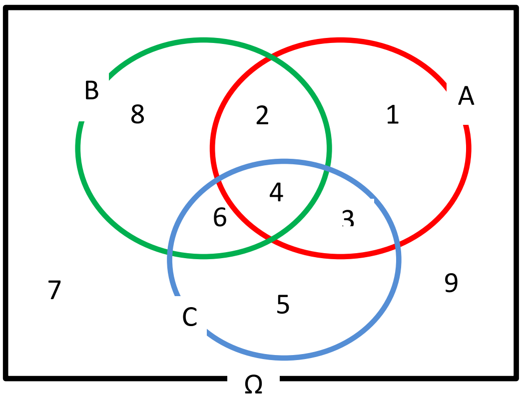
حلول تمارين الفصل الاول

التمرين الأوّل: : نفترض أنّ $\Omega = \{1,2,...,8,9\}$، $A = \{1,2,3,4\}$، $B = \{2,4,6,8\}$، $C = \{3,4,5,6\}$ ، أوجد:



$$\bar{A} = \Omega - \{A\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{1,2,3,4\} = \{5,6,7,8,9\}$$

$$\bar{B} = \Omega - \{B\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{2,4,6,8\} = \{1,3,5,7,9\}$$

$$\bar{C} = \Omega - \{C\} = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{3,4,5,6\} = \{1,2,7,8,9\}$$

$$(C \cap A) = \{3,4,5,6\} \cap \{1,2,3,4\} = \{3,4\}$$

$$(\overline{C \cap A}) = \Omega - (C \cap A) = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{3,4\} = \{1,2,5,6,7,8,9\}$$

$$(A \cup B) = \{A\} + \{B\} - \{A \cap B\} = \{1,2,3,4\} + \{2,4,6,8\} - \{2,4\} = \{1,2,3,4,6,8\}$$

$$(B \setminus C) = \{B\} - \{C\} = \{B\} - \{B \cap C\} = \{2,4,6,8\} - \{4,6\} = \{2,8\}$$

$$(C \setminus A) = \{C\} - \{A\} = \{C\} - \{C \cap A\} = \{3,4,5,6\} - \{3,4\} = \{5,6\}$$

$$(B \cup C) = \{B\} + \{C\} - \{B \cap C\} = \{2,4,6,8\} + \{3,4,5,6\} - \{4,6\} = \{2,3,4,5,6,8\}$$

$$(B \cap \bar{A}) = \{B\} \cap \{\bar{A}\} = \{2,4,6,8\} \cap \{5,6,7,8,9\} = \{6,8\} = (B \setminus A)$$

$$(\overline{C \cup A}) = \Omega - (C \cup A) = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{1,2,3,4,5,6\} = \{7,8,9\}$$

التمرين الثاني: ليكن Ω فضاء عينة و A، B، C ثلاثة حوادث من Ω

أوجد الصيغة الرياضية لكل من الحوادث التالية:

1) لا يقع أي حادث من بن الثلاثة.

يقع أي حادث من بين الثلاثة: $(A \cup B \cup C)$

لا يقع أي حادث من بين الثلاثة: $(\overline{A \cup B \cup C})$

2) يقع الحادث A وC فقط.

$$(A \cap \bar{B} \cap C)$$

3) حادث فقط بين الثلاثة يقع.

$$(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$$

4) تقع الحوادث الثلاثة.

$$(A \cap B \cap C)$$

5) حادث على الأقل من بين الثلاثة يقع

$$(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$$

التمرين الثالث:

1) ماهو عدد الفرق ذات 6 عناصر الممكن تشكيلها من قسم يحتوي على 9 عناصر؟

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}\ ; \mathrm{C}_9^6 = \frac{9!}{(9-6)! \times 6!} = 84$$

يتكون فوج من 15 طالب و 12 طالبة, نريد إختيار عدد من الطلبة للقيام ببحث و بالتالي يشكلون فريقا للبحث.

