:[2]

H_0: سلسلة عشوائية (لا يوجد مركبة الاتجاه العام)

H_1: سلسلة ذات مركبة الاتجاه العام.

خطوات إجراء هذا الاختبار هي كالآتي:

1- ترتيب مشاهدات السلسلة الزمنية ترتيب تصاعدي.

2- حساب الوسيط، و هي المشاهدة المقابلة للرتبة **m** في السلسلة المرتبة تصاعديا كالآتي:

* إذا كان عدد المشاهدات **T** فردي فإن:

$\boldsymbol{m} = \frac{\mathbf{T+1}}{\mathbf{2}}$، وبالتالي الوسيط $M_e = y_m$

إذا كان عدد المشاهدات **T** زوجي فإن:

$\boldsymbol{m} = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{2}}$، و الوسيط: $M_e = (y_m + y_{m+1}) / 2$

---

[1] جلاطو ج، " الاحصاء التطبيقي مع تمارين و مسائل محلولة"، دار الخلدونية، الجزائر، 2007، ص:147

[2] مولود حشمان، مرجع سابق ذكره، ص، 31

(حيث y يمثل شعاع المشاهدات، مرتبة ترتيبا تصاعديا، وتصبح m دليلها).

3- إعطاء إشارة سالبة للقيم الأصغر من M_e وموجبة للقيم الأكبر من M_e.

4- حساب **R** الممثل لعدد مرات توالي الإشارة من الموجب إلى السالب أو العكس.

5- اتخاذ القرار:

* إذا كان **m≤20**، يتم رفض أو قبول الفرضية وفقا للمخطط التالي:[1]

28 ← ———————— | ———————— | ———————— → 0

منطقة رفض H_0 R_U منطقة قبول H_0 R_L منطقة رفض H_0

حيث R_L و R_U تمثل القيم الحرجة الجدولية الدنيا والعليا و المقابلة للرتبة **m** (حسب جدول القيم الحرجة لاختبار R)

الجدول (1): جدول القيم الحرجة

R_U	R_L	m	R_U	R_L	m
19	8	13	10	2	5
20	9	14	11	3	6
22	10	15	13	3	7
23	11	16	14	4	8
25	11	17	15	5	9
26	12	18	16	6	10
27	13	19	17	7	11
28	14	20	17	7	12

المصدر: مولود حشمان، مرجع سابق ذكره، ص: 241

* إذا كان: **m>20** يتم حساب **Z** المحسوبة حسب العلاقة التالية:

$$|Z| = \frac{R-\mu R}{\sigma R}$$

[1] مولود حشمان، مرجع سابق ذكره، ص: 32

مع العلم أن:

$$\mu_R = m+1 \qquad \sigma_R = \sqrt{\frac{m(m+1)}{2m-1}}$$

* إذا كانت $|Z| > Z_{\alpha/2}$: فيتم رفض الفرضية H_0 أي السلسلة ليست عشوائية، أي وجود مركبة الاتجاه العام.

* إذا كانت $|Z| < Z_{\alpha/2}$: فيتم قبول الفرضية H_0 أي السلسلة الزمنية عشوائية، و لا وجود لمركبة الاتجاه العام.

$Z_{\alpha/2}$ هي Z الجدولية في غالب الأحيان تساوي **1.96** عند مستوى معنوية **α=5%** (القيمة الموجودة في جدول التوزيع الطبيعي المعياري).

مثال 1: لدينا الجدول التالي الذي يمثل استهلاك منتوج بريطاني خلال المدة الزمنية التالية:

الزمن	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المشاهدات	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181

- اختبر وجود أو عدم وجود مركبة الاتجاه العام باستخدام اختبار التوالي.

الحل:

1- ترتيب المشاهدات ترتيبا تصاعديا:

الزمن	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المشاهدات	153	155	156	158	162	162	163	164	171	172	173	181

2- حساب الوسيط:

بما أن عدد المشاهدات T زوجي، فإن:

$$m = T/2 \Rightarrow m = 6$$

وبالتالي الوسيط يصبح:

$$Me = \frac{Ym+Ym+1}{2} = \frac{Y6+Y7}{2} = \frac{162+163}{2}$$

$$\Rightarrow Me = 162.5$$

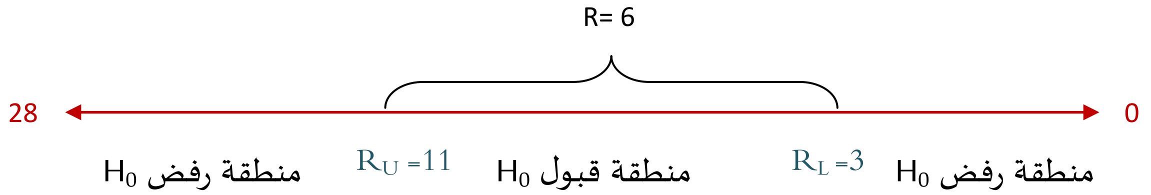
3- إعطاء إشارة سالبة للقيم أقل من Me و موجبة للقيم أكبر من Me (ليس من الجدول المرتب بل من الجدول الأصلي)

Me= 162.5	155	158	163	171	151	156	162	172	162	164	173	181
الإشارة	-	-	+	+	-	-	-	+	-	+	+	+

4- حساب R: (عدد مرات اختلاف الإشارة) R = 6

5- اتخاذ القرار: حسب جدول القيم الحرجة لاختبار R، نجد أنه عند:

$m = 6 \Rightarrow R_L = 3$ و $R_U = 11$



بما أن **R = 6** موجودة في منطقة القبول H_0، هذا يعني أن السلسلة عشوائية، أي لا يوجد لأي مركبة اتجاه عام.

