حلول تمارين الفصل الثالث والرابع

التمرين1:

الجدول التالي يبين كميات الانتاج (طن) خلال اشهر سنة 2014 لمؤسسة الخشب:

xi	ni	xi*ni	ni↑	xi^2*ni
1	14	14	14	14
2	15	30	29	60
3	17	51	46	153
4	19	76	65	304
5	20	100	85	500
6	25	150	110	900
7	26	182	136	1274
8	30	240	166	1920
9	31	279	197	2511
10	33	330	230	3300
11	34	374	264	4114
12	36	432	300	5184
∑	300	2258		20234

4- في اي مدة تحقق المؤسسة 25 % من انتاجها السنوي و مادا نسمي هذا المؤشر (الربيع الأول)

الربيع الأول هو القيمة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{4}$ أو $Rg = 0.25$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{4} = \frac{300}{4} = 75$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 153 هي اقرب قيمة ل 75 .

✓ إيجاد قيمة الربيع الأول :

القيمة الموافقة ل75 في قيم $n_i \uparrow$ هي

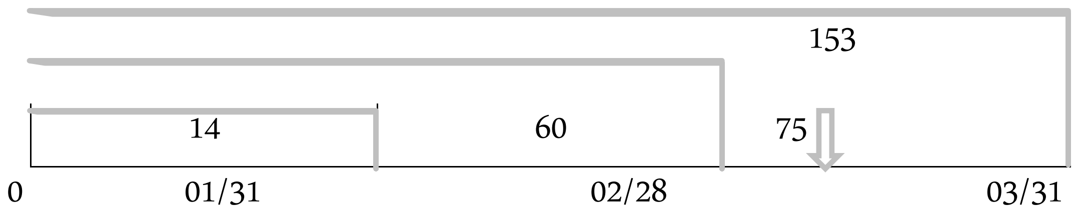
$$Q_1 = 3$$

اما المدة فكانت بين الشهر الثاني والشهر الثالث حسب الاتي :

$$3 - 2 \rightarrow 153 - 60 \qquad (x-2) = \frac{(3-2)*(75-60)}{(153-60)}$$

$$x - 2 \rightarrow 75 - 60 \qquad x = 2 + \frac{15}{93} = 2.16$$

المدة هي شهرين (31*0.16) أي شهرين 5 أيام

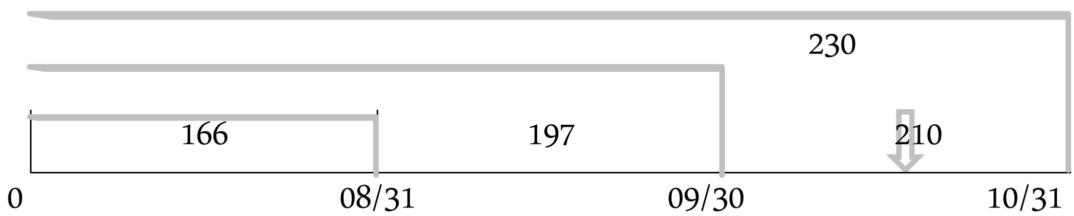


5- مؤسسة الخشب لديها زبون واحد اذا كان طلب هذا الزبون في 2014/10/10 هو 210 طن هل تستطيع تلبية الطلب ؟

سوف نبحث عن تاريخ هذا الإنتاج سنجده بين الشهر 9 و الشهر العاشر

$$10 - 9 \rightarrow 230 - 197 \qquad (x-9) = \frac{(10-9)*(210-197)}{(230-197)}$$

$$x - 9 \rightarrow 210 - 197 \qquad x = 9 + \frac{13}{33} = 9.39$$



المدة هي 9 أشهر و039*31 أي 9 اشهر و 12 يوم

تاريخ الإنتاج ل 210 طن هو 2014/10/12 وبالتالي المؤسسة لا تستطيع تلبية الطلب.

6- احسب الانحراف المعياري

نحسب أولا المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{2258}{300} = 7.52$$

حساب التباين والانحراف المعياري

$$v(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} - \bar{x}^2 = \frac{20234}{300} - 7.52^2 = 10.89 \ ; \delta(x) = \sqrt{10.89} = 3.3$$

التمرين2/

الجدول التالي يبين توزيع عدد الاستغلالات الزراعية حسب المساحة(هكتار) في منطقة معينة من الوطن :

ci	ni	xi	xi*ni	ai	ni’	xi²*ni
[0.10[	30	5	150	10	3	750
[10.30[	80	20	1600	20	4	32000
[30.50[	60	40	2400	20	3	96000
[50.100[	20	75	1500	50	0,4	112500
[100.200[	10	150	1500	100	0,1	225000
∑	200		7150			466250

1- احسب المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{7150}{200} = 35.75$$

متوسط المساحة المستغلة هي 35.75 هكتار

2- احسب الانحراف المعياري

$$v(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} - \bar{x}^2 = \frac{466250}{200} - 2.57^2 = 1053.1875 \ ; \delta(x) = \sqrt{1053.1875} = 32.46$$

3- اوجد قيمة المنوال

منوال هو القيمة ذات اكبر تكرار معدل وبما أن لدينا فئات غير متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى

الفئة ذات اكبر تكرار معدل $m_o \in [10 - 30[$

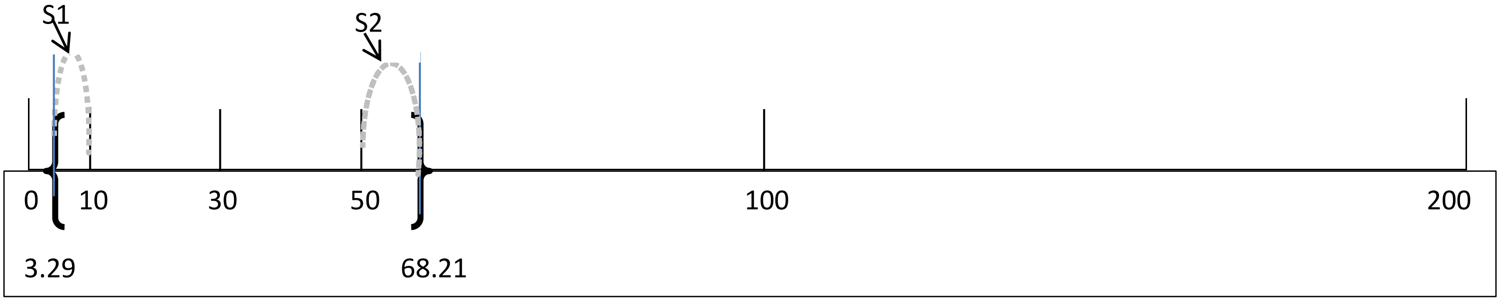
فئة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار معدل

$$m_o = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times a_i = 10 + \frac{(4-3)}{(4-3)+(4-3)} \times 20 = 20$$

اكثر الاستغلالات توظف في مساحة قدرها 20 هكتار

4- احسب نسبة الاستغلالات التي تنتمي الى المجال $\left[\bar{x}-\sigma_x,\bar{x}+\sigma_x\right]$

أي المجال $](35.75-32.46);(35.75+32.46)[$ أي $]3.29;68.21[$



$$\begin{Bmatrix}10-0 & \rightarrow 30\\ 10-3.29 & \rightarrow s1\end{Bmatrix};\ s1=\frac{(10-3.29)*30}{(10-0)}\ ;s1=\frac{6.71\times 30}{10}\ ;s1=20.13$$

$$\begin{Bmatrix}100-50 & \rightarrow 20\\ 68.21-50 & \rightarrow s2\end{Bmatrix};\ s2=\frac{(68.21-50)*20}{(100-50)}\ ;s2=\frac{18.21\times 20}{50}\ ;s2=7.284$$

النسبة هي (s1+80+60+s2)/200=(20.13+140+7.284)/200=167.414/200=83.70%

المجال $\left[\bar{x}-\sigma_x,\bar{x}+\sigma_x\right]$ يغطي 87 % من السلسلة الاحصائية

التمرين 3:

xi	ni	xi*ni	ni↑	xi^{2}*ni
0	7	0	7	0
1	13	13	20	13
2	24	48	44	96
3	36	108	80	324
4	12	48	92	192
5	8	40	100	200
∑	100	257		825

1- احسب المتوسط الحسابي:

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n}n_i}=\frac{257}{100}=2.57$$

متوسط عدد المرافق هو بالتقريب 3 مرافق

2- حساب المنوال :

المنوال هو القيمة ذات أكبر تكرار $m_o=3$

أغلب السكان يفضلون 3 مرافق

3- حساب الوسيط :

الوسيط هو القيمة ذات الرتبة $Rg=\frac{\sum n_i}{2}$

فباستعمال $n_i\uparrow$

$$Rg=\frac{\sum n_i}{2}=\frac{100}{2}=50$$

نبحث في قيم $n_i\uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 80 هي اقرب قيمة ل 50 .

✓ إيجاد قيمة الوسيط :

القيمة الموافقة ل80 في قيم $n_i\uparrow$ هي

$$m_e = 3$$

3- احسب الانحراف المعياري ومعامل الاختلاف :

حساب التباين والانحراف المعياري

$$1\text{- } v(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} - \bar{x}^2 = \frac{825}{100} - 2.57^2 = 1.6451 \ ; \delta(x) = \sqrt{1.6451} = 1.28$$

حساب معامل الاختلاف :

$$cv = \frac{\delta(x)}{\bar{x}} = \frac{1.28}{2.57} = 0.49$$

تشتت ضعيف نوعا ما

التمرين4:

ci	ni	xi	xi*ni	ni↑
[18-22 [	8	20	160	8
[22-26[	10	24	240	18
[26-30[	20	28	560	38
[30-34[	28	32	896	66
[34-38[	22	36	792	88
[38-42[	8	40	320	96
[42-46[	4	44	176	100
$\sum$	100		3144	

1 – اكمل الجدول

الشكل يوضح ان السلم هو

28 مقسوم 14 مربع اذن السلم هو 2 لكل مربع

2- ما هو متوسط سن الزواج

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{3144}{100} = 31.44$$

متوسط سن الزواج هو 31 سنة

3- في اي سن تزوج اكبر عدد من المتزوجين

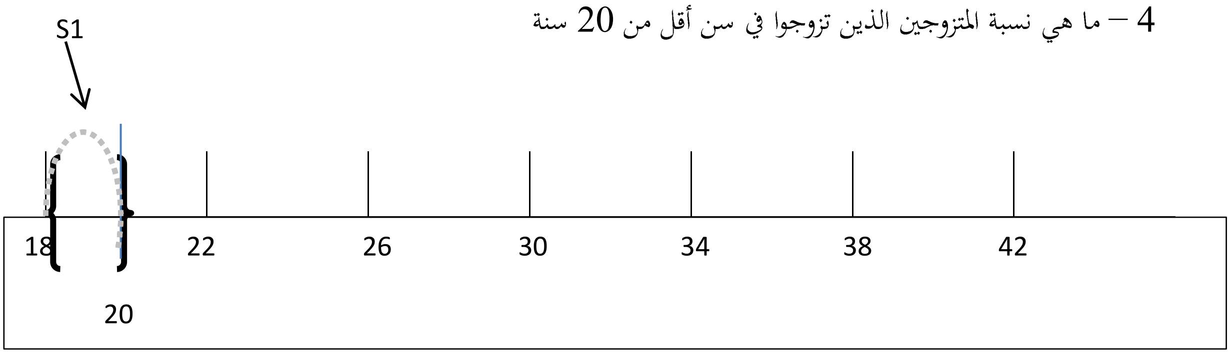
المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار وبما أن لدينا فئات متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار

$$m_o \in [30 - 34[$$

$$m_o = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times a_i = 30 + \frac{(28-20)}{(28-20)+(28-22)} \times 4 = 32.28$$

معظم المتزوجين تزوجوا في سن 32.28 سنة .