ماهو عدد الفرق الممكن تشكيلها من طالبين؟

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}\ ; \mathrm{C}_{27}^2 = \frac{27!}{(27-2)! \times 2!} = 351$$

ماهو عدد الفرق الممكن تشكيلها من 5 طالبات

$$C_n^r = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}\ ; C_{12}^5 = \frac{12!}{(12-2)! \times 2!} = 792$$

ماهو عدد الفرق الممكن تشكيلها من 3 طلاب و 4 طالبات

$$C_{15}^3 \times C_{12}^4 = 455 \times 495 = 225252$$

التمرين الرابع: يحتوي صندوق على 50 مصباح منها 10 فاسدة، نسحب 7 مصابيح بكم طريقة يمكن الحصول على:

عدد المصابيح الصالحة	0	1	2	3	4	5	6	7	المجموع
عدد المصابيح الفاسدة	7	6	5	4	3	2	1	0	
عدد الحالات	$C_{40}^0 \times C_{10}^7$	$C_{40}^1 \times C_{10}^6$	$C_{40}^2 \times C_{10}^5$	$C_{40}^3 \times C_{10}^4$	$C_{40}^4 \times C_{10}^3$	$C_{40}^5 \times C_{10}^2$	$C_{40}^6 \times C_{10}^1$	$C_{40}^7 \times C_{10}^0$	C_{50}^7
النتيجة	120	8400	196560	2074800	10966800	29610360	38383800	18643560	99884400

1) 5 مصابيح صالحة.

$$C_{40}^{5}\times C_{10}^{2}=29610360$$

2) مصباحين صالحين على الأقل .

$$C_{40}^{2}\times C_{10}^{5}+C_{40}^{3}\times C_{10}^{4}+C_{40}^{4}\times C_{10}^{3}+C_{40}^{5}\times C_{10}^{2}+C_{40}^{6}\times C_{10}^{1}+C_{40}^{7}\times C_{10}^{0}$$
$$=196560+2074800+109566800+26910360+38383800+18643560=99875880$$

او باستعمال الحادث العكسي

$$C_{50}^{7}-(C_{40}^{0}\times C_{10}^{7}+C_{40}^{1}\times C_{10}^{6})=99884400-(120+8400)=99875880$$

3) 6 مصابيح صالحة على الأقل.

$$C_{40}^{6}\times C_{10}^{1}+C_{40}^{7}\times C_{10}^{0}=38383800+18643560=57027360$$

4) 5 مصابيح فاسدة على الأكثر

نقول 5 فاسدة على الاكثر او مصباحين صالحين على الاقل وهي مساوية للسؤال رقم 2

5) 3 مصابيح فاسدة الأكثر.

$$C_{40}^{4}\times C_{10}^{3}+C_{40}^{5}\times C_{10}^{2}+C_{40}^{6}\times C_{10}^{1}+C_{40}^{7}\times C_{10}^{0}$$
$$=109566800+26910360+38383800+18643560$$
$$=97604520$$

التمرين الخامس: يحتوي صندوق على 2 كريات بيضاء، 15 صفراء، و10 خضراء، نسحب 3 كريات من هذا الصندوق:

أ) الواحدة تلوى الأخرى وبدون إرجاع.

$$A_{n}^{r}=\frac{n!}{(n-r)!}=A_{27}^{3}=\frac{27!}{(27-3)!}=17550$$

ب) الواحدة تلو الأخرى وبالإرجاع.

$$\tilde{A}_{n}^{r}=\mathrm{n}^{\mathrm{r}}=\tilde{A}_{27}^{3}=27^{3}=19683$$

أحسب في كل الحالتين بكم طريقة يمكن الحصول على:

1) كرية صفراء ثمّ بيضاء ثمّ صفراء

بدون إرجاع	وبالإرجاع
$A_{15}^{1}\times A_{2}^{1}\times A_{14}^{1}=A_{15}^{2}\times A_{2}^{1}=420$	$\tilde{A}_{15}^{1}\times\tilde{A}_{2}^{1}\times\tilde{A}_{14}^{1}=\tilde{A}_{15}^{2}\times\tilde{A}_{2}^{1}=450$

2) 3 كريات خضراء.

بدون إرجاع	وبالإرجاع

$\tilde{A}_{10}^{3} = 1000$	$A_{10}^{3} = 720$

3) كرية صفراء واحدة وكرتين.

وبالإرجاع	بدون إرجاع
$3 \times \tilde{A}_{15}^{1} \times \tilde{A}_{12}^{2} = 6480$	$3 \times A_{15}^{1} \times A_{12}^{2} = 5940$

<u>التمرين السادس</u>: لكتابة كلمة سر، نختار 7 أحرف مختلفة بالصدفة من بين 26 حرف، أحسب عدد الحالات لتحقيق الحوادث الآتية:

1) كلمة سر تحتوي على الحرف a.

$$7 \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{25}^{6} = 1708984375$$

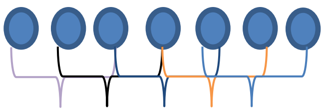
2) كلمة سر لا تحتوي على الحرفين b، a.

$$\tilde{A}_{24}^{7} = 4586471424$$

3) الأحرف a,b,c هي الأحرف الأولى في كلمة السر وتأتي متتابعة بهذا الشكل.

$$\tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{23}^{4} = 279841$$

4) الأحرف a,b,c تظهر متتالية في كلمة السر.



