حلول تمارين الفصل الخامس

التمرين الأوّل: تصل السيارات إلى مرآب في وسط المدينة بمعدل 10 سيارة كل ساعتين.

x الذي يمثل عدد السيارات التي تصل إلى المرآب خلال ساعتين

1) ماهو التوزيع الاحتمالي لـــ x ؟

$$x \sim P(K;\lambda)\,; \quad \lambda = 10 \quad ; \quad p(x=k) = \frac{\lambda^k * e^{-\lambda}}{k!}$$

2) ما هو توقيع المتغير x ؟ أحسب تباينه وانحرافه المعياري.

$$E(x) = \lambda = 10$$

$$V(x) = \lambda = 10 \;\; ; \sigma(x) = \sqrt{\lambda} = \sqrt{10} = 3.162$$

3) أحسب احتمال أن تصل إلى المرآب خلال ساعتين 12 سيارة.

$$p(x=k) = \frac{\lambda^k * e^{-\lambda}}{k!} ; p(x=12) = \frac{12^{10} * e^{-10}}{12!} = 0.0058$$

أحسب احتمال أن تصل إلى المرآب خلال ساعتين 04 سيارات على الأقل

$$\begin{aligned} p(x \geq 4) &= 1 - p(x<4) \\ &= 1 - [p(x=0) + p(x=1) + p(x=2) + p(x=3)] \\ &= 1 - \left[\frac{10^0 * e^{-10}}{0!} + \frac{10^1 * e^{-10}}{1!} + \frac{10^2 * e^{-10}}{2!} + \frac{10^3 * e^{-10}}{3!}\right] \\ &= 1 - (e^{-10} + 10e^{-10} + 50e^{-10} + 166.66e^{-10}) \\ &= 1 - 227.66e^{-10} = 0.989 \end{aligned}$$

التمرين الثاني: يتوافد الأشخاص على مصلحة إدارية بمعدل شخص كل 10 دقائق،

x الذي يمثل عدد الأشخاص المتوافدين على المصلحة كل ساعة.

لدينا شخص كل دقيقتين سيصبح 6 أشخاص كل ساعة

1) ماهو التوزيع الاحتمالي العشوائي x ؟

$$x \sim P(K;\lambda)\,; \quad \lambda = 6 \quad ; \quad p(x=k) = \frac{\lambda^k * e^{-\lambda}}{k!}$$

2) أحسب احتمال أن يتوافد على المصلحة خلال ساعة معينة شخصان على الأقل.

$$\begin{aligned} p(x \geq 2) &= 1 - p(x < 2) = 1 - [p(x=0) + p(x=1)] \\ &= 1 - \left[\frac{6^0 * e^{-6}}{0!} + \frac{6^1 * e^{-6}}{1!}\right] = 1 - (e^{-6} + 6e^{-6}) = 1 - 7e^{-6} \\ &= 0.982 \end{aligned}$$

أحسب احتمال أن يتوافد على المصلحة خلال ساعة معينة03 أشخاص على الأكثر.

$$\begin{aligned} p(x \leq 3) &= [p(x=0) + p(x=1) + p(x=2) + p(x=3)] \\ &= \left[\frac{6^0 * e^{-6}}{0!} + \frac{6^1 * e^{-6}}{1!} + \frac{6^2 * e^{-6}}{2!} + \frac{6^3 * e^{-6}}{3!}\right] \\ &= (e^{-6} + 6e^{-6} + 18e^{-6} + 36e^{-6}) = 61e^{-6} = 0.1512 \end{aligned}$$

3) أحسب احتمال أن يتوافد على المصلحة خلال يوم عمل من 7 ساعات 30 شخص.

لدينا 6 أشخاص كل ساعة سيصبح 42شخص في اليوم

$$x \sim P(K; \lambda)\ ; \quad \lambda = 42 \quad ; \quad p(x=k) = \frac{\lambda^k * e^{-\lambda}}{k!}$$

$$p(x=30) = \frac{42^{30} * e^{-42}}{30!} = 0.0108$$

<u>التمرين الثالث:</u>

x الذي يمثل عدد السيارات من بين الــ 8 المباعة التي تبقى صالحة للسير أكثر من 10 سنوات.