4 – ما هي نسبة المتزوجين الذين تزوجوا في سن أقل من 20 سنة



النسبة هي 100/4 =4% $\begin{cases} 22-18 & \rightarrow 8 \\ 20-18 & \rightarrow s1 \end{cases}$; $s1 = \frac{(20-18)*8}{(22-18)}$; $s1 = \frac{2\times 8}{4}$; $s1 = 4$

5-احسب الوسيط وفسر

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{2}$ أو $Rg = 0.5$

فباستعمال $n_i \uparrow$ $\quad Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{100}{2} = 50$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 66 هي اقرب قيمة ل50 .

✓ إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة]30-34]

$$m_e \in [30-34[$$

✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 30 + \frac{50-38}{28} \times 4 = 31.71$$

50% من المتزوجين تزوجوا في سن اقل من 31 سنة و50% من المتزوجين تزوجوا في سن اكبر من 31 سنة

التمرين 5:

ci	ni	xi	ni↑	xi*ni	$(x_i-\bar{x})$	$(x_i-\bar{x})^2 * ni$	$(x_i-\bar{x})^3 * ni$
[50-100[	6	75	6	450	-150	135000	-20250000
[100-150[	10	125	16	1250	-100	100000	-10000000
[150-200[	18	175	34	3150	-50	45000	-2250000
[200-250[	28	225	62	6300	0	0	0
[250-300[	18	275	80	4950	50	45000	2250000
[300-350[	10	325	90	3250	100	100000	10000000
[350-400[	6	375	96	2250	150	135000	20250000
$\sum$	96			21600		560000	0

أولا يجب إيجاد التكرارات بما أن التكرار المتجمع الصاعد يتعامل مع الحدود الثانية للفئات أي نقول 6 عمال يتقاضون اجر اقل من 100 وبالتالي الفئة الأولى هي]50-100] ونتابع الفئات الأخرى.

اما فيما يخص التكرارات فنعكس العملية المعتادة فالحصول على التكرار المتجمع الثاني كنا نقوم بجمع التمرار المطلق الأول والتكرار المطلق الثاني ،فيكون التكرار المطلق الثاني مساوي للتكرار المتجمع الصاعد الثاني ناقص التكرار المتجمع الصاعد الأول فيكون 16–6 =10 وبنفس الطريقة نجد التكرارات المطلقة الاخرى

1- حدد قيمة الوسيط

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{2}$ أو $Rg = 0.5$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{96}{2} = 48$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 62 هي اقرب قيمة ل 48 .

✓ إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة]650-700]

$$m_e \in [200 - 250[$$

✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 200 + \frac{48 - 34}{28} \times 50 = 225$$

50% من العمال يتقاضون اجر أقل من22500 دج و 50% من العمال يتقاضون اجر أكثر من22500 دج.

2- احسب المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{21600}{96} = 225$$

متوسط اجر العمال هو 22500 دج

3- اوجد قيمة المنوال

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار وبما أن لدينا فئات متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار مطلق $m_o \in [200 - 250[$

فئة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار

$$m_o = l + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times a_i = 200 + \frac{(28-18)}{(28-18)+(28-18)} \times 50 = 225$$

اكبر عدد من العمال يتقاضون اجر 22500 دج .

4- نسبة العمال التي يقل أجرها عن **22500** دج

بمان الوسيط هو مساوي الى 22500 دج أي نسبة العمال التي يقل أجرها عن **22500** دج هي 50%

5- حدد شكل التوزيع باستعمال العزوم

يقصد بشكل التوزيع هو الالتواء :باستعمال العزوم

$$\boldsymbol{\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}} \quad \text{او} \quad \boldsymbol{\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\mu_2^{\frac{3}{2}}}}$$

حساب العزم من الدرجة الثانية او التباين :

$$v(x) = \mu_2 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2 \times n_i}{\sum n_i} = \frac{560000}{96} = 5833.33; \sigma(x) = \sqrt{v(x)} = \sqrt{5833.33} = 76.37$$

حساب العزم من الدرجة الثالثة :

$$\mu_3 = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^3 \times n_i}{\sum n_i} = \frac{0}{96} = 0$$

حساب معامل الالتواء :

$$\boldsymbol{\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{0}{76.37^3} = 0}$$

اذن الالتواء معدوم أي لا يوجد التواء مما يشير ان التوزيع متناظر

التمرين6:

1- ارسم المدرج التكراري

لرسم المدرج التكراري يلزمنا الفئات والتكرارات

لدينا مراكز الفئات اذا علمنا طول الفئة يمكن إيجاد حدود الفئات وهذه الاخيرة يمكن ايجاده انطلاقا من التكرار المعدل $\text{n}'_i = \frac{n_i}{a_i}$ ولكن يبقى التكرار المطلق مجهول يمكن استخراجه من التكرار النسبي لأننا نعلم مجموع التكرارات