لدينا 5 حلات لترتيب متتالي

$$5 \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{23}^{4} = 279841 \times 5 = 1399205$$

5) الحرف b يظهر مرتين على الأقل في كلمة السر.

$$\begin{aligned} C_{7}^{2} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{25}^{5} + C_{7}^{3} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{25}^{4} + C_{7}^{4} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{25}^{3} + C_{7}^{5} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{25}^{2} + C_{7}^{6} \times \tilde{A}_{1}^{1} \\ \times \tilde{A}_{25}^{1} + C_{7}^{7} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{25}^{0} \\ = 21 \times 1 \times 25^{5} + 35 \times 1 \times 25^{4} + 35 \times 1 \times 25^{3} + 21 \times 1 \times 25^{2} \\ + 7 \times 1 \times 25^{1} + 1 \times 1 \times 25^{0} = 219310176 \end{aligned}$$

باستخدام الحادث العكسي

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{26}^{7} - \left(\tilde{A}_{25}^{7} + C_{7}^{1} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{25}^{6}\right) \\ = 8031810176 - (6103515625 + 1708984375) = 219309276 \end{aligned}$$

<u>**التمرين السابع**</u>: أرقام الخطوط الهاتفية في مدينة معيّنة تتشكل من 8 أرقام (مختارة من بين 10 أرقام)، بحيث يمكن لكل رقم الظهور أكثر من مرة واحدة في رقم الخط، نختار بالصدفة رقم خط هاتفي في المدينة، أحسب عدد الحالات:

1) الحصول على الرقم 8 خمس مرات على يسار رقم الخط.

$$\tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_9^3 = 729$$

2) الأرقام الثمانية مختلفة مثنى مثنى في رقم الخط.

$$\tilde{A}_{10}^1 \times \tilde{A}_{10}^1 \times \tilde{A}_{10}^1 \times \tilde{A}_9^1 \times \tilde{A}_{10}^1 \times \tilde{A}_8^1 \times \tilde{A}_{10}^1 \times \tilde{A}_7^1 = 50400000$$

3) الرقم 4 يظهر مرتين على الأقلّ في رقم الخط.

$$\tilde{A}_{10}^8 - \left(\tilde{A}_9^8 + C_8^1 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_9^7\right) = 18689527$$

4) الرقم 2 يظهر ثلاث مرات والرقم 5 يظهر مرتين والرقم 6ثلاث مرات

$$C_8^3 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 + C_5^2 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 + C_3^3 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 = 560$$

او باستعمال التباديل

$$\frac{n!}{r_1! \times r_2! \times \ldots \times r_k!} \ ; r_1 + r_2 + \cdots + r_k = n$$

بما اننا استعملنا كل n

$$\frac{8!}{3! \times 2! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times (2 \times 2) \times 3!}{3! \times 2! \times 3!} = 8 \times 7 \times 5 \times 2 = 560$$

<u>التمرين الثامن</u>: يختار مخرج حصة تلفزيونية معينة عشوائيا 8 إعلانات تجارية من بين 20 إعلانا هي مرقمة من 1 إلى 20 ليوزعها على (8) فترات مخصصة للإشهار خلال الحصة، بحيث يمكن لكل إعلان الظهور في أكثر من فترة واحدة.

أحسب عدد الحالات لتحقيق الحوادث التالية:

1) الإعلان 2 يظهر مرتين متتاليتين وذلك في الفترة الأولى والثانية.

$$\tilde{A}_1^1 \times \tilde{A}_1^1 \times_{19}^{6} = 19535040$$

2) الإعلان 4 يظهر مرتين على الأقل.

$$\tilde{A}_{20}^{8} - \left(\tilde{A}_{19}^{8} + C_{8}^{1} \times \tilde{A}_{1}^{1} \times \tilde{A}_{19}^{7}\right) = 1.576741087 * 10^{10}$$

3) الإعلان 1 يظهر مرتين والإعلان 3 يظهر ثلاث مرات والإعلان 17 يظهر ثلاث مرات.

$$\frac{8!}{3! \times 2! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times (2 \times 2) \times 3!}{3! \times 2! \times 3!} = 8 \times 7 \times 5 \times 2 = 560$$