

TD n°03 Lois de probabilités discrètes

Exercice 01. Soit la variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'ensemble $X(\Omega) = \{-3, -2, 1, 4\}$.

- 1) Ecrire la loi de X .
- 2) Calculer $E(X)$ et $V(X)$.

On définit la variable aléatoire $Y = 2X + 1$.

- 1) Donner $Y(\Omega)$ et la loi de Y .
- 2) Calculer $E(Y)$ de deux façons différentes.

(facultatif) Reprendre les deux questions précédentes pour la variable $Z = (X + 1)^2$.

Exercice 02: Un jeu informatique passionnant est publié. Soixante pour cent des joueurs complètent tous les niveaux. Trente pour cent d'entre eux achèteront alors une version avancée du jeu.

Parmi 15 utilisateurs, quel est le nombre attendu de personnes qui achèteront la version avancée? Quelle est la probabilité est-elle qu'au moins deux personnes l'achèteront?

Exercice 03: (facultatif) Dans le cadre d'une stratégie commerciale, 20% des nouveaux abonnés en service internet ont été sélectionnés au hasard pour recevoir une promotion spéciale du fournisseur. Un groupe de 10 voisins se sont abonnés pour le service. Quelle est la probabilité qu'au moins 4 d'entre eux obtiennent une promotion spéciale? Que serait cette probabilité si le groupe contient 200 voisins?

Exercice 04: Pour améliorer la sûreté de fonctionnement d'un serveur informatique, on envisage d'introduire de la redondance, c'est-à-dire d'avoir plusieurs exemplaires des composants importants. On peut réaliser les opérations suivantes :

- On utilise trois alimentations de 300 Watts chacune : le serveur peut continuer à fonctionner avec une alimentation en panne car il consomme au maximum 500 Watts.
- On place les quatre disques durs en configuration RAID 5 : le serveur peut continuer à fonctionner avec un disque dur en panne.

On suppose que la probabilité de panne d'une alimentation est p et que celle d'une panne de disque dur est q .

On suppose en outre que tous les composants sont indépendants.

- 1) Soit un serveur avec alimentations redondantes : calculer la probabilité de panne du serveur en supposant qu'aucun autre composant que les alimentations ne peut tomber en panne.
- 2) Soit un serveur avec disques durs RAID 5 : calculer la probabilité de panne du serveur en supposant qu'aucun autre composant que les disques durs ne peut tomber en panne.
- 3) Si $p = q$, quelle solution de redondance est la plus intéressante ?

Exercice 05: Dans une production récente, 5 % de certains produits électroniques les composants sont défectueux. On doit trouver 12 composants non défectueux pour les 12 nouveaux des ordinateurs. Les composants sont testés jusqu'à ce que 12 composants non défectueux soient trouvés. Quelle est la probabilité que plus de 15 composants devront être testés ?

Exercice 06: Les clients d'un fournisseur de services Internet initient de nouveaux comptes au rythme moyen de 10 comptes par jour.

- (a) Quelle est la probabilité que plus de 8 nouveaux comptes soient créés aujourd'hui?
- (b) Quelle est la probabilité que plus de 16 comptes soient ouverts en 2 jours?

Exercice 07: On prend au hasard, en même temps, cinq paires d'écouteurs dans un lot de 15 dont 3 sont défectueuses. Calculer la probabilité des événements :

1. Au moins une paire d'écouteurs est défectueuse
2. Exactement une paire d'écouteurs est défectueuse.

Exercice 08: Un sondeur doit interroger les 120 participants à un colloque pour le compte d'une agence de tourisme. Il leur remet un bref questionnaire. Seuls ceux qui déclarent avoir déjà voyagé doivent le remplir, après quoi notre sondeur leur posera quelques questions. Pour des raisons pratiques, il aimerait que ce soit le cas de dix personnes. Pour d'autres raisons, il aimerait que le participant n°120 soit la dixième personne à interroger. On considère que 15% des congressistes ont déjà voyagé. Quelle est la probabilité que le sondeur remplisse sa mission comme il le souhaite?