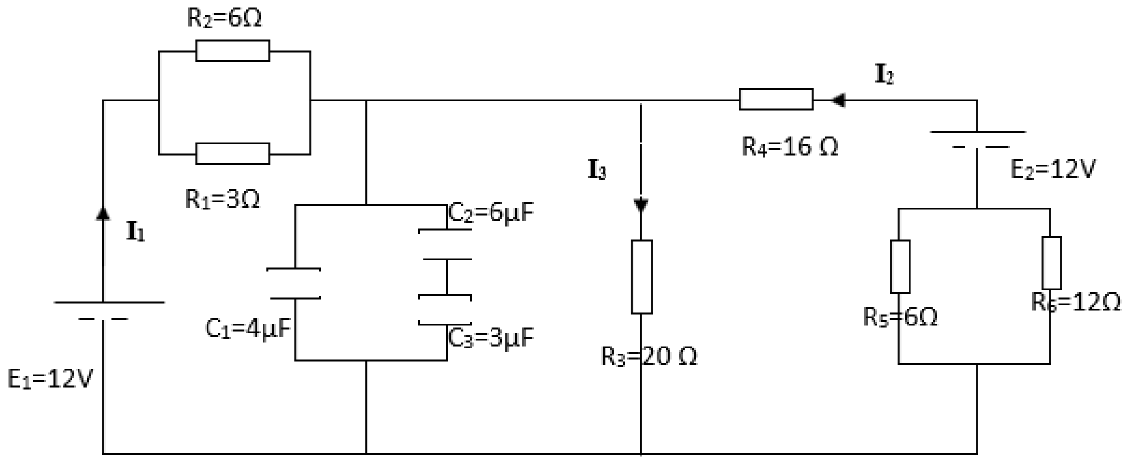
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math

Année Universitaire 2022/2023
1ère Année LMD-Math
Durée : 01 h 30 min

Examen de remplacement d'Electricité

Exercice 1 :

On considère le circuit représenté par la figure suivante :



1- Simplifier le circuit électrique en calculant les résistances équivalentes et la capacité équivalente
2- En considérant les condensateurs complétement chargés, trouver les intensités des courants I_1, I_2 et I_3 en utilisant les lois de Kirchoff.
3- Calculer la différence de potentiel (d.d.p) aux bornes de R_3
4- Calculer les d.d.p entre les armatures des différents condensateurs
5- Déduire la charge portée par chaque condensateur.
6- Déterminer l'énergie emmagasinée par le condensateur C_1
7- Déterminer la puissance dégagée par la résistance R_4
8- Trouver les courants passants dans les résistances R_5 et R_6

Exercice 2 :

Une charge linéaire ($\lambda>0$) est répartie uniformément sur **une demie spire** (anneau) de rayon R.

1. Calculer le champ électrostatique produit par la spire au point M situé sur l'axe (Ox) à une distance x du centre O.
2. Calculer le potentiel électrostatique au point M.

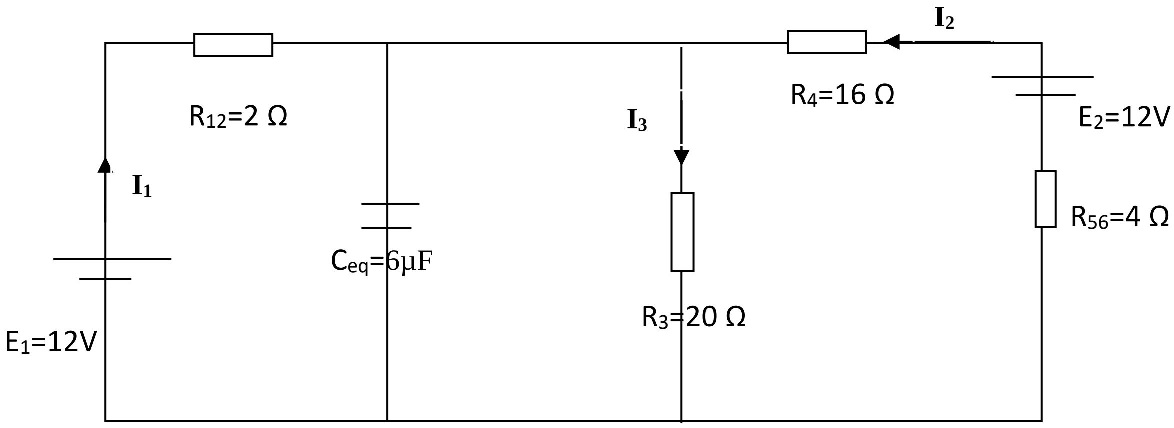
Bon Courage

Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math

Année Universitaire 2022/2023
1ère Année LMD-Math
Durée : 01 h 30 min

Corrigé de l'Examen de remplacement d'Electricité

Exercice 1 :



