الفصل الخامس : مقاييس التمركز

مقدمة :

1- تعريف : تعرف مقاييس التمركز على انها المقاييس التي تقيس كثافة قيم السلسلة حول قيمة وسطية مثل قياس تمركز الاجور او الدخل .

ولقياس التمركز يجب معرفة القيم الاجمالية و الوسيط النوعي و منحنى لورانز ومعامل جيني .

2- القيم الاجمالية

ليكن لدينا سلسلة احصائية متكونة من n ملاحظة ولكل ملاحظة لديها حجم او كتلة ni فيكون :

$x_i n_i$ تسمى بالتكرارات الاجمالية

$x_i n_i^{\uparrow}$ تسمى القيم الاجمالية المطلقة الصاعدة

$q_i = \frac{x_i n_i}{\sum x_i n_i}$ وتسمى التكرارات الاجمالية النسبية

$q_i^{\uparrow}$ تسمى بالتكرارات الاجمالية الصاعدة

3- الوسيط النوعي :

الوسيط النوعي للقيم الاجمالية هو القيمة التي تقسم السلسلة موزونة بالقيم الاجمالية الى قسمين 50 % من القيم الاجمالية اقل من الوسيط النوعي و 50 % من القيم الاجمالية اكثر من الوسيط النوعي. لديه نفس طريقة حساب الوسيط. ويرمز له ب ML

كيفية الحساب :

اولا نحدد رتبة الوسيط النوعي Rg_{ml}

$\mathrm{Rg_{ml}} = \frac{\sum \mathrm{x_i n_i}}{2}$ باستخدام القيم الاجمالية المطلقة

$Rg_{ml} = 0.5$ باستخدام القيم الاجمالية النسبية

تحديد فئة التي ينتمي اليها الوسيط النوعي

نجد الفئة بالبحث عن القيمة في التكرارات الاجمالية المطلقة التي اكبر او تساوي الرتبة (حالة ترار اجمالي مطلق)

او نجد الفئة بالبحث عن القيمة في التكرارات الاجمالية النسبية التي اكبر او تساوي الرتبة (حالة ترار اجمالي نسبي)

ونكتب حسب $x_i n_i{}^{\uparrow}$ او حسب $q_i{}^{\uparrow}$

حساب القيمة :

$ml = l + \frac{Rg_{ml} - (x_{i-1} n_{i-1})^{\uparrow}}{x_i n_i} * a_i$ في حالة تكرارات اجمالية مطلقة

$ml = l + \frac{Rg_{ml} - q_{i-1}^{\uparrow}}{q_i} * a_i$ في حالة تكرارات اجمالية نسبية

حيث :

ml الوسيط النوعي

l الحد الادنى للفئة الوسيط النوعي

Rg_{ml} رتبة الوسيط النوعي

$(x_{i-1} n_{i-1})^{\uparrow}$ التكرار الاجمالي المطلق الصاعد الذي يسبق التكرار الاجمالي المطلق الصاعد لفئة الوسيط النوعي

او $q_{i-1}^{\uparrow}$ التكرار الاجمالي النسبي الصاعد الذي يسبق التكرار الاجمالي النسبي الصاعد لفئة الوسيط النوعي

$x_i n_i$ التكرار الاجمالي المطلق لفئة الوسيط النوعي او q_i التكرار الاجمالي النسبي لفئة الوسيط النوعي

a_i طول فئة الوسيط النوعي

مثال :الجدول التالي يبين مبيعات الشهرية للخضر والفواكه لتجار سوق الجملة للخضر والفواكه المبيعات (بمليون دينار)

المبيعات	[50-100[	[100-150[	[150-200[	[200-250[	[250-300[	[300-350[
عدد التجار	10	50	25	10	3	2

