Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math

Année Universitaire 2022/2023
1ère Année LMD-Math
Durée : 01 h 30 min

Epreuve finale d'Electricité

Exercice 1 : (7 pts)

Soit un groupement de condensateurs illustré sur la figure 1

1- Calculer la tension (différence de potentiel) entre les armatures de chaque condensateur.
2- Déterminer la capacité équivalente de l'ensemble.
3- Calculer la charge électrique portée par chaque condensateur.
4- Quelle est l'énergie stockée dans le condensateur C_1

On donne : $C_1 = 8 . 10^{-3}$ F; $C_2 = 4 . 10^{-3}$ F; $C_3 = 6 . 10^{-3}$ F; $C_4 = 12 . 10^{-3}$ F et U=90V.

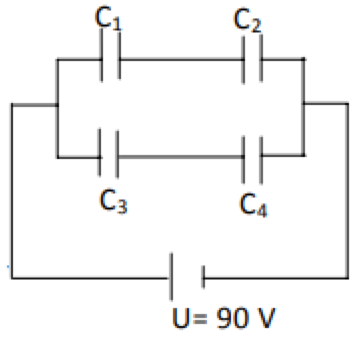


Figure 1

Exercice 2 : (6 pts)

Soit un fil (**AB**) portant une distribution de charges linéaire de densité linéique uniforme positive **λ** (figure 2).

1- Déterminer le champ électrique $\mathbf{E_M}$ produit en un point M par cette distribution de charges en fonction de β, α et x.
On donne **OM=x,** (Les points A et B sont définis par les angles -β $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{MA})$ et $\alpha(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{MB})$ respectivement)
.

2- Déduire le champ électrique au point M dans le cas d'un fil infini, et écrire l'expression du potentiel dans ce cas en fonction de x.

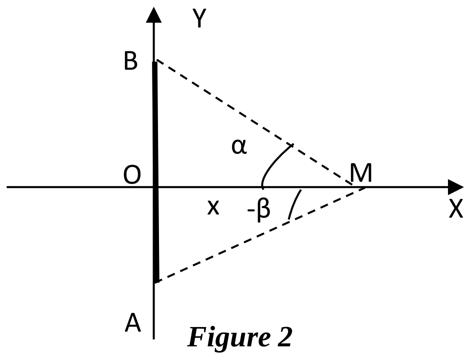


Figure 2

Exercice 3 : (7 pts)

On considére le circuit représenté sur la figure 3.

1- Indiquez le sens des courants I_1, I_2 et I_3, et précisez si le générateur E_2 joue le rôle d'un générateur ou un récepteur ?

2 -En appliquant les lois de Kirchoff, déterminez les valeurs des courants I_1, I_2 et I_3,

3- Calculez la tension aux bornes de la résistance R_3

4-Trouver la puissance dégagée par la résistance R_1.

On donne E_1=12V, E_2=8V, $R_1 = R_5 = 1\Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$, $R_3 = 5\ \Omega$, $R_4 = 3\ \Omega$

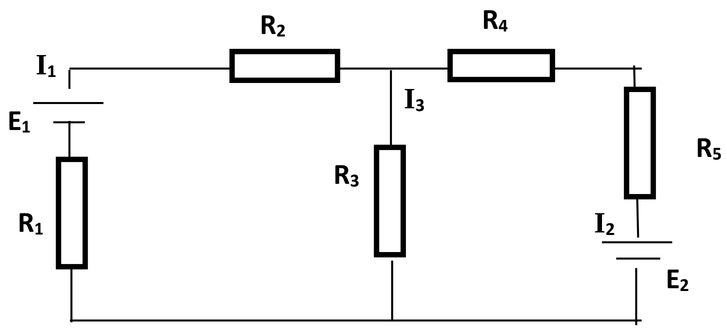
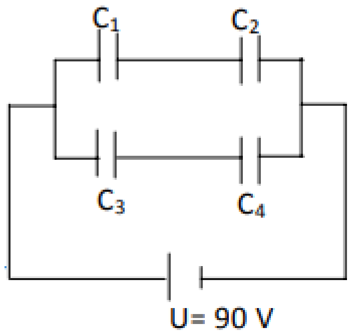


Figure 3

Corrigé de l'épreuve finale

Exercice 1 : (7 pts)



1- la tension entre les armatures de chaque condensateur. (02,5 pts)

$C_1 = 8 \cdot 10^{-3}$ F; $C_2 = 4 \cdot 10^{-3}$ F; $C_3 = 6 \cdot 10^{-3}$ F; $C_4 = 12 \cdot 10^{-3}$ F et U=90V.