9- Simplifier le circuit électrique en calculant les résistances équivalentes et la capacité équivalente

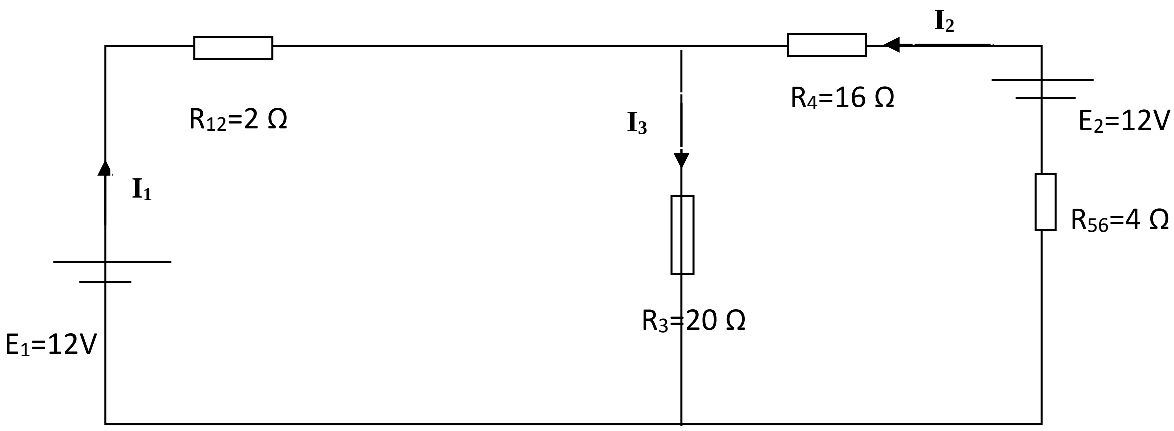
$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \Rightarrow R_{56} = 2\Omega$$

$$\frac{1}{R_{56}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \Rightarrow R_{56} = 4\Omega$$

$$\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \Rightarrow C_{23} = 2\mu F$$

$C_{eq}=C_1+C_{23} =$ 4+2=6µF

10- En considérant les condensateurs complétement chargés, trouver les intensités des courants I_1, I_2 et I_3 en utilisant les lois de Kirchoff.



Loi des nœuds $I_1+I_2=I_3$
Loi des mailles

Bon Courage

$E_1 - R_{12}\, I_1 - R_3\, I_3 = 0 \Rightarrow 12 - 2\, I_1 - 20\, I_3 = 0$

$E_2 - R_4\, I_2 - R_3\, I_3 - R_{56}\, I_2 = 0 \Rightarrow 12 - 16\, I_2 - 20\, I_3 - 4\, I_2 = 0$

En remplaçant I_3

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 12 - 22\ I_1 - 20\ I_2 = 0 \ \ (1) \\ 12 - 20\ I_1 - 40\ I_2 = 0 \ \ (2) \end{cases}$$

En divisant l'équation (2) par (-2) on aura : $-6 + 10\ I_1 + 20\ I_2 = 0 \quad (2')$

En faisant la somme (1)+ (2')= $6 - 12\ I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{6}{12} = 0{,}5$ A

En remplaçant I_1 dans (1), on aura) $1 - 20\ I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{1}{20} = 0{,}05$ A

Donc$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow I_1 = \frac{6}{12} = 0{,}5 + 0{,}05 = 0{,}55$ A

3- La différence de potentiel aux bornes de R_3

$U_{R3} = R_3\ I_3 = 20 \ .\ 0{,}55 = 11$ Volt

4-La différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur

$U_{C1} = 11$Volt, $U_{C2} + U_{C3} = 11$ (3)

$Q_{C2} = Q_{C3} \Rightarrow C_2\ U_{C2} = C_3\ U_{C3}$

$\Rightarrow 6U_{C2} = 3\ U_{C3}$

$\Rightarrow 2\ U_{C2} = U_{C3}$

En remplaçant dans (3) $\Rightarrow 2\ U_{C2} + U_{C2} = 3U_{C2} = 11$

$\Rightarrow U_{C2} = \frac{11}{3}$ Volt et $U_{C3} = 2\ U_{C2} = \frac{22}{3}$ Volt

5-La charge portée par chaque condensateur.