مثال 2: لدينا الجدول التالي:

السنة	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
المشاهدة	18.66	19.24	19.86	19.90	19.98	20.21	20.47	20.5	21.80	12.90	13.12	13.50	13.93
1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
14.50	14.78	14.92	15.30	15.90	16.20	16.84	17.20	18.53	19.5	19.75	19.97	20.15	20.63
2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
21.23	22.53	24.63	25.71	26.53	27.27	27.93	28.05	29.33	30.5	31.72	32.43	33.33	34.42

- اختبر وجود مركبة الاتجاه العام باستخدام اختبار التوالي.

الحل:

1- ترتيب المشاهدات ترتيبا تصاعديا.

18.53	17.20	16.84	16.20	15.90	15.30	14.92	14.78	14.50	13.93	13.50	13.12	12.90
20.63	20.50	20.47	20.21	20.15	19.98	19.97	19.90	19.86	19.75	19.50	19.24	18.66
32.43	31.72	30.50	29.33	28.05	27.93	27.27	26.53	25.71	24.63	22.53	21.23	21.80
											34.42	33.33

2- حساب الوسيط:

بما أن عدد المشاهدات T هو فردي، فإن: $m=\frac{T+1}{2}=\frac{41+1}{2} \Longrightarrow m=21$

وبالتالي الوسيط: $Me=y_m=y_{21} \Longrightarrow Me=19.98$

3- إعطاء الإشارة السالبة للقيم أقل من Me وموجبة للقيم أكبر من Me.

+ + + + + + + + + + + + + + + + - - - - - - - - - - - - - - - - + + + + + - - - -

4- حساب R:

بنا أنه يوجد أربع تغيرات، فإن: R=4

5- اتخاذ القرار:

بما أن: $m>20$ فيجب في هذه الحالة حساب $|Z|$:

$$|Z|=\frac{R-\mu R}{\sigma R}=\frac{R-(m+1)}{\sqrt{\frac{m(m+1)}{2m-1}}}=\frac{4-(21+1)}{\sqrt{\frac{21(21+1)}{2(21-1)}}} \Longrightarrow |Z|=|-5.36|$$

بما أن $Z_{\alpha/2}$ الجدولية تساوي 1.96، فإنها أصغر من Z المحسوبة

$|Z|>Z_{\alpha/2}$ وبالتالي رفض الفرضية العديمة، أي عدم وجود سلسلة عشوائية، وبالتالي: ثبات وجود مركبة الاتجاه العام.

2.1.5 اختبار نقطة الانعطاف:

تعني عدد مرات صعود و نزول المنحنى، حيث الإشارة الموجبة تعني الصعود والإشارة السالبة تعني النزول. يهتم هذا الاختبار بعدد مرات تغير الإشارة من موجب الى سالب او العكس من خلال حساب الفروقات من الدرجة الأولى $\Delta Y = Y_t - Y_{t-1}$. إذا كانت السلسلة الزمنية عشوائية دون اتجاه عام، فان توزيع عدد مرات تغير الإشارة يكون تقريبا طبيعيا حتى بالنسبة الى العينات الصغيرة مما يمكن الاستعانة بجدول التوزيع الطبيعي لاستخراج القيم الطبيعية. تصاغ فرضياته كالتالي:[1]

H_0: سلسلة عشوائية (لا يوجد اتجاه عام)

H_1: يوجد مركبة الاتجاه العام

خطوات إجراء هذا الاختبار هي كالآتي:

1- حساب الفروق من الدرجة الأولى للسلسلة الزمنية: ΔY_t ($\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$)

2- أعطاء إشارة موجبة للفروق الموجبة و السالبة للفروق السالبة.

3- حساب **U** و هو عدد مرات تغير الإشارة في ΔY_t

4- اتخاذ القرار: يتم رفض الفرضية H_0 إذا كانت: $|Z| > Z_{\alpha/2}$ حيث:

$$|Z| = \frac{U - \mu u}{\sigma u}$$

مع العلم أن:

$$\sigma u = \sqrt{\frac{16T-29}{90}} \qquad \mu_u = \frac{2(T-2)}{3}$$

يستخدم هذا الاختبار إلا في حالة عدد المشاهدات أكبر من 10 ($T > 10$)

[1] صلاح الدين كروش، مرجع سابق ذكره، ص: 58

<u>مثال:</u> (نفس المثال الأول)

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y_t	155	158	163	171	153	156	162	172	162	164	173	181
Δy_t	__	3	5	8	-18	3	6	10	-10	2	9	8
الإشارة	__	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+

من الجدول نجد: **T=12 ; U=5**

$$\left|Z\right| = \frac{U-\mu u}{\sigma u} = \frac{U-(\frac{2(T-2)}{3}}{\sqrt{\frac{16T-29}{90}}} \Rightarrow \left|Z\right| = \frac{5-(\frac{2(12-2)}{3}}{\sqrt{\frac{16(12)-29}{90}}}$$

$$\left|Z\right| = 1.23$$

بما أن: $\left|Z\right| < Z_{\alpha/2}$ أي: 1.23<1.96 أي قبول الفرضية العديمة، و بالتالي: السلسلة الزمنية عشوائية. يعني عدم وجود مركبة الإتجاه العام.