1) ماهو التوزيع الاحتمالي العشوائي x ؟

$$x \sim B(\mathrm{N}, p, q);\ \mathrm{N} = 8\ \ , \mathrm{p} = 0.8\ ; \mathrm{q} = 0.2\ \ , \qquad p(x=k) = c_N^k * P^k * q^{N-k}$$

2) أحسب توقيعه وتباينه.

$$E(x) = n \times p = 8 \times 0.8 = 6.4 \cong 6$$

$$V(x) = n \times p \times q = 8 \times 0.8 \times 0.2 = 1.28$$

3) أحسب احتمال: عدد السيارات التي تبقى صالحة للسير أكثر من عشر سنوات هو 6.

$$p(x=6) = (c_8^6 * 0.8^6 * 0.2^2) = 0.2936$$

– عدد السيارات التي تبقى صالحة للسير أكثر من عشر سنوات هو 03 على الأقل

$$p(x \geq 3) = 1 - p(x < 3) = 1 - [p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2)]$$
$$= 1 - [(c_8^0 * 0.8^0 * 0.2^8) + (c_8^1 * 0.8^1 * 0.2^7) + (c_8^2 * 0.8^2 * 0.2^6)]$$
$$= 1 - 0.00123 = 0.998$$

- عدد السيارات التي تبقى صالحة للسير أكثر من عشر سنوات لا يقل عن 2 ولا يزيد عن 5.

$$p(2 \leq x \leq 5) = [p(x = 2) + p(x = 3) + p(x = 4) + p(x = 5)]$$
$$= [(c_8^2 * 0.8^2 * 0.2^6) + (c_8^3 * 0.8^3 * 0.2^5) + (c_8^4 * 0.8^4 * 0.2^4)$$
$$+ (c_8^5 * 0.8^5 * 0.2^3)] = 0.2029$$

التمرين الرابع : x الذي يمثل عدد المصابين بالزكام

1) ماهو التوزيع الاحتمالي لــ x ؟

$$x \sim B(\mathrm{N}, p, q);\ \mathrm{N} = 60\ ,\mathrm{p} = 0.6\ ;\mathrm{q} = 0.4\ , \qquad p(x = k) = c_N^k * P^k * q^{N-k}$$

2) أحسب توقيعه وتباينه.

$$E(x) = n \times p = 60 \times 0.6 = 36$$

$$V(x) = n \times p \times q = 60 \times 0.6 \times 0.4 = 14.4$$

3) أحسب احتمال: أن لا يصاب أي شخص بالزكام في هذه المدينة خلال هذا الشهر.

$$p(x = 0) = (c_{30}^0 * 0.6^0 * 0.4^{30}) = 1.152 \times 10^{12}$$

4) أحسب احتمال: أن يصاب شخصان على الاقل بالزكام في هذه المدينة خلال هذا الشهر.

$$p(x \geq 2) = 1 - p(x < 2) = 1 - [p(x = 0) + p(x = 1)]$$
$$= 1 - [(c_{30}^0 * 0.6^0 * 0.4^{30}) + (c_{30}^1 * 0.6^1 * 0.4^{29})] = 1 - 5.30 \times 10^{11}$$
$$\cong 1$$

التمرين الخامس: x تمثل عدد القطع الفاسدة

1) ماهو التوزيع الاحتمالي لــ x ؟

$$x \sim H(\mathrm{N}, n_1, n_2, m, p)\ ;N = n_1 + n_2 = 17\ , n_1 = 10\ ;\ n_2 = 7\ ; p = \frac{n_1}{N} = 0.588$$
$$p(x = k) = \frac{C_{n_1}^k \times C_{n_2}^{m-k}}{C_N^m}$$

2) أحسب احتمال: عدد القطع الفاسدة المحصل عليها هو 04 على الأكثر.

$$p(x \leq 4) = 1 - p(x > 4) = 1 - [p(x = 5)] = 1 - \frac{C_{10}^5 \times C_7^0}{C_{17}^5}$$
$$= 1 - 0.0407 = 0.9592$$

عدد القطع الفاسدة المحصل عليها هو 2 على الاقل

$$p(x \geq 2) = 1 - p(x < 2) = 1 - [p(x = 0) + p(x = 1)]$$
$$= 1 - \left[\frac{C_{10}^0 \times C_7^5}{C_{17}^5} + \frac{C_{10}^1 \times C_7^4}{C_{17}^5}\right] = 1 - (0.0599) = 0.940$$

التمرين السادس: x الذي يمثل عدد حاملي الدرجة الجامعية المختارين لإجراء المقابلة.