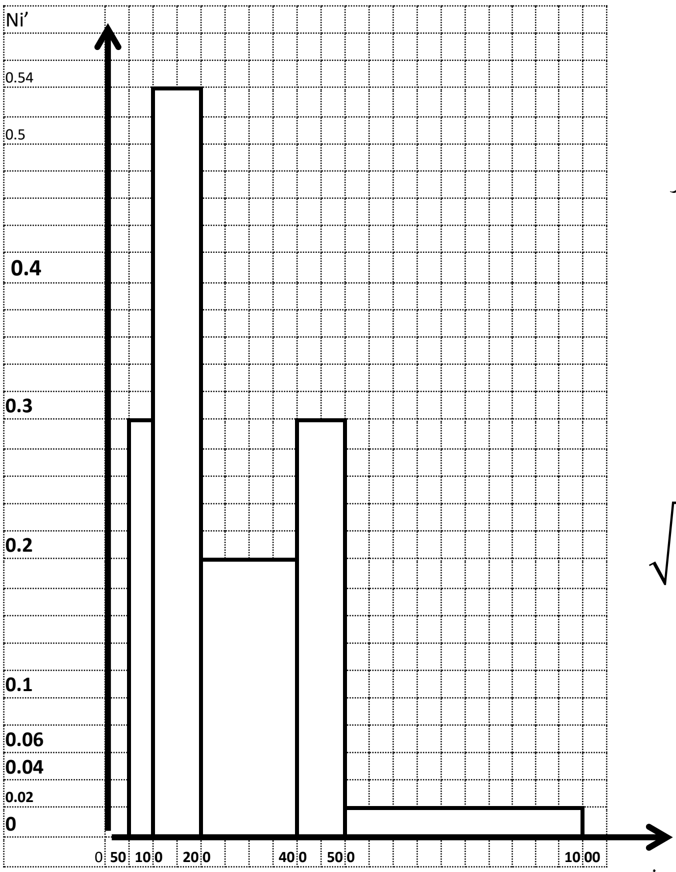
اذن فالخطوة الأولى هي حساب التكرارات المطلقة $n_i = f_i \times \sum n_i = 0.1 * 150 = 15$ بنفس الطريقة لباقي التكرارات المطلقة

الخطوة الثانية حساب طول الفئات $a_i = \frac{n_i}{\text{n}'_i} = \frac{15}{0.3} = 50$ بنفس الطريقة لباقي طول الفئات

الخطوة الثالثة إيجاد حدود الفئات اذا كان مركز الفئة هو 75 وطولها هو 50 فالحد الأول هو 75-25 =50 اما الحد الثاني هو 75+25=100 وبالتالي سنحصل على الجدول التالي :

xi	Ni’	fi	ni	ai	ci	xi*ni	$(x_i-\bar{x})$	$(x_i-\bar{x})^2*ni$	$(x_i-\bar{x})^3*ni$	$(x_i-\bar{x})^4*ni$
75	0,3	0,1	15	50	[50-100[	1125	214,5-	690153,75	148037979,4-	31754146576
150	0,4	0,4	54	100	[100-200[	8100	139,5-	1050853,5	146594063,3-	20449871823
300	0.195	0,3	39	200	[200-400[	11700	10,5	4299,75	45147,375	474047,4375
450	0,3	0,2	30	100	[400-500[	13500	160,5	772807,5	124035603,8	19907714402
750	0.024	0,1	12	500	[500-1000[	9000	460,5	2544723	1171844942	539634595561
$\sum$		1	150			43425,00		5062837,50	1001293650,00	611746802409,38

المدرج التكراري في هذه الحالة يرسم باستعمال التكرار المعدل لأن الفئات غير متساوية الطول



2- احسب المتوسط الحسابي

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_in_i}{\sum_{i=1}^{n}n_i}=\frac{43425}{150}=289.5$$

متوسط الدخل القومي هو 289.5 مليون دولار

3- احسب معامل الاختلاف

$$cv=\frac{\delta(x)}{\bar{x}}$$

حساب الانحراف المعياري

$$\delta(x)=\sqrt{v(x)}=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2\times n_i}{\sum n_i}}=$$

$$\sqrt{\frac{5062837,5}{150}}=\sqrt{33752,25}=183.71$$

$$cv=\frac{183.71}{289.5}=0.63$$

تشتت قوي نوعا ما

4- ما هي نسبة البلدان التي دخلها القومي يفوق 100 مليون دولار ويقل عن 400 مليون دولار

عدد البلدان هو 93=39+54 النسبة هي 0.62=150/93 أي 62%

5- ما هو عدد الدول التي يقل دخلها عن 750 مليون دولار ويفوق 400 مليون دولار.

نلاحظ ان 750 هي مركز الفئة [500-1000] أي سوف تأخذ نصف التكرارات 6=2/12

وبالتالي عدد الدول هو 36=6+30 دولة

6- إذا أراد البنك العالمي تقديم قروض طويلة الأجل ل 10% من الدول ذات الدخل الضعيف ما هو الأجر الذي يمثل سقف الاستفادة.