احسب الوسيط والوسيط النوعي

الحل :

ci	x_i	n_i	$n_i^{\uparrow}$	f_i	$f_i^{\uparrow}$	$x_i n_i$	$x_i n_i{}^{\uparrow}$	q_i	$q_i^{\uparrow}$
[50-100[	75	10	10	0.1	0.1	750	750	0.0497	0.0497
[100-150[	125	50	60	0.5	0.6	6250	7000	0.4139	0.4636
[150-200[	175	25	85	0.25	0.85	4375	11375	0.2897	0.7533
[200-250[	225	10	95	0.1	0.95	2250	13625	0.1491	0.9024
[250-300[	275	3	98	0.03	0.98	825	14450	0.0546	0.957
[300-350[	325	2	100	0.02	1	650	15100	0.043	1
المجموع		100		1		15100	/	1	/

حساب الوسيط :

✓ إيجاد رتبة الوسيط :

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg_{me} = \frac{\sum n_i}{2}$ أو $Rg_{me} = 0.5$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg_{me} = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg_{me}

فنجد أن 60 هي اقرب قيمة ل 50 .

إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة]150-100[

$$m_e \in [100 - 150[$$

✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i$$

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 100 + \frac{50 - 10}{50} \times 50$$
$$= 140$$

50% من التجار يبيعون شهريا أقل من140 مليون دج و 50% من يبيعون شهريا أكثر من140 مليون دج

حساب الوسيط النوعي :

✓ إيجاد رتبة الوسيط النوعي :

الوسيط النوعي ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg_{ml} = \frac{\sum x_i n_i}{2}$ أو

$$Rg_{ml} = 0.5$$

فباستعمال $x_i n_i \uparrow$

$$Rg_{ml} = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{15100}{2} = 7550$$

نبحث في قيم $x_i n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg_{ml}

فنجد أن 11375 هي اقرب قيمة ل 7550 .

نبحث في قيم $q_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg_{ml}

فنجد أن 0.7533 هي اقرب قيمة ل 0.5 .

إيجاد فئة الوسيط النوعي :

نجد ان الوسيط النوعي ينتمي الى الفئة]150-200[

$$\text{ml} \in [150 - 200[$$

✓ إيجاد قيمة الوسيط النوعي :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط النوعي :

$$\text{ml} = l + \frac{Rg_{ml} - (x_{i-1} n_{i-1}) \uparrow}{x_i n_i} \times a_i$$

$$= 150 + \frac{7550 - 7000}{4375} \times 50 = 156.28$$

او باستعمال التكرارات الاجمالية النسبية نجد :

$$ml = l + \frac{Rg_{ml} - q_{i-1}^{\uparrow}}{q_i} * a_i \quad ; \quad ml = 150 + \frac{0.5 - 0.4636}{0.2897} * 50 = 156.28$$

50% من المبيعات الاجمالية الشهرية او رقم الاعمال الشهري للسوق انجزت من طرف التجار الذين يبيعون شهريا أقل من156.28 مليون دج و 50% من المبيعات الاجمالية الشهرية او رقم الاعمال الشهري للسوق انجزت من طرف التجار الذين يبيعون شهريا أكثر من156.28 مليون دج.

الفرق بين الوسيط والوسيط النوعي :

يرمز للفرق بين الوسيط والوسيط النوعي ب ΔM ويحسب كالتالي

$\Delta M = ml - me$ وهو دائما موجب لان ml دائما اكبر منme

يمكننا معرفة درجة التمركز بقسمة الفرق بين الوس النوعي والوسيط على المدى

$$\frac{\Delta M}{E} = \frac{\Delta M}{x_{max} - x_{min}} = \frac{156.28 - 140}{350 - 50} = \frac{16.28}{300} = 0.05$$

وتشير الى تمركز ضعيف

التفسير :