1) ماهو التوزيع الاحتمالي لــ x ؟

$$x \sim H(\mathrm{N}, n_1, n_2, m, p) \;\; ; N = n_1 + n_2 = 10 \, , n_1 = 6 \;\; ; \;\; n_2 = 4 \;\; ; p = \frac{n_1}{N} = 0.6$$
$$p(x = k) = \frac{C_{n_1}^k \times C_{n_2}^{m-k}}{C_N^m}$$

2) أحسب احتمال: عدد حاملي الدرجة الجامعية المختارين هو 03.

$$p(x = 3) = \frac{C_6^3 \times C_4^1}{C_{10}^4} = 0.380$$

2 أحسب احتمال عدد حاملي الدرجة الجامعية المختارين لا يزيد عن 02.

$$p(x \leq 2) = [p(x = 0) + p(x = 1) + p(x = 2)]$$
$$= \left[\frac{C_6^0 \times C_4^4}{C_{10}^4} + \frac{C_6^1 \times C_4^3}{C_{10}^4} + + \frac{C_6^2 \times C_4^2}{C_{10}^4}\right]$$
$$= \frac{1 + 6 \times 4 + 15 \times 6}{210} = 0.5476$$

2 أحسب احتمال عدد حاملي الدرجة الجامعية المختارين لا يقل عن 01.

$$p(x \geq 1) = 1 - p(x < 1) = 1 - [p(x = 0)] = 1 - \left[\frac{C_{10}^0 \times C_7^5}{C_{17}^5}\right] = 1 - \left(\frac{1}{210}\right)$$
$$= 0.9952$$

التمرين السابع:

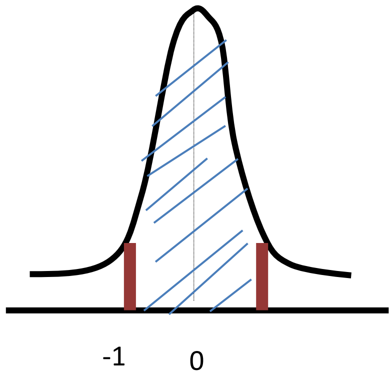
ليكن x متغيرا عشوائيا خاضعا لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي 12 وانحرافه المعياري 3.

$$x \sim N(\mu, \sigma)\ ; \mu = 12 \quad ; \sigma = 3$$

1) أحسب: $p(9 \le z \le 13)$

$$p(9 \le x \le 13) = p\left(\frac{9-\mu}{\sigma} \le z \le \frac{13-\mu}{\sigma}\right) = p\left(\frac{9-12}{3} \le z \le \frac{13-12}{3}\right) =$$

$$= p(-1 \le z \le 0.33)$$

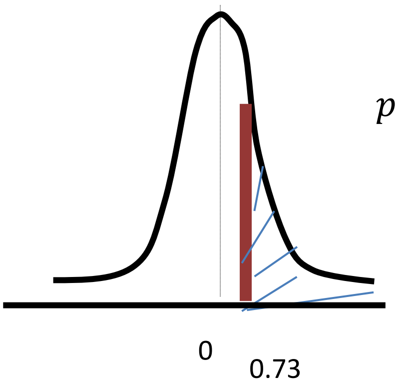


من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد :

$$p(-1 \le z \le 0.33) = p(z \le 0.33) + p(z \le 1) - 1 =$$

$$= 0.62930 + 0.84134 - 1 = 0.47064$$

احسب $p(x \ge 14.2)$

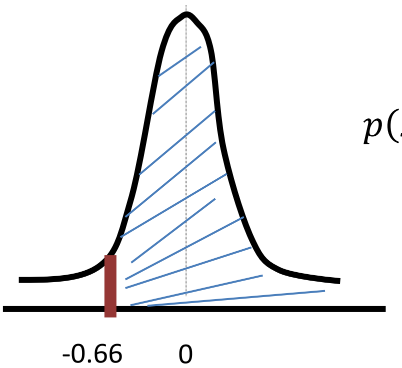


$$p(x > 14.2) = p\left(z > \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = p\left(z > \frac{14.2-12}{3}\right) = p(z > 0.73)$$