3.1.5 اختبار الإشارة:

يعتمد اختبار الإشارة (V) على إشارات الفروق من الدرجة الأولى من موجبة و سالبة، كما يفترض التوزيع العشوائي للمعطيات. يتم صياغة فرضياته كالآتي:[1]

H_0: سلسلة عشوائية

H_1: وجود مركبة الاتجاه العام

خطوات إجراء هذا الاختبار هي كالآتي:

1- تحديد عدد الفروق الموجبة **V** وعدد الفروق الغير صفرية **n**

2- لا يمكن متابعة الاختبار إلا إذا كانت **n≥20**

3- اتخاذ القرار: يتم رفض الفرضية **H_0** إذا كانت $\left|Z\right| > Z_{\alpha/2}$

[1] مولود حشمان، مرجع سابق ذكره، ص: 39

$$\left| Z \right| = \frac{V-\mu v}{\sigma v}$$

مع العلم أن:

$$\mu_v = \frac{n}{2} \qquad\qquad \sigma v = \sqrt{\frac{n}{4}}$$

مثال: لدينا الجدول التالي:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
y_t	10	19	64	32	12	12	68	29	7	18	60	36	6	11	64	50	11	19	69	20	9	20	54	30

- اختبر وجود مركبة الاتجاه العام للسلسلة الزمنية.

الحل:

Δy_t	-	9	45	-32	-20	0	56	-39	-22	11	42	-24	-30	5	53	-14	-39	8	50	-49	-11	11	34	-24

*عدد الفروق الموجبة: **V= 11**

*عدد الفروق الغير صفرية: **n= 22**

بما أن: **n≥20** نتابع الاختبار:

$$\left| Z \right| = \frac{V-\mu v}{\sigma v} = \frac{V-\frac{n}{2}}{\sqrt{\frac{n}{4}}} = \frac{11-\frac{22}{2}}{\sqrt{\frac{22}{4}}} \Rightarrow \left| Z \right| = 0$$

بما أن: $\left| Z \right| < Z_{\alpha/2}$ يتم قبول الفرضية العديمة: أي أن السلسلة عشوائية (خالية من مركبة الاتجاه العام) .

4.1.5 اختبار دانيال:

يعتبر أقوى الاختبارات الحرة، فهو يستعين بمعامل الارتباط الرتبي لسبيرمان، حيث يعتمد هذا المعامل على قياس الارتباط بين رتبتين.

و تصاغ فرضياته كالآتي:

H_0: سلسلة عشوائية

H_1: سلسلة ذات مركبة الاتجاه العام

و مراحل إجراء الاختبار هي كالآتي:[1]

1- ترتيب السلسلة تصاعديا.

2- تحديد رتب قيم السلسلة الزمنية التصاعدي **R** والزمني **t**.

3 حساب إحصاءة الاختبار بالعلاقة التالية: $r = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{t} di^2}{T(T^2-1)}$

حيث: $\sum_{i=1}^{t} di^2$ يمثل مجموع مربعات الفرق بين الترتيب التصاعدي و الزمني: أي $d_i = (R_i - t)$،

حيث تتراوح قيمة **r** بين **1** و **1-**.

4- اتخاذ القرار: حيث يتم رفض الفرضية العديمة إذا:

* إذا كان عدد العينات صغير $(T \leq 30)$: يتم رفض H_0 إذا كان: $|r| > r_{\alpha/2}$

* إذا كان عدد العينات كبير $(T > 30)$: يتم رفض H_0 إذا كان: $|Z| > Z_{\alpha/2}$

حيث:

$$|Z| = \frac{r - \mu r}{\sigma r}$$

و بما أن:

$$\sigma_r = \frac{1}{\sqrt{T-1}} \quad \text{و} \quad \mu_r = 0$$

بالتعويض نجد:

$$|Z| = \frac{r}{\sigma r} \Rightarrow |Z| = r\sqrt{T-1}$$

[1] رملي محمد، مرجع سابق ذكره، ص: 15

مثال: نفس المثال 1، (T≤30)

1- ترتيب البيانات: من الأصغر إلى الأكبر

الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المشاهدة	153	155	156	158	162	162	163	164	171	172	173	181
	1	2	3	4	5.5	5.5	7	8	9	10	11	12

2 - تحديد رتب قيم السلسلة الزمنية التصاعدي R و الزمني t. (بالرجوع للجدول الأصلي)

الرتبة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المشاهدة	153	155	156	158	162	162	163	164	171	172	173	181
الرتبة R	2	4	7	9	1	3	5.5	10	5.5	8	11	12
d_i	-1	-2	-4	-5	4	3	1.5	-2	3.5	2	0	0
d_i^2	1	4	16	25	16	9	2.25	4	12.25	4	0	0

3- حساب احصاءة الاختبار:

نقوم بحساب $\sum di^2$:

$$\sum_{i=1}^{t} di^2 = 1+4+16+\cdots+0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{t} di^2 = 93.5$$

$$r = 1-\frac{6\sum_{i=1}^{t} di^2}{T(T^2-1)} = 1-\frac{6\times 93.5}{12(12^2-1)} \Rightarrow r = 0.67$$

4- اتخاذ القرار:

من جدول القيم الحرجة لمعامل الارتباط لسبيرمان وعند مستوى معنوية α=5 % وعند t=12 نجد:

$r_{\alpha/2}$=0.5804 و r المحسوبة **r=0.67** ، وبالتالي: $|r| > r_{\alpha/2}$

و بالتالي رفض الفرضية العديمة أي سلسلة زمنية ليست عشوائية، وبالتالي وجود مركبة الاتجاه العام.