عندما تكون النسبة اقل من 40 % التمركز يكون ضعيف

عندما تكون النسبة بين 40 % و 60 % التمركز يكون متوسط

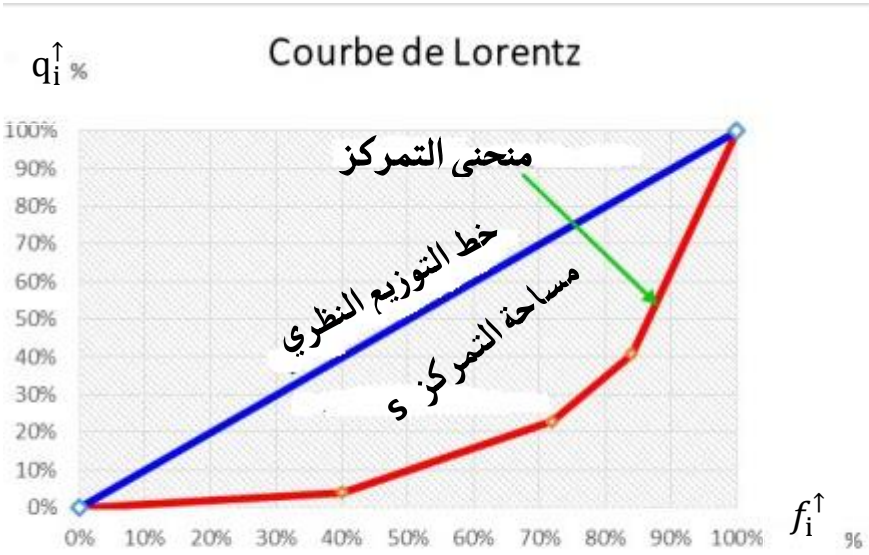
عندما تكون النسبة اكثر من 60 % التمركز يكون قوي

4- منحنى التمركز او منحنى لورانز:

هو تمثيل تخطيطي (بالرسم البياني) لعدم المساواة في الدخل أو الثروة، وضعه الاقتصادي الأمريكي ماكس لورينز (Max Lorenz) في سنة 1905.

يرسم هذا المنحنى في مربع طول كل ضلعه هو 1 او 100 % وهو منحنى الدالة $Q = g(f)$ التي تمثل التكرارات الاجمالية النسبية المتجمعة الصاعدة $q_i^{\uparrow}$ بدلالة التكرارات النسبية المتجمعة الصاعدة $f_i^{\uparrow}$

ولرسم هذا المنحنى نضع على محور الفواصل التكرارات النسبية المتجمعة الصاعدة $f_i^{\uparrow}$ وعلى محور التراتيب التكرارات الاجمالية النسبية المتجمعة الصاعدة $q_i^{\uparrow}$



ايجاد قيمة الوسيط والوسيط النوعي من الرسم يتم بقلب المحاور لمنحنى لورنز ورسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد النسبي على يمين الرسم ونقوم باسقاط رتبة الوسيط في منحنى لورنز على منحنى التراز المتجمع الصاعد النسبي على اليمين بخط افقي

5- مؤشر التمركز :او معامل جيني

نسمي معامل جيني نسبة الى الاحصائي الايطالي corrado gini وهو يساوي ضعف المساحة المحصورة بين منحنى التمركز وخط التوزيع النظري وهو محصور بين 0 و 1 فاذا كان معامل جيني قريب من 0 اي ان منحنى التمركز قريب من خط التوزيع النظري فهذا يدل على توزيع ضعيف التمركز اما في حالة معامل جيني قريب من 1 اي ان منحنى التمركز بعيد من خط التوزيع النظري فهذا يدل على توزيع قوي التمركز.

حساب معامل جيني : ضعف مساحة التمركز i=2s هذا اذا كنا نعلم المساحة

اما اذا لم نكن نعلم المساحة فهناك طريقتين :

طريق التكامل اي ان مساحة التمركز هي : $s = \int_0^1 [x - g(x)]dx$

ومعامل جيني هو $i = 2\int_0^1 [x - g(x)]dx$

اما في حالة عدم معرفة دالة التمركز :

سيتم تقسيم مساحة التمرز الى قطع ويتم حساب مجموع مساحات القطع :

- طريقة المثلثات :

نحسب مؤشر التمركز باستعمال العلاقة التالية :

$$i = \sum_{j=1}^{r-1} (f_j{}^{\uparrow} q_{j+1}{}^{\uparrow} - f_{j+1}{}^{\uparrow} q_j{}^{\uparrow})$$