$U_{C1} + U_{C2} = U_{C12}$ (0,25 pts) et $U_{C3} + U_{C4} = U_{C34}$ (0,25 pts)

$U_{C12} = U_{C34} = U = 90$ (0,2 5 pts)

avec $Q_{C1} = Q_{C2} = Q_{C12} \Rightarrow C_1U_{C1} = C_2U_{C2} = C_{12}U_{C12}$ (0,25 pts)

et $Q_{C3} = Q_{C24} = Q_{C34} \Rightarrow C_3U_{C3} = C_4U_{C4} = C_{34}U_{C34}$ (0,25 pts)

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1U_{C1} = C_2U_{C2} \\ U_{C1} + U_{C2} = U \\ C_3U_{C3} = C_4U_{C4} \\ U_{C3} + U_{C4} = U \end{cases} \text{(0, 25 pts)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8\,U_{C1} = 4\,U_{C2} \\ U_{C1} + U_{C2} = U \\ 6U_{C3} = 12U_{C4} \\ U_{C3} + U_{C4} = U \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8\,U_{C1} = 4\,U_{C2} \\ U_{C1} + U_{C2} = U \\ 6U_{C3} = 12U_{C4} \\ 2U_{C4} + U_{C4} = U \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\,U_{C2} = U = 90\,V \\ 3\,U_{C4} = U = 90\,V \end{cases}$$

$\Rightarrow U_{C2} = 30$V et $U_{C4} = 30$ V (0, 5 pts)

$U_{C1} = 90 - 30 = 60$ V et $U_{C3} = 90 - 30 = 60$ V(0, 5 pts)

1- La capacité équivalente (01,5 pts)

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \Rightarrow C_{12} = \frac{8}{3} \text{ (0,5 pts)}$$

$$\frac{1}{C_{34}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow C_{34} = 4\ \mu\text{F} \text{(0,5 pts)}$$

$$C_{eq} = C_{12} + C_{34} = 4 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3} \cdot 10^{-3}\ \text{F (0,5 pts)}$$

2- La charge de chaque condensateur (02pts)

$Q_{C12} = C_{12}U_{C12} = \frac{8}{3} \cdot 90 = 240 \cdot 10^{-3}$ C (01 pt)

Donc $Q_{C1} = Q_{C2} = Q_{C12} = 240\ .10^{-3}$ C

$Q_{C34} = C_{34}U_{C34} = 4\ .90 = 360\ .10^{-3}$C (01 pt)
Donc $Q_{C3} = Q_{C4} = Q_{C34} = 360\ .10^{-3}$ C

3- L'énergie stockée dans le condensateur C_2 (<u>01pt</u>)

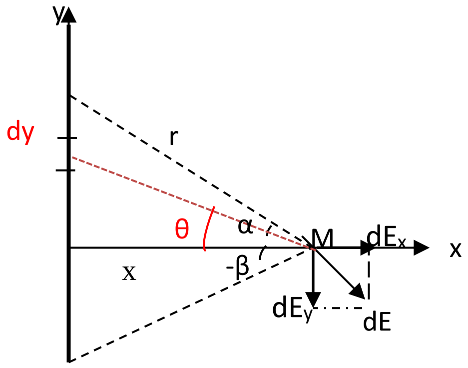
$$E_{C1} = \frac{1}{2}C_1U_{C1}^2 = \frac{1}{2}.\ 8.\ (30)^2 \text{ (0,5 pts)}$$

$$\Rightarrow E_{C1} = \frac{1}{2}.\ 8.\ (30)^2$$

$\Rightarrow E_{C1} = 3600\ .10^{-3}$j=3,6 j (0,5 pts)

<u>Exercice 2</u> : 6pts

1-Le champ électrique E en M. (<u>04 pt</u>)



$$\begin{cases} \overrightarrow{dE} = k\dfrac{dq}{r^2}\vec{U} \text{(0.25pts)} \\ dq = \lambda dy \text{(0.25pts)} \\ \vec{U} = cos\theta\,\vec{\imath} - sin\theta\,\vec{\jmath} \text{ (0.25pts)} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{dE} = k\frac{dq}{r^2}\vec{U} \quad = k\frac{\lambda dy}{r^2}(cos\theta\,\vec{\imath} - sin\theta\,\vec{\jmath})\text{(0.25pts)}$$

Ou bien:$dE_x = dE\cos\theta = k\frac{dq}{r^2}cos\theta$ (0. 5pts)

$dE_y = -dE\sin\theta = -k\frac{dq}{r^2}\ sin\theta$ (0. 5pts)

D`autre part $tg\theta = \frac{y}{x} \Rightarrow y = xtg\theta \Rightarrow dy = \frac{x}{\cos^2\theta}d\theta$(0.25pts)

