

TD2 : Tests d'hypothèses

Exercice 1 : La durée de vie moyenne d'un échantillon de 100 ampoules fluorescentes fabriquées par une usine est de 1570 heures. L'estimation de l'écart-type de la mesure individuelle de durée de vie pour toutes les ampoules fabriquées par l'usine est de 120 heures. Cette durée de vie est distribuée selon une loi normale.

Peut-on considérer, au seuil de 5%, que cet écart-type est plus petit que 150 heures ?

Exercice 2 : Des dosages de calcium sur deux échantillons de yaourt ont donné les résultats suivants (en mg de Ca)

	1 ^{er} échantillon	2 ^{ème} échantillon
Effectif	11	9
Moyenne	3.92	4.18
Variance estimée	0.3130	0.4231

On suppose que la variance de population est la même dans les deux cas.

- Par quelle formule peut-on calculer l'estimation conjointe de cette variance ?
- Les moyennes des deux échantillons diffèrent-elles significativement ?

Exercice 3 : Dans une population donnée, le poids des nouveau-nés est modélisé par une loi normale. Dans l'ensemble de la population, l'écart-type des poids à la naissance est de 380 g. Le poids moyen d'un nouveau-né dont la mère ne fume pas est de 3400 g. Afin d'étudier l'effet du tabac sur le poids d'un nouveau-né, on relève le poids de 30 nouveau-nés dont les mères fument et on obtient une moyenne empirique de 3240 g, avec un écart-type de 426 g.

1. En supposant que l'écart-type de l'échantillon est connu et égal à celui de l'ensemble de la population, est ce qu'on peut dire que les nouveau-nés de l'échantillon sont significativement plus légers en moyenne, au seuil de 5% ?

2. En supposant l'écart-type inconnu, si on veut tester les mêmes hypothèses qu'à la question précédente, quelle est votre conclusion ?

Exercice 4 : Quand les gens fument, la nicotine qu'ils absorbent est transformée en cotinine qui peut être mesurée.

Un échantillon de 40 fumeurs a un niveau moyen de cotinine de 172.5 ng/ml. Supposant que σ est connu et vaut 119.5.

Utiliser un niveau de significativité de 0.01 pour tester l'affirmation que le niveau moyen de cotinine pour tous les fumeurs est de 200.

Exercice 5 : Des truites sont mesurées sur deux échantillons. Le premier échantillon est composé de 50 truites d'élevage et donne une moyenne $\bar{x}_a = 158.86$ mm et une variance $s_a^2 = 37.18$.

Le second échantillon est composé de 67 truites de rivière et donne une moyenne $\bar{x}_b = 134.46$ et une variance $s_b^2 = 25.92$.

Les moyennes de ces deux échantillons diffèrent-elles significativement ?

Exercice 6 : On veut comparer les performances d'un groupe d'enfants à des tests d'habileté manuelle, avant et après intervention chirurgicale. La performance est évaluée en minutes et est distribuée selon une loi normale.

Les données recueillies sont :

Avant intervention	19	25	17	18	19	24	28	24	25	26
Après intervention	17	22	15	16	18	22	27	21	27	24

Peut-on dire, au risque de 5%, que l'intervention chirurgicale a modifié la performance du groupe d'enfants (on fera les hypothèses nécessaires) ?

Exercice 7: Tester l'affirmation donnée. Utiliser un niveau de significativité de 0.05 et considérer que toutes les populations ont une distribution normale.

Affirmation : les populations «traitement » et « placebo » ont des variances différentes, soit $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

Groupe traitement : $n=25, \bar{x} = 98.6, s= 0.78$.

Groupe placebo : $n=30, \bar{x} = 98.2, s= 0.52$.