حيث :

r هو عدد الفئات

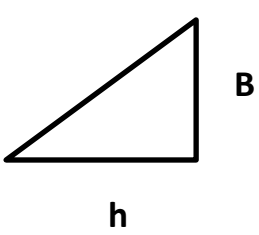
$f_j{}^{\uparrow}$ التكرارات النسبية المتجمعة الصاعدة

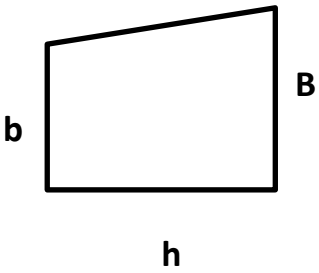
$q_i^{\uparrow}$ التكرارات الاجمالية النسبية المتجمعة الصاعدة

مساحة المثلث

$s = \frac{B * h}{2}$

- طريقة شبه المنحرف :





مساحة شبه المنحرف

$$s = \frac{(B+b)*h}{2}$$

نحسب مؤشر التمركز باستعمال العلاقة التالية :

$$i = 1 - \left[f_1 {q_1}^{\uparrow} + \sum_{j=2}^{r} (f_j ({q_{j-1}}^{\uparrow} + {q_j}^{\uparrow}) \right]$$

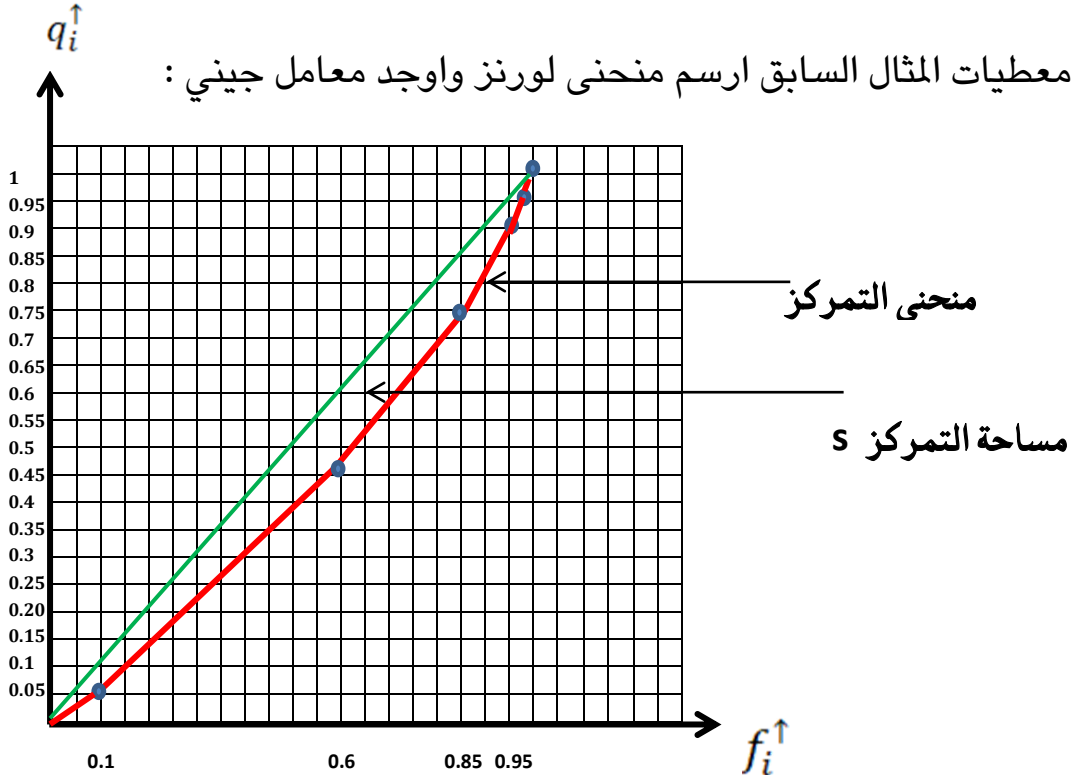
حيث :

r هو عدد الفئات

f_j التكرارات النسبية

$q_i^{\uparrow}$ التكرارات الاجمالية النسبية المتجمعة الصاعدة $q_i^{\uparrow}$

مثال :ناخد معطيات المثال السابق ارسم منحنى لورنز واوجد معامل جيني :