من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد :

$$p(z > 0.73) = 1 - p(z \le 0.73) = 1 - 0.76730 = 0.2327$$

احسب $p(x \ge 10)$

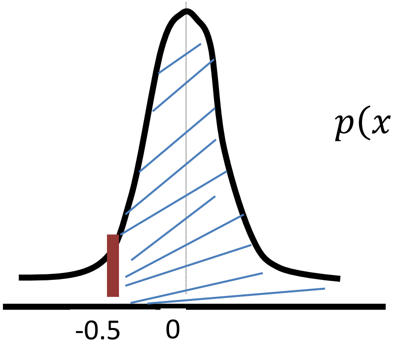


$$p(x \ge 10) = p\left(z > \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = p\left(z > \frac{10-12}{3}\right) = p(z > -0.66)$$

من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد :

$$p(z > -0.66) = p(z \le 0.66) = 0.74537$$

احسب $p(x \geq 10.5)$

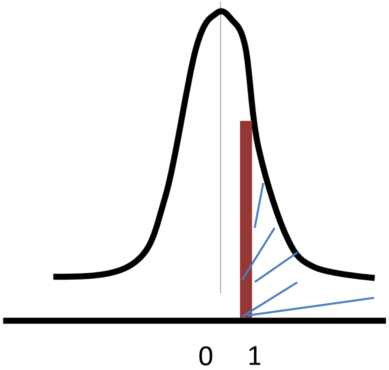


$$p(x \geq 10.5) = p\left(z > \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = p\left(z > \frac{10.5-12}{3}\right) = p(z > -0.5)$$

من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد :

$$p(z > -0.5) = p(z \leq 0.5) = 0.69146$$

احسب، $p(x \geq 15)$



$$p(x > 15) = p\left(z > \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = p\left(z > \frac{15-12}{3}\right) = p(z > 1)$$

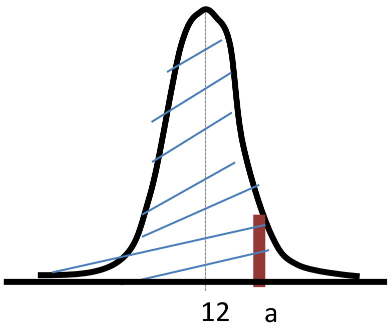
من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد :

$$p(z > 1) = 1 - p(z \leq 1) = 1 - 0.84134 = 0.158166$$

2) عين قيم: a، b، c بحيث: $P(b \leq x \leq c)$= 0,6 ،$P(x \geq b)$=0,75 ،$P(x \leq a)$=0,88

$$p(x \leq a) = 0.88$$

من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد



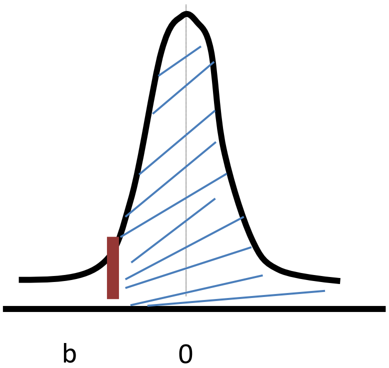
$$p(x \leq a) = p\left(z \leq \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = p\left(z \leq \frac{a-12}{3}\right) = 0.88)$$

من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد :

$$p(z \leq 1.175) = 0.88; z = \frac{a-12}{3} = 1.175 \;; a = 3 \times 1.175 + 12$$

$$a = 15.525$$

احسب $p(x \geq b)$= 075



$$p(x \geq b) = p\left(z \geq \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = p\left(z \geq \frac{b-12}{3}\right) = p(z \geq \frac{b-12}{3})$$

من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد :

$$p\left(z \geq \frac{b-12}{3}\right) = p\left(z \leq \frac{b-12}{3}\right) = 0.75$$

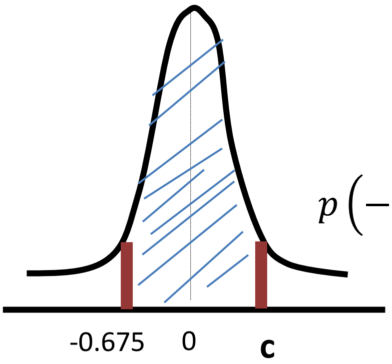
$$p(z \leq 1.175) = 0.675; z = \frac{b-12}{3} = -0.675 \ ; b = 3 \times (-0.675) + 12$$