السؤال يقصد به حساب العشير الأول ومن الجدول نلاحظ ان 10% من الدول يتراوح دخلها بين]50-100[اذن فالدخل الذي يمثل سقف الاستفادة هو 100 مليون دولار

7- معامل الالتواء والتفلطح

معامل الالتواء :

حساب العزم من الدرجة الثالثة :

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 \times n_i}{\sum n_i} = \frac{1001293650}{150} = 6675291$$

حساب معامل الالتواء :

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{6675291}{183.71^3} = 1.07$$

اذن الالتواء موجب قوي نوعا ما

التفلطح :حساب العزم من الدرجة الرابعة :

$$\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 \times n_i}{\sum n_i} = \frac{611746802409,375}{150} = 4078312016,0625$$

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{4078312016,0625}{33752,25^2} - \mathbf{3 = 3.58 - 3 = 0.58}$$

الشكل متطاول نوعا ما

التمرين 7:

الجدول التالي يبين توزيع المناطق حسب كمية الكهرباء المستهلكة (100000ميغا واط) في السنة (قمنا بضربها في 100)سيصبح الجدول كالتالي :

ci	ni	xi	ni↑	xi*ni	ai	ni'	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2 * ni$	$(x_i - \bar{x})^3 * ni$	$(x_i - \bar{x})^4 * ni$
[0.5-1[	7	0,75	7	5,25	50	0,14	-2,18	33,19	-72,27	157,37
[1-2[	30	1,5	37	45	100	0,3	-1,43	61,13	-87,27	124,57
[2-4[	40	3	77	120	200	0,2	0,07	0,21	0,02	0,00
[4-6[	20	5	97	100	200	0,1	2,07	85,91	178,04	368,98
[6-9[	3	7,5	100	22,5	300	0,01	4,57	62,72	286,80	1311,40
$\sum$	100			292,75			3,11	243,16	305,32	1962,34

5- احسب المتوسط الحسابي $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{292.75}{100} = 2.9275$$

متوسط كمية الكهرباء المستهلكة هي 2.9275 (x 100.000 ميغاواط) في السنة

6- احسب الوسيط والمنوال

الوسيط :

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{2}$ أو $Rg = 0.5$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 77 هي اقرب قيمة ل 50 .

✓ إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة [2-4[

$$m_e \in [2-4[$$

✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 2 + \frac{50-37}{40} \times 2 = 2.65$$

50% من المناطق تستهلك أقل من2.65 (x 100.000 ميغاواط) في السنة و 50% من من المناطق تستهلك أكثر من 2.65 (x 100.000 ميغاواط) في السنة.

المنوال :

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار معدل وبما أن لدينا فئات غير متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار معدل $m_o \in [1-2[$

فئـة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار معدل

$$m_o = l + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times a_i = 1 + \frac{(0.3-0.14)}{(0.3-0.14)+(0.3-0.2)} \times 1 = 1.615$$

اغلب المناطق تستهلك كمية 1.615 (100.000 x ميغاواط) في السنة.

3- احسب الانحراف المعياري $\delta(x)$ ومعامل الاختلاف cv

$$\delta(x) = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2 \times n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{243.16}{100}} = \sqrt{2.4316} = 1.56$$

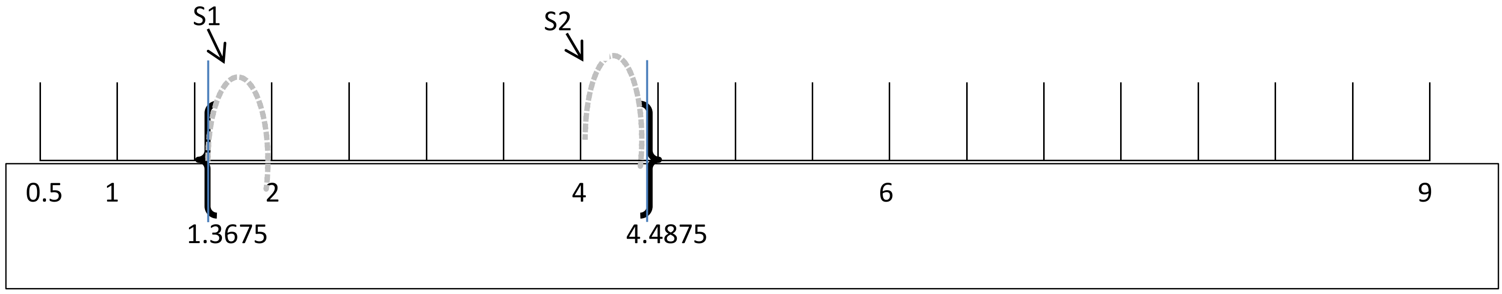
$$cv = \frac{\delta(x)}{\bar{x}}$$ معامل الاختلاف

$$cv = \frac{1.56}{2.9275} = 0.53$$

تشتت التوزيع ضعيف نوعا ما

4-احسب نسبة المناطق في المجال $\left[\bar{x}-\sigma_x, \bar{x}+\sigma_x\right]$

أي المجال] (2.9275 – 1.56) ; (2.9275 + 1.56)[أي] 1.6375 ; 4.4875[



$$\begin{cases} 2-1 & \rightarrow 30 \\ 2-1.3675 & \rightarrow s1 \end{cases}; \; s1 = \frac{(2-1.3675)*30}{(2-1)} \; ; s1 = \frac{0.6325 \times 30}{1} \; ; s1 = 18.975$$

$$\begin{cases} 6-4 & \rightarrow 20 \\ 4.4875-4 & \rightarrow s2 \end{cases}; \; s2 = \frac{(4.4875-4)*20}{(6-4)} \; ; s2 = \frac{0.4875 \times 20}{2} \; ; s2 = 4.875$$

النسبة هي (s1+40+s2)/100=(18.975+40+4.875)/200=63.85/100=63.85%

المجال $\left[\bar{x}-\sigma_x, \bar{x}+\sigma_x\right]$ يغطي 64% من السلسلة الاحصائية

5-حدد شكل التوزيع باستعمال مقاييس النزعة المركزية وباستعمال العزوم.