حساب معامل جيني :

باستعمال طريقة المثلثات $i = \sum_{j=1}^{r-1}(f_j{}^{\uparrow} q_{j+1}{}^{\uparrow} - f_{j+1}{}^{\uparrow} q_j{}^{\uparrow})$

ci	$f_j{}^{\uparrow}$	$q_j{}^{\uparrow}$	$f_j{}^{\uparrow} q_{j+1}{}^{\uparrow}$	$f_{j+1}{}^{\uparrow} q_j{}^{\uparrow}$	$f_j{}^{\uparrow} q_{j+1}{}^{\uparrow} - f_{j+1}{}^{\uparrow} q_j{}^{\uparrow}$
[50-100[	0,1	0,0497	0.1*0.4636=0.04636	0.6*0.497=0.02982	0.01654
[100-150[	0,6	0,4636	0.6*0.7533=0.45198	0.85*0.4636=0.39406	0.05792
[150-200[	0,85	0,7533	0.85*0.9024=0.76704	0.95*0.7533=0.71536	0.05168
[200-250[	0,95	0,9024	0.95*0.957=0.90915	0.98*0.9124=0.88435	0.0248
[250-300[	0,98	0,957	0.98*1=0.98	1*0.957=0.957	0.023
[300-350[	1	1	0	0	0
∑		/			0.173663

باستعمال طريقة شبه المنحرف :

$$i = 1 - \left[f_1 q_1{}^{\uparrow} + \sum_{j=2}^{r} (f_j (q_{j-1}{}^{\uparrow} + q_j{}^{\uparrow}) \right]$$

$$i = 1 - [f_1 q_1{}^{\uparrow} + ((f_2(q_{2-1}{}^{\uparrow} + q_2{}^{\uparrow}) + (f_3(q_{3-1}{}^{\uparrow} + q_3{}^{\uparrow}) + (f_4(q_{4-1}{}^{\uparrow} + q_4{}^{\uparrow}) + (f_5(q_{5-1}{}^{\uparrow} + q_5{}^{\uparrow}) + (f_6(q_{6-1}{}^{\uparrow} + q_6{}^{\uparrow}))]$$

$$i = 1 - [0.1 * 0.0497 + ((0.5(0.0497 + 0.4636) + (0.25(0.4636 + 0.7533) + (0.1(0.7533 + 0.9024) + (0.03(0.9024 + 0.957) + (0.02(0.957 + 1))]$$

$$i = 1 - 0.826337 = 0.173663$$

معامل التمركز هو 0.17 وبالتالي نقول ان التوزيع هو ضعيف التمركز .

ci	f_i	$f_j{}^{\uparrow}$	q_i	$q_j{}^{\uparrow}$	مساحة شبه المنحرف
[50-100[	0,1	0,1	0,0497	0,0497	0,00249
[100-150[	0,5	0,6	0,4139	0,4636	0,12833
[150-200[	0,25	0,85	0,2897	0,7533	0,15211
[200-250[	0,1	0,95	0,1491	0,9024	0,08279
[250-300[	0,03	0,98	0,0546	0,957	0,02789
[300-350[	0,02	1	0,043	1	0,01957
∑	1		1		0,41317
	معامل جيني =2 * (0.5 – (مجموع مساحة شه المنحرفات))				

❋شبه منحرف هو مجموع المثلث والمستطيل

$$i = 2s \; ; s = 0.5 - (somme\ des\ surfaces\ de\ trapezes)$$

$$i = 2 * (0.5 - 0.41317) = 0.173663$$