حلول تمارين الفصل الثاني

التمرين الأول: وضعت 50 تذكرة للبيع منها 3 مربحة ،اشترى رجل 4 تذاكر احسب احتمال حصوله على :

عدد الحالات الكلية هنا لدين التذاكر غير معرفة والترتيب غير مهم سنعتمد على التوافيق

$$C_{50}^{4} = 230300$$

- ليكن p(1) احتمال الحصول على تذكرتين مربحتين :

$$p(1) = \frac{C_3^2 \times C_{47}^2}{C_{50}^4} = 0.1408163$$

- ليكن p(2) احتمال الحصول على 3 تذاكر مربحة

$$p(2) = \frac{C_3^3 \times C_{47}^1}{C_{50}^4} = 0.00020408$$

- ليكن p(3) احتمال الحصول على تذكرة مربحة على الأقل

$$p(3) = 1 - \frac{C_3^0 \times C_{47}^4}{C_{50}^4} = 1 - 0.7744898 = 0.2255102$$

- ليكن p(4) احتمال الحصول على تذكرة غير مربحة على الأقل.

احتمال اكيد لانه لا يمكننا سحب 0 تذكرة غير مربحة كل السحوبات تحتوي على تذكرة غير مربحة على اللأقل ويمكننا ان نبرهن على ذلك حسابيا

$$p(3) = \frac{C_{47}^1 \times C_3^3 + C_{47}^2 \times C_3^2 + C_{47}^3 \times C_3^1 + C_{47}^4 \times C_3^0}{C_{50}^4}$$

$$= \frac{47 \times 1 + 1081 \times 3 + 16215 \times 3 + 178365}{230300} = \frac{230300}{230300} = 1$$

التمرين الثاني: نعتبر انفسنا امام باب مغلق وبحوزتنا 10 مفاتيح منها واحد نستطيع به فتح الباب احسب احتمال :

- ليكن p(1) احتمال فتح الباب في التجربة الخامسة نحن امام التجارب المستقلة لنه سوف يتوقف بمجرد فتح الباب

لا يفتح في التجربة 1 ولا يفتح في التجربة 2 ولا يفتح في التجربة 3 و ولا يفتح في التجربة 4 و يفتح في التجربة 5

$$p(1) = \frac{9}{10} \times \frac{8}{9} \times \frac{7}{8} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{6} = 0.1$$

- ليكن $p(2)$ احتمال فتح الباب في التجربة الاولى

$$p(2) = \frac{1}{10} = 0.1$$

<u>التمرين الثالث</u>: لدينا 10 رسائل موجهة الى اصحابها واحد موزعي البريد لا يعرف المنطقة ما هو احتمال :

نحن امام التباديل لان n توزع كلها

- ليكن $p(1)$ احتمال ان تصل كل رسالة الى صاحبها

$$p(1) = \frac{1^{10}}{10!} = \frac{1}{3628800}$$

- ليكن $p(2)$ احتمال ان تصل رسالتين الى اصحابها

$$p(2) = \frac{C_{10}^{2} \times 1 \times 1 \times 7!}{10!}$$

- ليكن $p(3)$ احتمال ان لا تصل اي رسالة الى صاحبها

$$p(3) = \frac{9!}{10!}$$

<u>التمرين الرابع</u>: تريد وكالة سفر اختيار (5) عواصم دول من بين 10 عواصم مرقمة من 1 إلى 10 لتنظيم رحلة سياحية من خمسة مراحل متتالية يتمّ زيارة العاصمة مرة واحدة فقط خلال الرحلة، احسب احتمالات الحوادث:

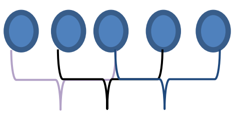
العناصر معرفة والترتيب مهم سنعتمد على التراتيب بدون ارجاع لانه لا يمكن زيارة العاصمة اكثر من مرة

عدد الحالات الكلية هو $_{10}^{5}$

1) ليكن $p(1)$ احتمال ان العاصمة 2 تكون نقطة بداية الدورة السياحية.

$$p(1) = \frac{A_1^1 \times A_9^4}{A_{10}^5} = \frac{3024}{30240} = 0.1$$

2) ليكن $p(2)$ احتمال ان العواصم 7، 5، 1 تكون متتابعة خلال الدورة السياحية.



$$p(2) = \frac{3 \times A_1^1 \times A_1^1 \times A_1^1 \times A_7^2}{A_{10}^5} = \frac{3 \times 42}{30240} = 0.0041$$

3) ليكن p(3) احتمال ان العاصمة 5 تأتي مباشرة بعد العاصمة 4 خلال الدورة السياحية.

$$p(3) = \frac{4 \times A_1^1 \times A_1^1 \times A_8^3}{A_{10}^5} = \frac{4 \times 336}{30240} = 0.044$$