الالتواء باستعمال مقاييس النزعة المركزية أي باستعمال العلاقة

$$\alpha = \frac{3(\bar{x} - M_e)}{\sigma} = \frac{(\bar{x} - M_o)}{\sigma}$$

تطبق هذه العلاقة اذا كان التوزيع قريب التناظر وسنتأكد من ذلك $3(\bar{x} - M_e) = (\bar{x} - M_o)$

$$3(2.9275 - 2.65) = (2.9275 - 1.615) \leftrightarrow 0.8325 = 1.3125$$

العلاقة لم تتحقق وبالتالي لا يمكن حساب الالتواء باستعمال مقاييس النزعة المركزية ولهذا سنحسبها باستعمال معامل الالتواء العشيري او الموين او الربيعي سوف نختار معامل الالتواء العشيري .

$$\alpha = \frac{(c_{100-p} - c_{50}) - (c_{50} - c_p)}{c_{100-p} - c_p}$$

عند p=10 ستصبح العلاقة بالشكل التالي :

$$\alpha = \frac{(c_{90} - c_{50}) - (c_{50} - c_{10})}{c_{90} - c_{10}} = \frac{(D_9 - M_e) - (M_e - D_1)}{D_9 - D_1}$$

سوف نحسب العشير الأول و التاسع :

العشير الأول ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{10}$ أو $Rg = 0.1$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 30 هي اقرب قيمة ل 10 .

- ✓ إيجاد فئة العشير الأول :

نجد ان العشير الأول ينتمي الى الفئة [1-2[

$$D_1 \in [1 - 2[$$

- ✓ إيجاد قيمة العشير الأول :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة العشير الأول :

$$D_1 = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 1 + \frac{10 - 7}{30} \times 1 = 1.1$$

10% من المناطق تستهلك أقل من 1.1 (x 100.000 ميغاواط) في السنة و 90% من من المناطق تستهلك أكثر من 1.1 (x 100.000 ميغاواط) في السنة.

العشير التاسع ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{9\sum n_i}{10}$ أو $Rg = 0.9$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{9\sum n_i}{10} = \frac{900}{10} = 90$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 97 هي اقرب قيمة ل 90 .

- ✓ إيجاد فئة العشير التاسع :

نجد ان العشير التاسع ينتمي الى الفئة [1-2[

$$D_9 \in [4 - 6[$$

- ✓ إيجاد قيمة العشير التاسع :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة العشير التاسع :

$$D_9 = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 4 + \frac{90 - 77}{20} \times 2 = 5.3$$

90% من المناطق تستهلك أقل من 5.3 (x 100.000 ميغاواط) في السنة و 10% من من المناطق تستهلك أكثر من 5.3 (x 100.000 ميغاواط) في السنة.

$$\alpha = \frac{(5.3 - 2.65) - (2.65 - 1.1)}{5.3 - 1.1} = \frac{2.65 - 1.55}{4.2} = 0.26$$

التوزيع ملتوي نحو اليمين او التواء موجب او غير متناظر من جهة اليمين ضعيف نوعا ما

الالتواء باستعمال العزوم :

حساب العزم من الدرجة الثالثة :

$$\mu_3 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^3 \times n_i}{\sum n_i} = \frac{305.32}{100} = 3.0532$$

حساب معامل الالتواء :

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{3.0532}{1.56^3} = 0.80$$

اذن الالتواء موجب قوي

- الالتواء باستعمال مقاييس النزعة المركزية أي باستعمال معامل التفرطح المؤيني

$$A = \frac{1}{2} \times \frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1}$$

سوف نحسب الربيع الثالث والربيع الأول

الربيع الأول ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{1\sum n_i}{4}$ أو $Rg = 0.25$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 37 هي اقرب قيمة ل 25 .

- ✓ إيجاد فئة الربيع الأول:

نجد ان الربيع الثالث ينتمي الى الفئة [1-2[

$$Q_1 \in [1 - 2[$$

- ✓ إيجاد قيمة الربيع الأول:

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الربيع الأول:

$$Q_1 = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 1 + \frac{25 - 7}{30} \times 1 = 1.6$$

25% من المناطق تستهلك أقل من1.6(x 100.000 ميغاواط) في السنة و 75% من من المناطق تستهلك أكثر من 1.6 (x 100.000 ميغاواط) في السنة.

الربيع الثالث ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{3\sum n_i}{4}$ أو $Rg = 0.75$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{3\sum n_i}{4} = \frac{300}{4} = 75$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 77 هي اقرب قيمة ل 75 .

- إيجاد فئة الربيع الثالث:

نجد ان الربيع الثالث ينتمي الى الفئة]2-4]

$$Q_3 \in [2-4[$$

- إيجاد قيمة الربيع الثالث:

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الربيع الثالث:

$$Q_3 = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 2 + \frac{75-37}{40} \times 2 = 3.9$$

75% من المناطق تستهلك أقل من3.9 (x 100.000 ميغاواط) في السنة و 25% من من المناطق تستهلك أكثر من 3.9 (x 100.000 ميغاواط) في السنة.

$$A = \frac{1}{2} \times \frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1} = \frac{1}{2} \times \frac{3.9 - 1.6}{5.3 - 1.1} = 0.54$$

هذا المعامل يساوي 0.26 اذل كان منحنى طبيعي.

