مقياس "ت t" لدراسة الفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين

Independent Samples t- Test.

نستخدم مقياس "ت t" عند دراسة الفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين أي أن أفراد العينة في المجموعة الأولى ليسوا نفس الأشخاص في المجموعة الثانية، كما يجب أن يكون المتغير المستقل متغيرا تصنيفيا يحتوي على فئتين فقط. تستخدم المعادلة التالية سواء كان حجم العينة الأولى متساوي مع حجم العينة الثانية أو كان حجم العينة الأولى مختلفا عن حجم العينة الثانية:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

$$t = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\frac{(\text{ن}_1 - 1)\text{ع}_1^2 + (\text{ن}_2 - 1)\text{ع}_2^2}{(\text{ن}_1 - 1) + (\text{ن}_2 - 1)}\left(\frac{1}{\text{ن}_1} + \frac{1}{\text{ن}_2}\right)}}$$

حيث تشير

$\bar{X}_1$: إلى المتوسط الحسابي للمجموعة الأولى

$\bar{X}_2$: إلى المتوسط الحسابي الحقيقي للمجموعة الثانية

S^2_1 : إلى الانحراف المعياري للمجموعة الأولى

S^2_2 : إلى الانحراف المعياري للمجموعة الثانية

n_1: إلى عدد أفراد العينة للمجموعة الأولى وn_2: إلى عدد أفراد العينة للمجموعة الثانية

كما يمكن استخدام المعادلة التالية في حالة ما إذا كان حجم العينة الأولى متساوي مع حجم العينة الثانية.

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2}{ن_1} + \frac{ع_2^2}{ن_2}}}$$

حيث :

$م_1$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الأولى .

$م_2$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الثانية .

$ع_1^2$ = تباين المجموعة الأولى .

$ع_2^2$ = تباين المجموعة الثانية .

$ن_1$ = عدد أفراد المجموعة الأولى .

$ن_2$ = عدد أفراد المجموعة الثانية .

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)}}$$

مثال

أراد باحث أن يدرس الفرق بين الجنسين من الطلاب الذكور والإناث من حيث الاكتئاب، فاختار عينة واسعة من الجنسين، وفيما يلي المعطيات التي حصل عليها:

الذكور	6	8	7	9	8		
الإناث	4	7	5	4	5	6	4

المطلوب: صغ إشكالية لهذا البحث وفرضية عديمة الاتجاه ؟

- استخدم الأسلوب الإحصائي المناسب واختبر النتيجة عند مستوى دلالة معنوية 0.05؟

الحل

اشكالية البحث

هل يوجد فرق دال إحصائيا بين درجات الاكتئاب لدى الجنسين؟

الفرضية البديلة

يوجد فرق دال إحصائيا بين درجات الاكتئاب لدى الجنسين

الأسلوب الإحصائي المناسب يتمثل في مقياس t لدراسة الفرق بين عينتين مستقلتين قبل حساب مقياس "ت" نبحث أولا عن المتوسطات والتباينات الانحرافية كما يلي:

$\bar{X}_1 = 7.6$ ، $\bar{X}_2 = 5$ ، $S^2_1 = 1.34$ ، $S^2_2 = 1.33$ ، $n_1 = 5$ $n_2 = 7$

وعند تعويض الصيغة الحرفية للمعادلة بالصيغة العددية نحصل على ما يلي:

$$t = \frac{7.5 - 5}{\sqrt{\;}} = 3.53$$

$$\frac{1+1}{7 \quad 5} \quad \frac{1.33(1-7)+1.34(1-5}{(1-7)+(1-5)}$$

tالتجريبية= 3.53

df = ن – 2 = 12- 2= 10

t الجدولية عند درجة حرية 10 ومستوى دلالة معنوية عند اختبار ذو الطرف الواحد = 2.22

تلخيص البيانات في الجدول

n_1	n_2	X_1	X_2	S^2_1	S^2_2	df	t التجريبية	t الجدولية	sig
5	7	7.6	5	1.34	1.33	10	3.53	2.22	**دالة**

المقارنة وتحليل النتائج

بما أن **t** التجريبية التي تساوي 3.53 أكبر من t الجدولية التي تساوي 2.22 عند مستوى دلالة معنوية 0.05، فإننا نقبل الفرض البديل ونرفض الفرض الصفري، وعليه يوجد فرق دال إحصائيا بين درجات الاكتئاب لدى الجنسين لصالح الذكور، أي أن الاكتئاب لدى الذكور أعلى إذا ما قورن بالإناث.