$Q_{C1} = C_1\ U_{C1} = 4\ .\ 11 = 44\mu$ Colomb

$Q_{C2} = C_2\ U_{C2} = 6\ .\ \frac{11}{3} = 22\mu$ Colomb

$Q_{C3} = C_3\ U_{C3} = 3\ .\ \frac{22}{3} = 22\mu$ Colomb

6-L'énergie emmagasinée par le condensateur C_1

$E_{C1} = \frac{1}{2} C_1 U_{C1}^2 = \frac{1}{2}.\ 4.\ (11)^2 = 242\ \mu\, Joule$

7-Déterminer la puissance dégagée par la résistance R_4

$P_{R4} = R_4\ .\ (I_2)^2 = 16\ .\ (0.05)^2 = 0{,}04$ Watt

8-Les courants passants dans les résistances R_5 et R_6

$U_{R5} = U_{R6} = U_{R56} \Rightarrow R_5\ I'_2 = R_6\ I''_2 = R_{56}\ I_2 = 4\ .\ 0{,}05 = 0{,}2$ Volt

$R_5\ I'_2 = 0{,}2 \Rightarrow I'_2 = \frac{0{,}2}{R_5} = \frac{0{,}2}{6} = \frac{0{,}1}{3}$A

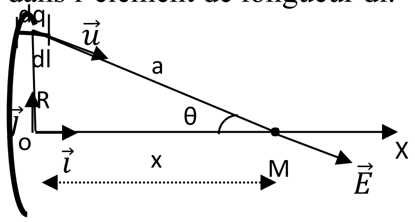
$R_6\ I''_2 = 0{,}2 \Rightarrow I''_2 = \frac{0{,}2}{R_6} = \frac{0{,}2}{12} = \frac{0{,}1}{6}$A

Bon Courage

Université de Tlemcen **Année Universitaire 2022/2023**
Faculté des Sciences **1ère Année LMD-Math**
Département de Math **Durée : 01 h 30 min**

Exercice 2 :

1- **Champ électrostatique** On cherche le champ élémentaire $\overrightarrow{dE}$ créé par l'élément de Charge dq présent dans l'élément de longueur dl. (dq=λdl)



$$\overrightarrow{dE}=\frac{kdq}{a^2}\vec{u}\Rightarrow\overrightarrow{dE}=\frac{k\lambda dl}{R^2+x^2}(\cos\theta\,\vec{i}-\sin\theta\,\vec{j})$$

D'après la relation de Pitagorth $a^2=R^2+x^2$et $\vec{u}=\cos\theta\,\vec{i}-\sin\theta\,\vec{j}$

Nous avons une symétrie par rapport à l'axe (Ox) donc le champ électrique a une seule composante E_x, ($E_y=0$) et $\cos\theta=\frac{x}{a}=\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$

Donc $dE_x=\frac{k\lambda}{R^2+x^2}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}dl\Rightarrow dE_x=k\lambda\frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}dl$, (Il ya une seule variable (l) et x et R sont constantes par rapport à l).

$$E_x=k\lambda\frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\frac{\pi}{2}R}^{\frac{\pi}{2}R}dl=k\lambda\frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)R$$

$E=k\lambda\frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\pi R$ avec $k=1/(4\pi\varepsilon_0)$

Donc $E=\frac{\lambda}{4\varepsilon_0}\;\frac{x\,R}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$

2- **Potentiel électrostatique**

$\vec{E}=-\overrightarrow{grad}\,V=-\frac{dV}{dx}\vec{i}\Rightarrow E=-\frac{dV}{dx}$

$$V=-\int Edx=-\frac{\lambda R}{4\varepsilon_0}\frac{1}{2}\int\frac{2x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}dx$$

$$\int U'U^n=\frac{U^{n+1}}{n+1}\;pour\;\int\frac{U'}{U}=lnU$$

$U=R^2+x^2$; n=-3/2, U'=2x donc $\frac{(R^2+x^2)^{\frac{-3}{2}+1}}{\frac{-3}{2}+1}=\frac{(R^2+x^2)^{\frac{-1}{2}}}{\frac{-1}{2}}=\frac{-2}{\sqrt{R^2+x^2}}$

$$V=-\int Edx=-\frac{\lambda R}{4\varepsilon_0}\frac{1}{2}\left(\frac{-2}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)$$

Donc $V=\frac{\lambda R}{4\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{R^2+x^2}}$

Bon Courage

Bon Courage