$$b = 9.975$$

1) أحسب: $p(b \leq z \leq c) = 0.6$

$$p(9.975 \leq x \leq c) = p\left(\frac{9-\mu}{\sigma} \leq z \leq \frac{13-\mu}{\sigma}\right) = p\left(\frac{9.975-12}{3} \leq z \leq \frac{c-12}{3}\right) =$$

$$= p\left(-0.675 \leq z \leq \frac{c-12}{3}\right)$$



من جدول التوزيع الطبيعي القياسي نجد :

$$p\left(-0.675 \leq z \leq \frac{c-12}{3}\right) = p(z \leq 0.675) + p\left(z \leq \frac{c-12}{3}\right) - 1 =$$

$$= 0.75 + p\left(z \leq \frac{c-12}{3}\right) - 1 = 0.6$$

$$p\left(z \leq \frac{c-12}{3}\right) = 0.6 + 1 - 0.75 = 0.85 , \qquad z = \frac{c-12}{3} = 1.035$$

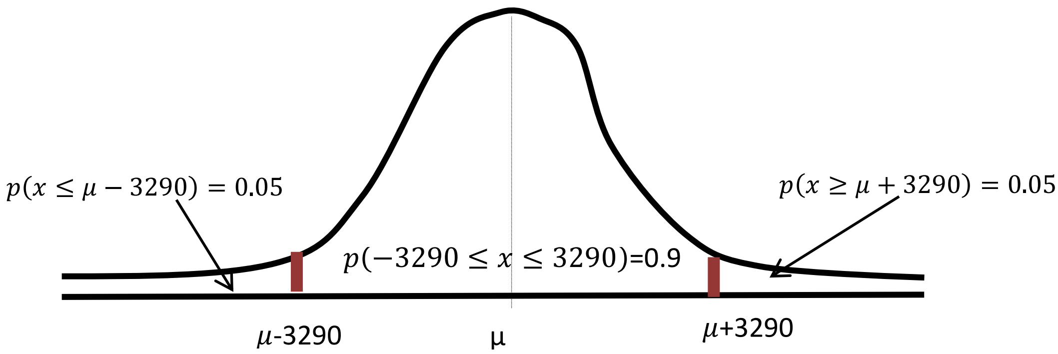
$$c = 3 \times 1.035 + 12 = 15.105$$

التمرين الثامن:

X الطلب السنوي بالوحدات على مادة معينة

$$x \sim N(\mu, \sigma) \ ; \mu = ? \quad ; \sigma = ?$$

$$p(-3290 \leq x \leq 3290) = 0.9; p(x \leq -3290) = p(x \geq 3290) = 0.05$$

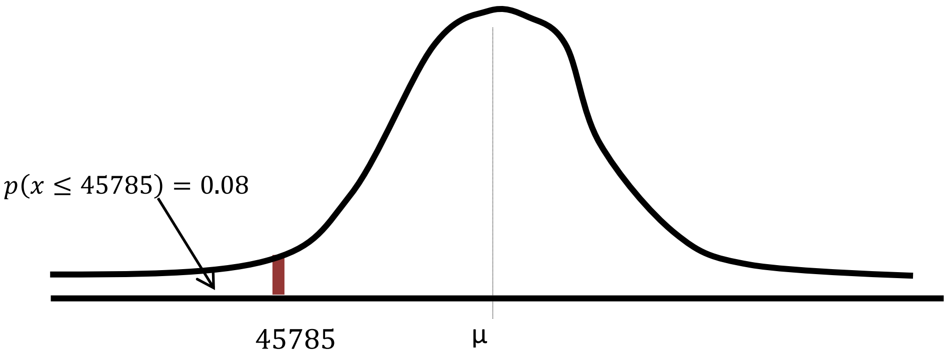


$$p(x \geq \mu + 3290) = 0.05; p\left(z \geq \frac{\mu + 3290 - \mu}{\sigma}\right) = 0.05 \ ;$$

حسب جدول التوزيع الطبيعي القياسي :

$$1-p\left(z\le\frac{3290}{\sigma}\right)=0.05\ ,p\left(z\le\frac{3290}{\sigma}\right)=0.95$$

$$p(z\le 1.645)=0.95;\frac{3290}{\sigma}=1.645\ ;\sigma=\frac{3290}{1.645},\sigma=2000$$



$$p(x\le 45785)=0.08;p\left(z\le\frac{45785-\mu}{2000}\right)=0.08\ ;$$

حسب جدول التوزيع الطبيعي القياسي :

$$1-p\left(z\le\frac{45785-\mu}{2000}\right)=0.08\ ,p\left(z\le\frac{45785-\mu}{2000}\right)=0.92$$

$$p(z\le 1.405)=0.92;\frac{45785-\mu}{2000}=-1.405\ ;45785-\mu=-1.405\times 2000$$