4) 3 ليكن p(4) احتمال ان الدورة السياحية لا تشمل العاصمتين 8 و9.

$$p(4) = \frac{A_8^5}{A_{10}^5} = \frac{6720}{30240} = 0.222$$

<u>التمرين الخامس</u>: تريد أحدى الشركات تسويق منتوجين اثنين في السوق، فقامت بطرح شحنات نموذجية وصبر آراء الزبائن حول هذين المنتوجين على النتائج الإحصائية التالية:

❈ نسبة الزبائن الذين يفضلون المنتوج ① هي (70%)

$$p(A) = 0.7 \quad , p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0.7 = 0.3$$

❈نسبة الزبائن الذين يفضلون المنتوج ② ، هي (40%)

$$p(B) = 0.4 \quad , p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0.4 = 0.6$$

❈ نسبة الزبائن الذين يفضلون المنتوج ①و② ، هي (25%).

$$p(A \cap B) = 0.25 \quad , p(\overline{A \cap B}) = 1 - p(A \cap B) = 1 - 0.25 = 0.75$$

1) ما هي نسبة الذين يفضلون المنتوج ① فقط؟

$$p(A\bar{|}B) = p(A \cap \bar{B}) = p(A) - p(A \cap B) = 0.7 - 0.25 = 0.45$$

2)ماهي نسبة الزبائن الذين يفضلون منتوج واحد فقط.

$$p\left[\left(A\bar{|}B\right) \cup \left(B\bar{|}A\right)\right] = p\left(A\bar{|}B\right) + p\left(B\bar{|}A\right)$$

$B\bar{|}A$ و$A\bar{|}B$ حدثان متنافيان

$$p\left[\left(A\bar{|}B\right) \cup \left(B\bar{|}A\right)\right] = 0.45 + \left(p(B) - p(A \cap B)\right) = 0.45 + (0.4 - 0.25)$$
$$= 0.45 + 0.15 = 0.6$$

3) نسبة الزبائن الذين لا يفضلون لا المنتوج ① ولا المنتوج ②

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B)$$
$$= 1 - \big(p(A) + p(B) - p(A \cap B)\big)$$
$$= 1 - (0.7 + 0.4 - 0.25) = 1 - 0.85 = 0.15$$

التمرين السادس: يتسابق ثلاثة طلبة A و B وC في السباحة فاذا كان احتمال فوز A يساوي احتمال فوز B و احتمال فوز A ضعف احتمال فوز C

$$p(A) = p(B) = 2 \times p(C)$$

احتمال الفوز هو ان يفوز A او يفوز B او يفوز c اي مجموع احتمالات فوزهم هو مساو للواحد اي

$$p(A) + p(B) + p(C) = 1\ ,\ \ 2 \times p(C) + 2 \times p(C) + p(C) = 1\ \ ,5 \times p(C)$$
$$= 1\ \ ,p(C) = \frac{1}{5}\ \ ;p(A) = \frac{2}{5}\ \ ,p(B) = \frac{2}{5}$$

احسب احتمال فوز B أوC

$$p(B \cup C) = p(B) + p(C) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

حدثان متنافيان لا يمكن ان يفوزا مع بعض يوجد فائز واحد

التمرين السابع : من بين 120 طالب يدرسون الاقتصاد 60 منهم لديهم دروس اضافية في الفرنسية و 50 طالب لديهم دروس اضافية في الانجليزية و 20 طالب لديهم دروس اضافية في الفرنسية والانجليزية ، اذا اختير طالب بطريقة عشوائية اوجد احتمال ان يكون هذا الطالب يدرس

ليكن p(A) احتمال ان يكون الطالب لديه دروس اضافية في الفرنسية

$$p(A) = \frac{60}{120} = \frac{6}{12}$$

ليكن p(B) احتمال ان يكون الطالب لديه دروس اضافية في الفرنسية

$$p(B) = \frac{50}{120} = \frac{5}{12}$$

$$p(A \cap B) = \frac{20}{120} = \frac{2}{12}$$

- احسب احتمال ان يدرس الطالب الفرنسية او الانجليزية

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=\frac{6}{12}+\frac{5}{12}-\frac{2}{12}=\frac{9}{12}$$

- احسب احتمال ان لا يدرس اي لغة .

$$p(\bar{A}\cap\bar{B})=p(\overline{A\cup B})=1-p(A\cup B)=1-\frac{9}{12}=\frac{3}{12}$$

التمرين الثامن :

نفرض ان لدينا حدثان A و B بحيث $P(A\cup B)=7/8$ ، $P(\bar{A})=5/8$ $P(A\cap B)=1/4$

$$p(A\cup B)=\frac{7}{8}\quad ,p(\bar{A})=\frac{5}{8}\quad ,p(A\cap B)=\frac{2}{8}$$