مثال 2:

بافتراض توفر سلسلة زمنية ذات (75) مشاهدة، و بعد حساب معامل الارتباط r=0.51 ، المطلوب كشف مركبة الاتجاه العام عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$

بما أن: T=75 وهو T>30 نقوم بحساب Z

$$|z| = r\sqrt{T-1} \Rightarrow |Z| = 0.51\sqrt{75-1} \Rightarrow |Z| = 4.35$$

ونعلم أن $Z_{\alpha/2} = 1.96$ و بعد مقارنة $Z_{\alpha/2}$ الجدولية مع Z المحسوبة نجد: $|Z| > Z_{\alpha/2}$

أي رفض الفرضية العديمة وبالتالي سلسلة زمنية ليست عشوائية، بل وجود مركبة الاتجاه العام.

2.5 الاختبارات الغير حرة:

1.2.5 الطريقة البراميترية أو المعلمية:

يتم الكشف عن مركبة الاتجاه العام باستخدام الطريقة التالية، وهي تقدير معادلة الاتجاه العام، واختبار معنوية معلمة الاتجاه العام بالاعتماد على اختبار **student**، حيث تأخذ معادلة الاتجاه العام الشكل التالي:

$$\boxed{Y_t = \hat{a} + \hat{b}t + \mathcal{E}_t}$$

حيث $\hat{a}$ و $\hat{b}$ هي مقدرات a و b بينما $\mathcal{E}_t$ تمثل تقدير الأخطاء والتي تسمى البواقي، حيث يتم تقدير $\hat{a}$ و $\hat{b}$ بالعلاقات التالية:

$$\boxed{\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{T}(t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{T}(t_i - \bar{t})^2}}$$

أو

$$\boxed{\hat{b} = \frac{t_i y_i - T\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{T} t^2 - T\bar{t}^2}}$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\,\bar{t}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{T} yi}{T}$$

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{T} ti}{T} \quad \text{أو} \quad \bar{t} = \frac{T+1}{2}$$

بعد استخراج معادلة الاتجاه العام، يتم اختبار معنوية المعلمات كل واحدة على حدا:

$$t_{\hat{a}} = \frac{\hat{a} - a}{S_{\hat{a}}} \qquad t_{\hat{b}} = \frac{\hat{b} - b}{S_{\hat{b}}}$$

أما الانحراف المعياري $S_{\hat{a}}$ و$S_{\hat{b}}$ يحسب كالآتي:

$$S_{\hat{a}} = \sqrt{S_{\varepsilon}^2\left(\frac{1}{T} + \frac{\bar{t}^2}{\sum_{i=1}^{T}(ti - \bar{t})^2}\right)} \qquad S_{\hat{b}} = \sqrt{\frac{S_{\varepsilon}^2}{\sum_{i=1}^{T}(t_i - \bar{t})^2}}$$

حيث تشير S_{ε}^2 إلى تباين البواقي:

$$S_{\varepsilon}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{T} \varepsilon_i^2}{T - K}$$

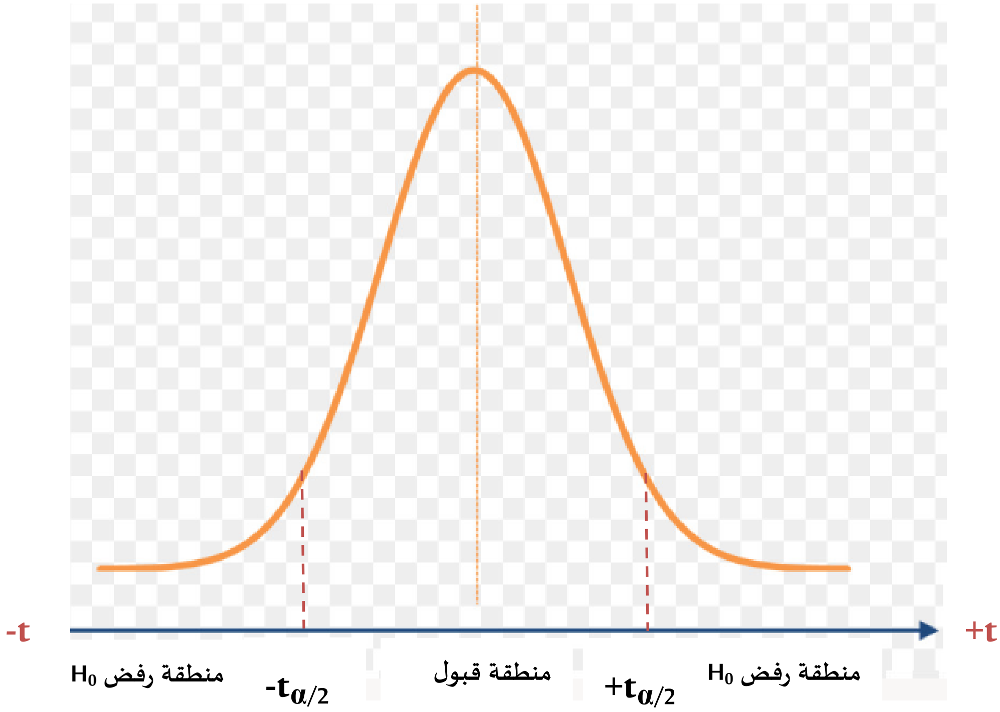
أما صيغ الاختبار هي من الشكل التالي:

H_0: السلسلة عشوائية

H_1: سلسلة زمنية ذات مركبة الاتجاه العام.