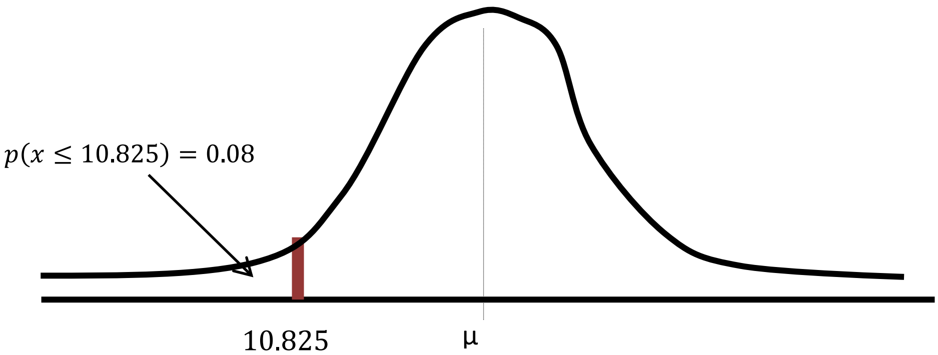
$$45785-\mu=-2810;\mu=45785+2810,\mu=48595$$

التمرين التاسع: X الرواتب الشهرية مضروبة في الف دينار

$$x\sim N(\mu,\sigma)\ ;\mu=?\ \ ;\sigma=1$$

ما هو متوسط الرواتب الشهرية الفردية في هذه المنطقة؟

$$p(x\ge 10.825)=0.88;p\left(z\ge\frac{10.825-\mu}{1}\right)=0.88\ ;$$



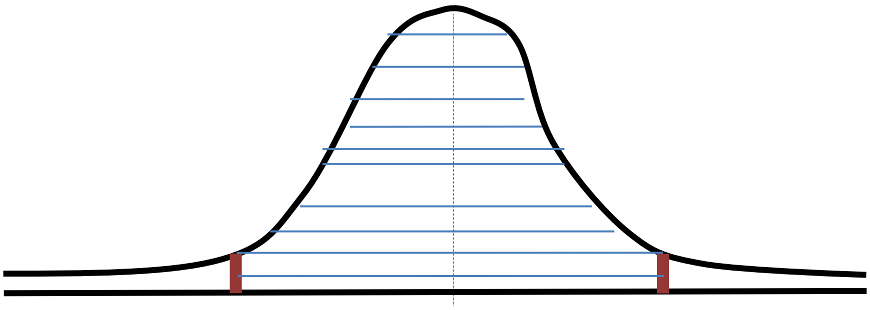
حسب جدول التوزيع الطبيعي القياسي :

$$p(z \leq 10.825 - \mu) = 0.0.88$$

$$p(z \geq -1.175) = p(z \leq 1.175) = 0.88; \quad 10.825 - \mu = -1.175 \;\; ; \mu = 12$$

2) أحسب نسبة الأشخاص الذي تتراوح رواتبهم بين 11820دج و12500دج؟

$$p(11.28 \leq x \leq 12.5) = p\left(\frac{11.28 - 12}{1} \leq z \leq \frac{12.5 - 12}{1}\right)$$
$$= p(-0.72 \leq z \leq 0.5)$$



حسب جدول التوزيع الطبيعي القياسي :

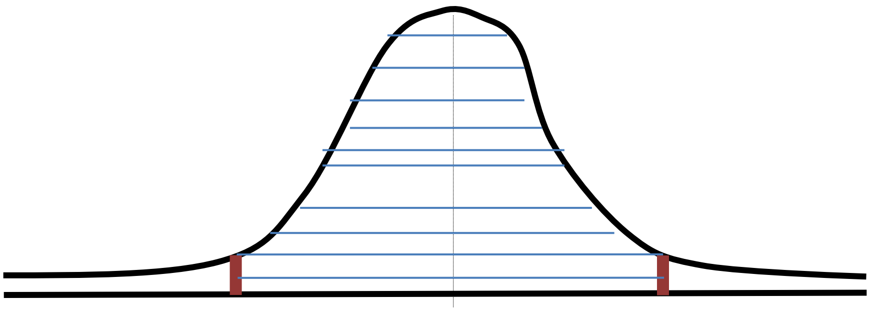
$$p(z \leq 0.72) + p(z \leq 0.5) - 1 = 0.76115 + 0.69146 - 1 = 0.72261$$