Avec $\cos\theta = \frac{x}{r} \Rightarrow r = \frac{x}{cos\theta}$(0.25pts)

Donc
$$\begin{cases} dE_X = k\dfrac{\lambda\frac{a}{cos^2\theta}d\theta}{\frac{a^2}{cos^2\theta}}cos\theta \\ dE_y = -k\dfrac{\lambda\frac{a}{cos^2\theta}d\theta}{\frac{a^2}{cos^2\theta}}sin\theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dE_X = k\dfrac{\lambda}{a}cos\theta d\theta \\ dE_y = -k\dfrac{\lambda}{a}sin\theta d\theta \end{cases} \text{(0.5pts)}$$

$$E_x = \int dE_x = \frac{k\lambda}{x}\int_{-\beta}^{\alpha}\cos\theta d\theta$$

$$E_y = \int dE_y = \frac{k\lambda}{x}\int_{-\beta}^{\alpha}(-\sin\theta)d\theta$$

$$E_x = \frac{k\lambda}{x}\big(sin\alpha - sin(-\beta)\big) = \frac{k\lambda}{x}(sin\alpha + sin\beta)\text{(0.5pts)}$$

$$E_y = \frac{k\lambda}{x}\big(cos\ \alpha - cos(-\beta)\big) = \frac{k\lambda}{x}(cos\ \alpha - cos\beta)\text{(0.5pts)}$$

2-Pour un fil infini: (<u>01 pt</u>)

Dans ce cas $-\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{\pi}{2}$

$E_x = \int dE_x = \frac{k\lambda}{x}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta d\theta$ (0.25pts)

$dE_y = \int dE_y = \frac{k\lambda}{x}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} -\sin\theta d\theta = 0$(0.25pts)

Donc $E = E_x = \frac{2k\lambda}{x}$(0.5pts)

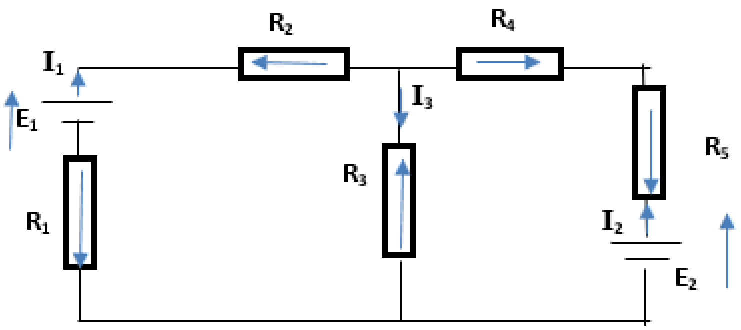
Le potentiel électrostatique : : (01 pt)

$$\begin{cases} \vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \text{(0.25pts)} \\ E = E(x) \end{cases} \Rightarrow E = -\frac{dV}{dx} \Rightarrow V = -\int E dx = -\int \frac{2k\lambda}{x} dx \text{ (0.25pts)}$$

$$V = -2k\lambda.\ln x + C\text{(0.5pts)}$$

Exercice 3 : (7 pts)

1-Le générateur E_2 joue le rôle du générateur car il donne le courant I_2, il ne fait pas jute passer le courant (0.5pts)



(0.5pts)

2- les courants I_1, I_2, I_3 (04 pts)

Loi des nœuds $I_3= I_1+ I_2$ (0.5pts)

D'après la loi des mailles :

$E_1- R_2 I_1 -R_3I_3-R_1I_1 =0$ (0.5pts)

$E_2- R_5 I_2 -R_4I_2- R_3I_3 =0$ (0.5pts)

En remplaçant I_3 par I_1+I_2,on aura (0.5pts)

$E_1- (R_2 +R_3+ R_1)I_1- R_3I_2 =0$

$E_2 -(R_4 +R_3+ R_5)I_2- R_3I_1 =0$

$12-10 I_1- 5I_2 =0$ (1)

$8- 5 I_1 -9 I_2=0$(2)

En faisant (1)-2x (2)

$(8- 5 I_1 -9 I_2=0)$x 2 $=16-10 I_1 -18 I_2=0$ (0.5pts)

On trouve $4-13I_2=0$ donc $I_2=0.3$ A(0.5pts) , $I_1=1.05$A(0.5pts) et $I_3=1.35$A(0.5pts)

3- la tension aux bornes de la résistance R_3 : $U_{R3}=R_3 .I_3$ (0.5pts)=5 . 1.35=6,75 V (0.5pts)

4-La puissance dégagée par la résistance R_1 : $P_{R1}=R_1 . (I_1)^2$(0.5pts)

$P_{R1}=1 . (1.05)^2=1,10$ Watt (0.5pts)