$A = 0.26$ منحنى معتدل

$A > 0.26$ منحنى متطاول

$A < 0.26$ منحنى متفلطح

بالتالي 0.54 اكبر من 0.26 وبالتاب المنحنى متطاول

- التفلطح باستعمال العزوم :

حساب العزم من الدرجة الرابعة :

$$\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 \times n_i}{\sum n_i} = \frac{1962.34}{100} = 19.6234$$

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{19.6234}{2.4313^2} - \mathbf{3 = 3.319 - 3 = 0.319}$$

الشكل متطاول نوعا ما

التمرين 8

لتكن المعلومات التالية عن توزيع متناظر لاجور 100 عائلة حيث :

$$\partial(x) = 3 \qquad \sum n_i x_i^2 = 2500$$

احسب المنوال والوسيط

توزيع متناظر يعني $\bar{x} = M_e =_o$

$$\delta(x) = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2} \leftrightarrow 3 = \sqrt{\frac{2500}{100} - \bar{x}^2} \leftrightarrow 3 = \sqrt{25 - \bar{x}^2}$$

$$9 = 25 - \bar{x}^2 \leftrightarrow \bar{x} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

$$\bar{x} = M_e = M_o = 4$$

اوجد العزم من الدرجة الثالثة والعزم من الدرجة الرابعة اذا علمت ان درجة التفلطح هي 5خ

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 \leftrightarrow 5 - 3 = \frac{\mu_4}{16^2} \leftrightarrow \mu_4 = 2 * 16^2 \leftrightarrow \mu_4 = 512$$

التمرين 9

من اجل مقارنة اجور الشهرية(x 1000 دج) للعمال رجال و نساء في مصنع انتاجي تحصلنا على المعلومات التالية :

5- اكمل الجدول الخاص بالرجال والنساء

توزيع العمال رجال حسب الأجور							
ci	ni	xi	ni↑	xi*ni	ai	ni'	xi^2*ni
[10 ,11[	20	10,5	20	210	1	20	2205
[11 ,13[	40	12	60	480	2	20	5760
[13 ,16[	80	14,5	140	1160	3	26,667	16820
[16 ,19[	25	17,5	165	437,5	3	8,3333	7656,25
[19 ,21[	15	20	180	300	2	7,5	6000
$\sum$	180			2587,5			38441,25

توزيع العمال نساء حسب الأجور				
ci	ni	xi	xi*ni	xi^2*ni
[10 ,12[	82	11	902	9922
[12 ,14[	34	13	442	5746
[14,16[	12	15	180	2700
[16 ,20[	2	18	36	648
$\sum$	130		1560	19016

➢ جدول العمال رجال :

حساب n1 انطلاقا من العشير الأول :

$$D_1 = 10.9; \quad D_1 \in [10 - 11[\;; Rg = \frac{1 \sum n_i}{10} = \frac{180}{10} = 18$$

الأجور مضروبة في 1000 في الجدول ولهذا يجب استعمال المعلومات موزونة مع القيم الجدولية أي نقسم المعلومات على 1000

$$D_1 = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i; \quad 10.9 = 10 + \frac{18-0}{n_1} \times 1; \quad 10.9 - 10 = \frac{18}{n_1}$$

$$n_1 = \frac{18}{0.9} = 20$$

حساب n2 انطلاقا من الربيع الأول :

$$Q_1 = 12.25; \quad D_1 \in [11 - 13[\quad ; Rg = \frac{1\sum n_i}{4} = \frac{180}{4} = 45$$

$$Q_1 = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i; 12.25 = 11 + \frac{45-20}{n_2} \times 2; \ 12.25 - 11 = \frac{25}{n_2} \times 2$$

$$n_2 = \frac{50}{1.25} = 40$$

حساب n3 انطلاقا من الوسيط :

$$M_e = 14.125; \quad M_e \in [13 - 16[\quad ; Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{180}{2} = 90$$

$$Q_1 = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i; 14.125 = 13 + \frac{90-60}{n_3} \times 3; \ 14.125 - 13 = \frac{30}{n_3} \times 3$$

$$n_3 = \frac{90}{1.125} = 80$$

حساب n4 انطلاقا من العشير التاسع :

$$D_9 = 18.640; \quad D_9 \in [16 - 19[\quad ; Rg = \frac{9\sum n_i}{10} = \frac{1620}{10} = 162$$

الأجور مضروبة في 1000 في الجدول ولهذا يجب استعمال المعلومات موزونة مع القيم الجدولية أي نقسم المعلومات على 1000

$$D_1 = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i; \ 18.640 = 16 + \frac{162-140}{n_4} \times 3; \ 18.640 - 16 = \frac{22}{n_4} \times 3$$

$$n_4 = \frac{66}{2.640} = 25$$

حساب n5 انطلاقا من مجموع التكرارات

$$\sum n_i = 180 \ ; 20 + 40 + 80 + 25 + n_5 = 180 \ ; \ n_5 = 180 - 165 \ ; n_5 = 15$$

- جدول العمال نساء :

حساب n4 انطلاقا من $\sum \boldsymbol{x_i n_i}$

$$\sum \mathrm{x_i n_i} = 1560; 1560 = 11 * 82 + 13 * 34 + 15 * 12 + 18 * n_4$$

$$18n_4 = 1560 - (902 + 442 + 180); n_4 = \frac{36}{18} = 2$$

6- احسب المنوال والانحراف المعياري للرجال

- المنوال :

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار معدل بما أن لدينا فئات غير متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار معدل $m_o \in [13 - 16[$

فئة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار معدل

$$M_o = l + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times a_i = 13 + \frac{(26.667-20)}{(26.667-20)+(26.667-8.33)} \times 3 = 13.8$$