و لقبول أو رفض الفرضيات يتم مقارنة t المحسوبة ($t_{\hat{b}}$، $t_{\hat{a}}$) مع t الجدولية $t \pm (\alpha/2\,;\,T-K)$ (يتم استخراجها من جدول student)، فإذا كانت t المحسوبة محصورة بين $(-t_{\alpha/2};\ +t_{\alpha/2})$ فيتم قبول

الفرضية H_0 ، أما إذا كانت **t** المحسوبة خارج $(-t_{\alpha/2}; +t_{\alpha/2})$ فيتم رفض H_0 وقبول H_1 أي وجود مركبة الاتجاه العام.



<u>مثال:</u>

لدينا الجدول التالي الذي يوضح مبيعات عشر أشهر لمؤسسة تنتج الهواتف النقالة (ألف وحدة):

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	**t**
150	200	250	300	200	150	300	320	350	400	**y**

- اكشف عن مركبة الاتجاه العام بالطريقة المعلمية.

ε^2_i	ε_i	$\hat{y}_t$	t^2	$t_i \cdot y_i$	$(t_i - \bar{t})^2$	$(t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})$	$y_i - \bar{y}$	$t_i - \bar{t}$	y_t	t
1585.473	39.818	360.182	1	400	20.25	-621	138	-4.5	400	**1**
135.443	11.638	338.364	4	700	12.25	-308	88	-3.5	350	**2**
11.930	3.454	316.546	9	960	6.25	-145	58	-2.5	320	**3**
27.793	5.272	294.728	16	1200	2.25	-57	38	-1.5	300	**4**
15106.868	-122.91	272.91	25	750	0.25	56	-112	-0.5	150	**5**
2610.392	-51.092	251.092	36	1200	0.25	-31	-62	0.5	200	**6**
5002.167	70.726	299.274	49	2100	2.25	57	38	1.5	300	**7**
1809.991	42.544	207.456	64	2000	6.25	-30	-12	2.5	250	**8**
206.267	14.362	185.638	81	1800	12.25	-217	-62	3.5	200	**9**
190.992	-13.82	163.82	100	1500	20.25	-504	-112	4.5	150	**10**
26687.316			**385**	**12610**	**82.5**	**-1800**			**2620**	**55**

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{T} y_i}{T} = \frac{2610}{10} \Rightarrow \bar{y} = 262$$

$$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{T} ti}{T} = \frac{1+2+\cdots+10}{10} \Rightarrow \bar{t} = 5.5$$

أو:

$$\bar{t} = \frac{T+1}{2} = \frac{10+1}{2} = 5.5$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{T}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{T}(t_i-\bar{t})^2} = \frac{-1800}{82.5} \Rightarrow \hat{b} = -21.818$$

أو:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{T} t_i y_i - T.\bar{t}.\bar{y}}{\sum_{i=1}^{T} t^2 - T\bar{t}^2} = \frac{-12610-(10)(5.5)(262)}{385-(10)(5.5)^2}$$

$$\hat{b} = -21.818$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t} \Rightarrow \hat{a} = 262 — 21.818(5.5)$$

$$\hat{a} = 382$$

وبالتالي يصبح النموذج المقدر كما يلي:

$$\boxed{\hat{y}_t = 382 - 21.818\, t}$$

و تعتبر هذه المعادلة: معادلة الاتجاه العام، والتي يمكن استخدامها في عملية التنبؤ، ولكن بعد إجراء عملية الاختبار الإحصائي على معالم النموذج المقدر، و فيما يلي الاختبارات الإحصائية:

* نقوم بحساب تباين البواقي أولا:

مع العلم أن: $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$

$$S_{\varepsilon}^{2}=\frac{\sum_{i=1}^{T}\varepsilon_{\varepsilon}^{2}}{T-K}=\frac{26687.316}{10-2}\Rightarrow S_{\varepsilon}^{2}=3335.914$$

* بعدها نقوم بحساب الانحراف المعياري $S_{\hat{a}}$ و $S_{\hat{b}}$:

$$S_{\hat{a}}=\sqrt{S_{\varepsilon}^{2}\left(\frac{1}{T}+\frac{\bar{t}^{2}}{\sum_{i=1}^{T}(ti-\bar{t})^{2}}\right)}=\sqrt{3335.914\left(\frac{1}{10}+\frac{5.5^{2}}{82.5}\right)}\Rightarrow S_{\hat{a}}=39.455$$