<u>التمرين العاشر:</u>   x: علامات الطلبة

$$x \sim N(\mu, \sigma) \; ; \mu = 11 \quad ; \sigma = 2$$

1) ماهي نسبة الطلبة الذين وقعت علاماتهم بين 10 و14؟

$$p(10 \leq x \leq 14) = p\left(\frac{10 - 11}{2} \leq z \leq \frac{14 - 11}{2}\right) = p(-0.5 \leq z \leq 1.5)$$

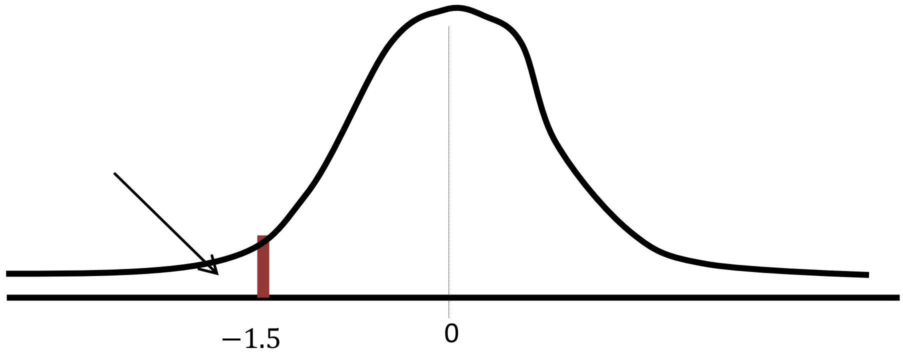


حسب جدول التوزيع الطبيعي القياسي :

$$p(z \leq 1.5) + p(z \leq 0.5) - 1 = 0.93319 + 0.69146 - 1 = 0.62465$$

ما هو عدد الطلبة الذين تحصلوا على علامة اقل من 8؟

$$p(x \leq 8) = p\left(z \leq \frac{8-11}{2}\right) = p(z \leq -1.5)$$

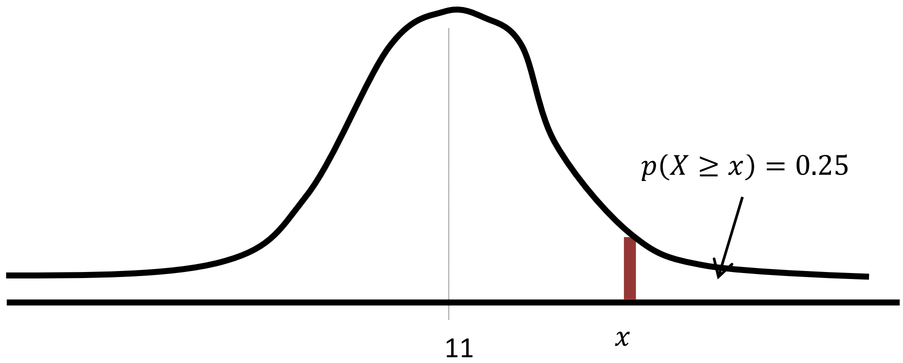


حسب جدول التوزيع الطبيعي القياسي :

$$p(z \leq -1.5) = 1 - p(z \leq 1.5) = 1 - 0.93319 = 0.06681$$

3) ما هي أقل علامة حصل عليها طالب من بين 25% الأوائل؟

$$p(X \geq x) = p\left(z \geq \frac{x-11}{2}\right)$$



حسب جدول التوزيع الطبيعي القياسي :

$$1 - p\left(z \leq \frac{x-11}{2}\right) = 0.25; p\left(z \leq \frac{x-11}{2}\right) = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$p(z \leq 0.675) = 0.75 \quad ; \frac{x-11}{2} = 0.675 \quad ; \quad x = 2 \times 0.675 + 11$$

$x = 12.35$ وهي اقل علامة ل 25% من الطلبة