اغلب العمال رجال يتقاضون 13800 دج في الشهر

- الانحراف المعياري $\delta(x)$ للرجال

حساب المتوسط الحسابي للرجال :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{2587.5}{180} = 14.375$$

$$\delta(x) = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\frac{\sum x_i{}^2 \times n_i}{\sum n_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{38441.25}{180} - 14.375^2}$$

$$\delta(x) = \sqrt{6.922} = 2.63$$

7- احسب متوسط الاجور في المصنع

حساب المتوسط الحسابي للنساء :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{1560}{82+34+12+2} = \frac{1560}{130} = 12$$

$$\bar{X}_{\text{مصنع}} = \frac{\bar{x}_{1_{\text{رجال}}} \times n_{1_{\text{رجال}}} + \bar{x}_{2_{\text{نساء}}} \times n_{2_{\text{نساء}}}}{n_{1_{\text{رجال}}} + n_{2_{\text{نساء}}}} = \frac{14.375 \times 180 + 12 \times 130}{180 + 130} = 13.38$$

متوسط الأجور في المصنع هو 13380 دج في الشهر

8- قارن تشتت التوزيعين باستعمال معامل الاختلاف

الانحراف المعياري $\delta(x)$ للنساء

$$\delta(x) = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\frac{\sum x_i{}^2 \times n_i}{\sum n_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{19016}{130} - 12^2}$$

$$\delta(x) = \sqrt{2.277} = 1.51$$

معامل الاختلاف cv

$$cv = \frac{\delta(x)}{\bar{x}}$$

$$cv_{\text{رجال}} = \frac{\delta(x)_{\text{رجال}}}{\bar{x}_{\text{رجال}}} = \frac{2.63}{14.375} = 0.18 \quad ; cv_{\text{نساء}} = \frac{\delta(x)_{\text{نساء}}}{\bar{x}_{\text{نساء}}} = \frac{1.51}{12} = 0.12$$

توزيع أجور النساء اقل تشتتا من توزيع أجور الرجال

التمرين10 !الجدول التالي يبين نسبة المزارع حسب مساحتها (x 10هكتار)

ci	fi	xi	fi↑	xi * fi	ai	fi'	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2 * fi$	$(x_i - \bar{x})^3 * fi$	$(x_i - \bar{x})^4 * fi$
[1 ,2[	0,05	1,5	0,05	0,075	10	0,005	-5,315	1,41	-7,51	39,90
[2 ,4 [	0,25	3	0,3	0,75	20	0,0125	-3,815	3,64	-13,88	52,96
[4 ,7[	0,3	5,5	0,6	1,65	30	0,01	-1,315	0,52	-0,68	0,90
[7 ,10[	0,24	8,5	0,84	2,04	30	0,008	1,685	0,68	1,15	1,93
[10 ,15[	0,1	12,5	0,94	1,25	50	0,002	5,685	3,23	18,37	104,45
[15 ,20[	0,06	17,5	1	1,05	50	0,0012	10,685	6,85	73,19	782,08
$\sum$	1			6,815				16,33	70,65	982,22

5- احسب المتوسط والوسيط والمنوال

- المتوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i = 6.815$$

متوسط مساحة المزارع هو 68.15 هكتار.

- الوسيط :

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = 0.5$

فباستعمال $f_i \uparrow$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 0.6 هي اقرب قيمة ل 0.5 .

✓ إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة [4-7[

$$m_e \in [4 - 7[$$

✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - f_{i-1}\uparrow}{f_i} \times a_i = 4 + \frac{0.5 - 0.3}{0.3} \times 3 = 6$$

50% من المزارع مساحتها أقل من60 هكتار و 50% من المزارع مساحتها أكثر من60 هكتار

6- احسب الربيع الاول والعشير السابع

- الربيع الأول :

الربيع الأول ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = 0.25$

فباستعمال $f_i \uparrow$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 0.3 هي اقرب قيمة ل 0.25 .

✓ إيجاد فئة الربيع الأول :

نجد ان الربيع الأول ينتمي الى الفئة [2-4]

$$Q_1 \in [2 - 4[$$

✓ إيجاد قيمة الربيع الأول :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الربيع الأول :

$$Q_1 = l + \frac{Rg - f_{i-1} \uparrow}{f_i} \times a_i = 4 + \frac{0.25 - 0.05}{0.25} \times 2 = 5.6$$

25% من المزارع مساحتها أقل من5.6 هكتار و 75% من المزارع مساحتها أكثر من5.6 هكتار

- العشير السابع

العشير السابع ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = 0.7$

فباستعمال $f_i \uparrow$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 0.84 هي اقرب قيمة ل 0.7 .

✓ إيجاد فئة العشير السابع:

نجد ان العشير السابع ينتمي الى الفئة [7-10]

$$D_7 \in [7 - 10[$$

✓ إيجاد قيمة العشير السابع:

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة العشير السابع:

$$D_7 = l + \frac{Rg - f_{i-1}\uparrow}{f_i} \times a_i = 7 + \frac{0.7 - 0.6}{0.24} \times 3 = 8.25$$

30% من المزارع مساحتها أقل من8.25 هكتار و 70% من المزارع مساحتها أكثر من8.25 هكتار

7- احسب الانحراف المعياري

$$\delta(x) = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \times f_i =} \sqrt{16.33} = 4.04$$

8- حدد شكل التوزيع الالتواء والتفلطح باستعمال العزوم.

- الالتواء

حساب العزم من الدرجة الثالثة :

$$\mu_3 = \sum (x_i - \bar{x})^3 \times f_i = 70.65$$

حساب معامل الالتواء :

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{70.65}{4.04^3} = 1.07$$

اذن الالتواء موجب قوي نوعا ما

التفلطح :

حساب العزم من الدرجة الرابعة :

$$\mu_4 = \sum (x_i - \bar{x})^4 \times f_i = 982.22$$

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3 = \frac{982.22}{16.33^2} - \mathbf{3} = \mathbf{3.68} - \mathbf{3} = \mathbf{0.68}$$

الشكل متطاول نوعا ما