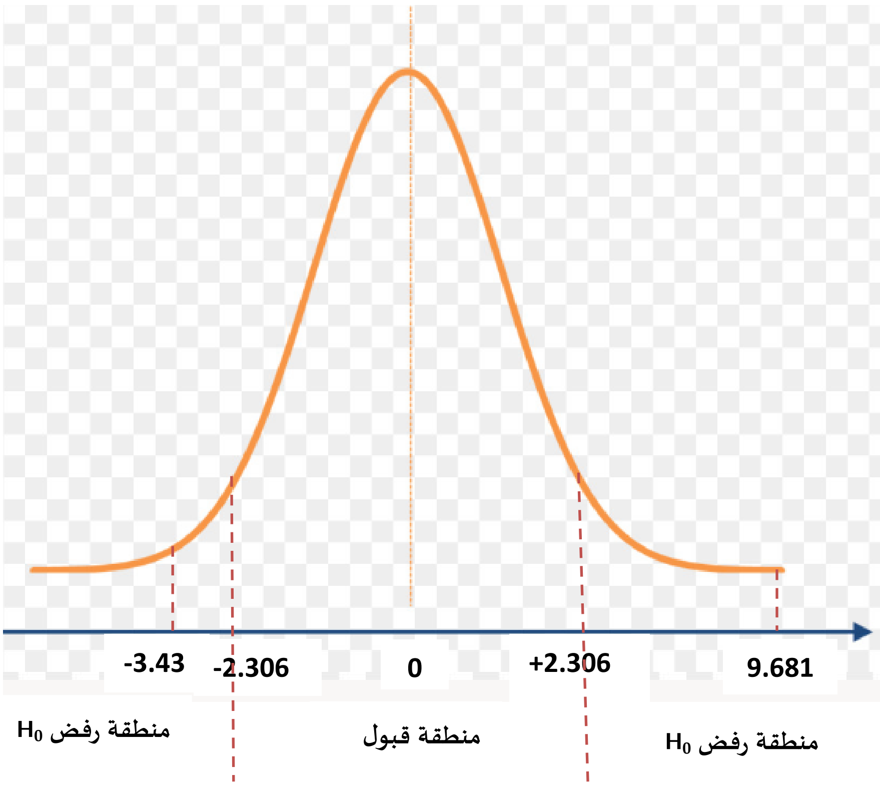
$$S_{\hat{b}}=\sqrt{\frac{S_{\varepsilon}^{2}}{\sum_{i=1}^{T}(t_{i}-\bar{t})^{2}}}=\sqrt{\frac{3335.914}{82.5}}\Rightarrow S_{\hat{b}}=6.358$$

* الآن يتم حساب كل من $t_{\hat{a}}$ و $t_{\hat{b}}$ للقيام بعملية اختيار معنونية المعلمات:

$$t_{\hat{a}}=\frac{\hat{a}-a}{S_{\hat{a}}}=\frac{382-0}{39.455}\Rightarrow t_{\hat{a}}=9.681$$

$$t_{\hat{b}}=\frac{\hat{b}-b}{S_{\hat{b}}}=\frac{-21.818}{6.358}\Rightarrow t_{\hat{b}}=3.43$$

* بعدها نقوم باستخراج **t** الجدولية من جدول **student** :



بما أن $t_{\hat{a}}$ و $t_{\hat{b}}$ تقعان خارج منطقة قبول H_0 أي منطقة رفض H_0 هذا يعني أن السلسلة ليست عشوائية، أي: وجود مركبة الاتجاه العام.

6. الكشف عن المركبة الفصلية:

بعد سلسلة الكشف عن مركبة الإتجاه العام، سوف نقوم بالكشف عن المركبة الموسمية بنفس الطريقة. أي بالطريقة البيانية إذا كانت التذبذبات واضحة و تدل على المركبة الفصلية كمثلا الطلب على المنتوجات الغذائية الباردة نلاحظ أنه متزايد في فصل الصيف لكن في فصل الشتاء ينقص الطلب عليه. أما في حالة السلاسل الزمنية شديدة التذبذب فيصعب التعرف عن المركبة الموسمية في هذه الحالة يتم اللجوء إلى الإختبارات الإحصائية.

1.6 الاختبارات الحرة:

لكشف المركبة الموسمية يمكن استعمال اختبار نقطة الإنعطاف و اختبار الإشارة اللذان استخدما في الكشف عن مركبة الإتجاه العام. فلكشف المركبة الموسمية يتم دراسة إشارات الفروق من الدرجة الأولى فقط، و البحث في مدى انتظامها كليا مثلا: (+ + - +، + + - +، + + - +) أو جزئيا (+ + + -، + + - -، + + + -)، حيث نسجل في هذا الأخير إشارتي(+) في بداية كل سنة و إشارة (-) في فصل الربيع من كل سنة.

من بين الطرق التحليلية الحرة نجد أيضا اختبار لا معلمي و هو اختبار **Kruskall Wallis** لأنه لا يتطل تقدير المتوسط والتباين في ذلك. في الواقع، لا نستخدم حتى قيم المتغير التي تم جمعها من العينات و لكن نستخدم فقط ترتيبهم في القائمة المرتبة لجميع القيم.

1.1.6 اختبار kruskall – wallis:

يستعمل هذه الاختبار خصيصا لكشف المركبة الفصلية فقط، و خطوات استخدام هذا الاختبار هي كالآتي:

1- صياغة الفرضيات:

H_0: سلسلة عشوائية (عدم وجود المركبة الفصلية)

H_1: وجود المركبة الفصلية

2- إيجاد الإحصاءة KW من خلال القانون التالي:

$$kw = \frac{12}{T(T+1)} \left[\sum_{i=1}^{p} \frac{{R_i}^2}{n_i}\right] - 3(T+1)$$

علما أن هذا الإختبار يتبع توزيع كاي مربع chi2 ب (p – 1) كدرجة حرية $X^2_{(p-1)}$ $\curvearrowright$ Kw

حيث:

R$_i$: مجموع رتب المشاهدات المقابلة للفصل i

n$_i$: عدد المشاهدات المقابلة للفصل i

P: متغير يعبر عن الدورة (**p=4** مشاهدات فصلية، **p=2** مشاهدات سنوية،...)

3-إيجاد قيمة الإحصاءة الجدولية: حيث **kw** يتبع تقريبا توزيع **chi2** أي:

$X^2_{(p-1,\alpha)}$ $\curvearrowright$ **Kw**

4- اتخاذ القرار: وذلك بالمقارنة بين **kw** المحسوبة و X^2 الجدولية:

*إذا كان: **kw** > X^2 : رفض H_0 أي وجود المركبة الفصلية.

* إذا كان: **kw** < X^2 : قبول H_0 أي السلسلة عشوائية (عدم وجود المركبة الفصلية).