اوجد $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(A\cap\bar{B})$ ، $P(\bar{A}\cap\bar{B})$ ، $P(\bar{A}\cup\bar{B})$

$$p(A)=1-p(\bar{A})=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$$

$$p(B)=p(A\cup B)-p(A)+p(A\cap B)=\frac{7}{8}-\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{6}{8}$$

$$p(A\cap\bar{B})=p\left(A\bar{|}B\right)=p(A)-p(A\cap B)=\frac{3}{8}-\frac{2}{8}=\frac{1}{8}$$

$$p(\bar{A}\cap\bar{B})=p(\overline{A\cup B})=1-p(A\cup B)=1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$$

$$p(\bar{A}\cup\bar{B})=p(\overline{A\cap B})=1-p(A\cap B)=1-\frac{2}{8}=\frac{6}{8}$$

التمرين التاسع : في احدى مسابقات التوظيف تقدم رجلان H1 و H2 وثلاث سيدات F1 و F2 و F3 فاذا كان احتمال فوز الرجال بالوظيفة متساويا واحتمال فوز السيدات بالوظيفة متساويا ولكن احتمال فوز الرجال هو ضعف احتمال فوز السيدات اوجد احتمال ان يفوز :

$$p(H_1)=p(H_2)\ ,\qquad p(F_1)=p(F_2)=p(F_3)\quad ,p(H)=2\times p(F)$$

احتمال الفوز هو ان يفوز أحدهم اي مجموع احتمالات فوزهم هو مساو للواحد اي

$$p(H_1)+p(H_2)+p(F_1)+p(F_2)+p(F_3)$$
$$=1\ ,\ \ 2\times p(F_1)+2\times p(F_1)+p(F_1)+p(F_1)+p(F_1)=1\ \ ,$$

$$7 \times p(F_1) = 1 \quad , p(F_1) = p(F_2) = p(F_3) = \frac{1}{7} \quad ; \quad p(H_1) = p(H_2) = \frac{2}{7}$$

- السيدة F2 بالوظيفة

$$p(F_2) = \frac{1}{7}$$

- السيد H2 بالوظيفة

$$p(H_2) = \frac{2}{7}$$

- احتمال فوز احدى السيدات بالوظيفة

$$p(F_1 \cup F_2 \cup F_3) = p(F_1) + p(F_2) + p(F_3) = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

- اذا كان H2 وF2 متزوجين ما هو احتمال فوز احداهما بالوظيفة.

$$p(H_2 \cup F_2) = p(H_1) + p(F_2) = \frac{2}{7} + \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

التمرين العاشر: ان امتحان الاحصاء الرياضي يتكون من 3 تمارين مأخوذة عشوائيا من بين 20 تمرين محلول في الحصة التطبيقية _احد الطلبة قام بمراجعة 15 تمرين احسب احتمال أن يقوم بحل :

العناصر معرفة والترتيب مهم سنعتمد على التراتيب بدون ارجاع لأنه لا يمكن ان يحل نفس التمرين

عدد الحالات الكلية هو $^{3}_{20}$

ليكن p(1) احتمال ان يحل كل التمارين في الامتحان

$$p(1) = \frac{A_{15}^3}{A_{20}^3} = \frac{2730}{6840} = 0.399$$

ليكن p(2) احتمال ان يحل ولا تمرين في الامتحان

$$p(2) = \frac{A_5^3}{A_{20}^3} = \frac{60}{6840} = 0.008$$

ليكن p(3) احتمال أن يحل التمرين الاول والثالث ولا يحل التمرين الثاني .

$$p(2) = \frac{A_{15}^{2} \times A_{5}^{1}}{A_{20}^{3}} = \frac{210 \times 5}{6840} = 0.153$$

لنفرض ان الامتحان يتكون من تمرينين ما هو عدد التمارين التي يجب ان يراجعها الطالب من بين 20 تمرين حتى لا يجيب على كل التمارين بنسبة 3.16%

الامتحان يتكون من تمرينين عدد الحالات الكلية $A_{20}^{2} = 380$

ليكن عدد التمارين التي لا يراجعها هي x يصبح الاحتمال مساو لـ

$$\frac{A_{x}^{2}}{A_{20}^{2}} = 0.0316 \ , A_{x}^{2} = 0.0316 \times 380 = 12$$

$$A_{x}^{2} = \frac{x!}{(x-2)!} = \frac{x \times (x-1) \times (x-2)!}{(x-2)!} = x \times (x-1)$$

$x \times (x-1) = 12 \, , x^{2} - x - 12 = 0 \quad , \Delta = 49 \, , x_{1} = 4 \ \ , x_{2} = -3$ مرفوض

عدد التمارين التي يجب ان يراجعها هي (20-4) اي 16 تمرين