<u>مثال:</u>

الجدول التالي يبين الإنتاج الموسمي لأحد المصانع خلال الفترة 1-1994 إلى 4-1998 (بآلاف الوحدات):

سنة/فصل	مشاهدة	سنة/فصل	مشاهدة	سنة/فصل	مشاهدة
1994-1	45	**1995-4**	45	**1997-3**	43
1994-2	39	**1996-1**	47	**1997-4**	48
1994-3	36	**1996-2**	41	**1998-1**	49
1994-4	43	**1996-3**	40	**1998-2**	41
1995-1	44	**1996-4**	44	**1998-3**	38
1995-2	40	**1997-1**	47	**1998-4**	47
1995-3	39	**1997-2**	46		

- اكشف عن المركبة الفصلية باستخدام اختبار **kruskall – wallis** عند مستوى معنوية **α =5%**.

<u>الحل:</u>

1- صياغة الفرضيات:

H_0: عدم وجود مركبة فصلية.

H_1: وجود مركبة فصلية.

2- إيجاد قيمة الإحصاءة **kw** (المحسوبة).

* ترتيب القيم تصاعديا و تحديد الرتب **R_i**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
36	38	39	39	40	40	41	41	43	43	44	44	45	45	46	47	47	47	48	49
1	2	3.5	3.5	5.5	5.5	7.5	7.5	9.5	9.5	11.5	11.5	13.5	13.5	15	17	17	17	19	20

	1994		1995		1996		1997		1998		
	مشاهدات	R_i	مشاهدات	R_i	مشاهدات	R_i	مشاهدات	R_i	مشاهدات	R_i	$\sum R_i$
الفصل1	45	13.5	44	11.5	47	17	47	17	49	20	79
الفصل2	39	3.5	40	5.5	41	7.5	46	15	41	7.5	39
الفصل3	36	1	39	3.5	40	5.5	43	9.5	38	2	21.5
الفصل4	43	9.5	45	11.5	44	11.5	48	19	47	17	70.5

* عدد المشاهدات: **t=20**

* عدد السنوات: **n_i=5**

* عدد الفصول: **p=4**

$$kw = \frac{12}{T(T+1)}\left[\sum_{i=1}^{p}\frac{{R_i}^2}{n_i}\right] - 3(T+1)$$

$$\Rightarrow kw = \frac{12}{20(20+1)}\left[\frac{79^2}{5} + \frac{39^2}{5} + \frac{21.5^2}{5} + \frac{70.5^2}{5}\right] - 3(20+1)$$

$$\Rightarrow Kw = 12.20865$$

3- إيجاد قيمة الإحصاءة الجدولية X^2:

$$X^2_{(p-1,\alpha)} = X^2_{(3,0.05)} \Rightarrow X^2 = 7.815$$

4- اتخاذ القرار:

بما أن: **kw**> X^2 فإنه يتم رفض H_0 ، أي السلسلة ليست عشوائية، و يوجد المركبة الفصلية.

2.6 الاختبارات الغير حرة:

1.2.6 دالة الارتباط الذاتي:

تعتمد على فكرة الارتباط بين المشاهدات وفي فترات مختلفة، حيث تظهر الفصيلة في الرسم البياني لهذه الدالة في شكل قمم وانخفاضات في فترات زمنية تعادل **p**، أي أنه تظهر قمة في دورة تعادل **p** ونفس الشيء بالنسبة للانخفاضات، يتم حساب معاملات دالة الارتباط الذاتي للمتغير وفق العلاقة التالية أين: **k= 1 ;2 ;3 ;… ;k**   (**k** تمثل بالتقريب ربع حجم العينة **k=T/4**).

$$r_k=\frac{\sum_{t=1}^{T}\left(y_t-\bar{y}\right)\left(y_{t-k}-\bar{y}\right)}{\sum_{t=1}^{T}\left(y_t-\bar{y}\right)^2}$$

مثال: نفس المثال السابق

سنة/فصل	مشاهدة	سنة/فصل	مشاهدة	سنة/فصل	مشاهدة
1994-1	45	**1995-4**	45	**1997-3**	43
1994-2	39	**1996-1**	47	**1997-4**	48
1994-3	36	**1996-2**	41	**1998-1**	49
1994-4	43	**1996-3**	40	**1998-2**	41
1995-1	44	**1996-4**	44	**1998-3**	38
1995-2	40	**1997-1**	47	**1998-4**	47
1995-3	39	**1997-2**	46		

- اكشف عن المركبة الفصلية باستخدام اختبار دالة الإرتباط الذاتي.

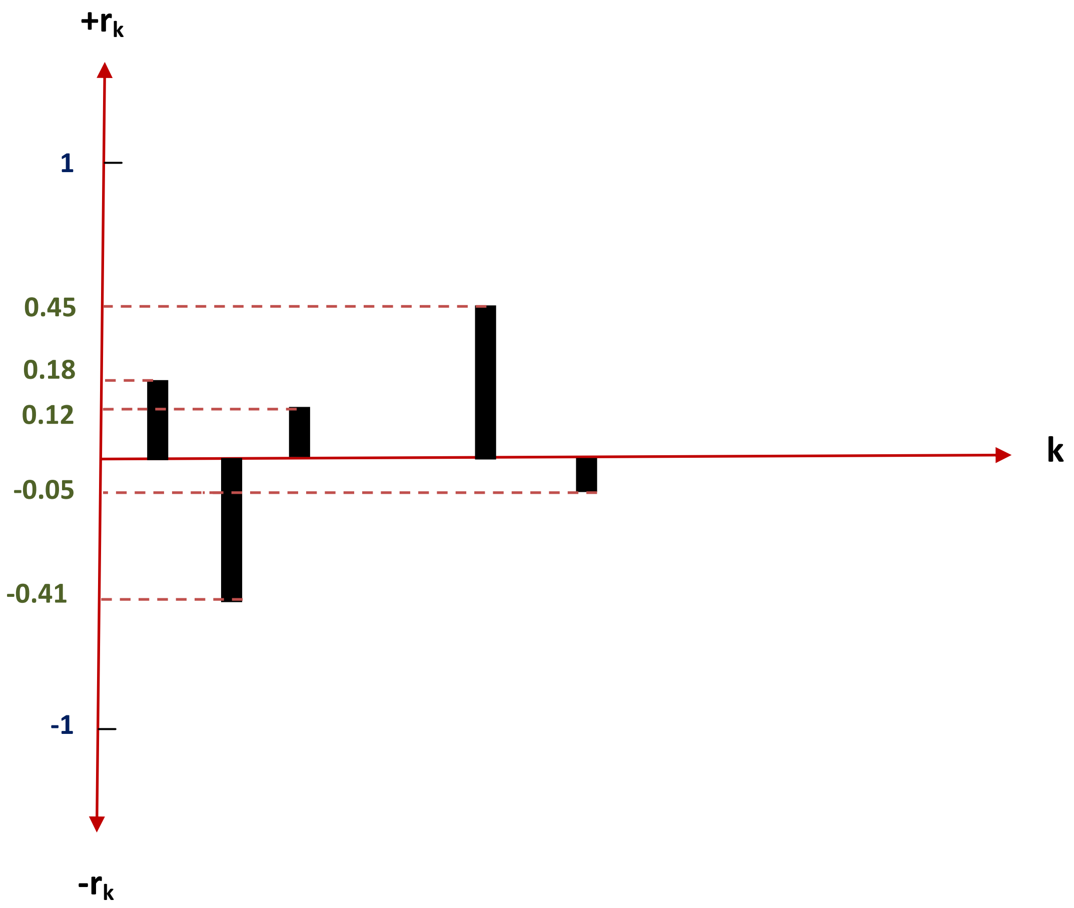
t														
1	45	1.9	3.61	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
2	39	-4.1	16.81	1.9					-7.79				
3	36	-7.1	50.41	-4.1	1.9				29.11	-13.49			
4	43	-0.1	0.01	-7.1	-4.1	1.9			0.71	0.41	-0.19		
5	44	0.9	0.81	-0.1	-7.1	-4.1	1.9		-0.09	-6.39	-3.69	1.71	
6	40	-3.1	9.61	0.9	-0.1	-7.1	-4.1	1.9	-2.79	0.31	22.01	12.71	-5.89
7	39	-4.1	16.81	-3.1	0.9	-0.1	-7.1	-4.1	12.71	-3.69	0.41	29.11	16.81
8	45	1.9	3.61	-4.1	-3.1	0.9	-0.1	-7.1	-7.79	-5.89	1.71	-0.19	-13.49
9	47	3.9	15.21	1.9	-4.1	-3.1	0.9	-0.1	7.41	-15.99	-12.09	3.51	-0.39
10	41	-2.1	4.41	3.9	1.9	-4.1	-3.1	0.9	-8.19	-3.99	8.61	6.51	-1.89
11	40	-3.1	9.61	-2.1	3.9	1.9	-4.1	-3.1	6.51	-12.09	-5.89	12.71	9.61
12	44	0.9	0.81	-3.1	-2.1	3.9	1.9	-4.1	-2.79	-1.89	3.51	1.71	-3.69
13	47	3.9	15.21	0.9	-3.1	-2.1	3.9	1.9	3.51	-12.09	-8.19	15.21	7.41

14	46	2.9	8.41	3.9	0.9	-3.1	-2.1	3.9	11.31	2.61	-8.99	-6.09	11.31
15	43	-0.1	0.01	2.9	3.9	0.9	-3.1	-2.1	-0.29	-0.39	-0.09	0.31	0.21
16	48	4.9	24.01	-0.1	2.9	3.9	0.9	-3.1	-0.49	14.21	19.11	4.41	-15.19
17	49	5.9	34.81	4.9	-0.1	2.9	3.9	0.9	28.91	-0.59	17.11	23.01	5.31
18	41	-2.1	4.41	5.9	4.9	-0.1	2.9	3.9	-12.39	-10.29	0.21	-6.09	-8.19
19	38	-9.1	26.01	-2.1	5.9	4.9	-0.1	2.9	10.71	-30.09	-21.99	0.51	-14.79
20	47	3.9	15.21	-5.1	-2.1	5.9	4.9	-0.1	-19.89	-8.19	23.01	19.11	-0.39
	862		**259.8**						**48.39**	**-107.52**	**31.57**	**118.16**	**-13.27**

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{T} = \frac{862}{20} \Rightarrow \bar{y} = 43.1$$

$$k = \frac{T}{4} = 5$$

$$r_1 = \frac{48.39}{259.8} = 0.18 \;;\; r_2 = \frac{-107.52}{259.8} = -0.41 \;;\; r_3 = \frac{31.57}{259.8} = 0.12 \;;\; r_4 = \frac{118.16}{259.8} = 0.45 \;;\; r_5 = \frac{-13.27}{259.8} = -0.05$$



+rk
1
0.45
0.18
0.12
-0.05
-0.41
-1
k
-rk