مقياس "ت" t " لدراسة الفرق بين متوسطي عينتين مرتبطتين

Paired Samples t-test

نستخدم مقياس "ت t" لدراسة الفرق بين متوسطي عينتين مرتبطتين، أي أن أفراد العينة في المجموعة الأولى هم أنفسهم في المجموعة الثانية، أو يختار الباحث مجموعة ثانية مناظرة للمجموعة الأولى من حيث الخصائص التي تهم الباحث.

$$t = \frac{\Sigma d}{\sqrt{\frac{n\left(\Sigma d^{2}\right)-\left(\Sigma d\right)^{2}}{n-1}}}$$

where d: difference per paired value

n: number of samples

حيث تشير

d : إلى الفرق بين زوجين من البيانات

d^2 : إلى مربع الفرق بين زوجين من البيانات

n: إلى عدد أفراد العينة

مثال: أراد باحث أن يدرس الفرق بين درجات العدوانية لدى العينة المدروسة من التلاميذ قبل تطبيق البرنامج العلاجي وبعد تطبيقه. وفيما يلي البيانات المحصل عليها:

التلاميذ	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
درجات العدوانية –قبل التطبيق-	15	16	18	20	30	35	29	25	23	24
درجات العدوانية –بعد التطبيق-	13	10	13	15	14	20	15	18	20	20

المطلوب: صغ إشكالية لهذا البحث وفرضية ذات اتجاه ؟ وحدد الهدف من هذه الدراسة؟

- استخدم الأسلوب الإحصائي المناسب واختبر النتيجة عند مستوى دلالة معنوية 0.05؟

الحل

اشكالية البحث

هل يوجد فرق دال إحصائيا بين درجات العدوانية عند التلاميذ قبل تطبيق البرنامج وبعده؟

الفرضية البديلة

يوجد فرق دال إحصائيا بين درجات العدوانية عند التلاميذ قبل تطبيق البرنامج وبعده لصالح التطبيق القبلي.

الهدف من هذه الدراسة: التأكد من مدى فعالية البرنامج العلاجي المقترح في خفض درجة العدوانية عند التلاميذ

الأسلوب الإحصائي المناسب يتمثل في مقياس t لدراسة الفرق بين عينتين مرتبطتين

إتمام الجدول

التلاميذ	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**مج**
درجات العدوانية -قبل التطبيق-	15	16	18	20	30	35	29	25	23	24	
درجات العدوانية -بعد التطبيق-	13	10	13	15	14	20	15	18	20	20	
ف	2	6	5	5	16	15	14	7	3	4	77
$ف^2$	4	36	25	25	256	225	196	42	9	16	841

بعد تطبيق القانون وحساب المعطيات نخلص إلى النتائج التالية:

$$t = \frac{77}{\sqrt{\dfrac{10(841) - (77)^2}{10-1}}} = 4.63$$

$t_{\text{التجريبية}} = 4.63$

df = ن – 1 = 10- 1 = 9

$t_{\text{الجدولية}}$ عند درجة حرية 9 ومستوى دلالة معنوية عند اختبار ذو الطرف الواحد = 1.83

تلخيص البيانات في الجدول

n	df	d	d2	t التجريبية	t الجدولية	sig
10	9	77	841	4.63	1.83	**دالة**

المقارنة وتحليل النتائج

بما أن **t** التجريبية التي تساوي 4.63 أكبر من من t الجدولية التي تساوي 1.83 عند مستوى دلالة معنوية 0.05، فاننا نقبل الفرض البديل ونرفض الفرض الصفري، وعليه يوجد فرق دال إحصائيا بين درجات العدوانية عند التلاميذ قبل تطبيق البرنامج وبعده لصالح درجات العدوانية قبل تطبيق البرنامج العلاجي، وعليه يعتبر البرنامج العلاجي المطبق في خفض العدوانية عند الأطفال فعال، ويمكن اعتماده مستقبلا.

- مقياس دال لدراسة الفرق بين نسبتين مستقلتين

d scale difference Between two Proportions

نستخدم مقياس "دال d " لدراسة الفرق بين نسبتي عينتين مستقلتين، عندما نريد مقارنة النسبة التي تمثل المجمعة الأولى بالنسبة التي تمثل المجموعة الثانية.

$$Z = \frac{\hat{p_1} - \hat{p_2}}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

حيث تشير

d : إلى مقياس دال لدراسة الفرق

P_1 : نسبة المجموعة الأولى

P_2 : نسبة المجموعة الثانية

P : الانحراف المعياري للنسبتين معا وتساوي تكرار المجموعة الأولى زائد تكرار المجمعة الثانية الكل مقسوما على مجموع العينتين.

n_1: إلى عدد أفراد العينة الأولى

n_2: إلى عدد أفراد العينة الثانية

مع التذكير أن (d) دال الجدولية تساوي دائما 1.96

مثال

قام باحث بدراسة أثر الإدمان في استخدام الانترنيت على الحياة النفسية للمراهقين، وما إذا كانت هناك فروق بين الجنسين من المراهقين من حيث الإدمان على الانترنيت، فاختار عينة قوامها 1700 مراهق تتراوح أعمارهم ما بين 15 و17 سنة، منهم 1000 مراهقة و700 مراهق، بعد تطبيق مقياس الادمان على الانترنيت وتفريغ النتائج حصل على المعطيات التالية:
150 مراهقة مدمنة على استخدام الانترنيت بينما 90 مراهق مدمن على استخدامه.

المطلوب

- صغ إشكالية وفرضية صفرية لهذه الدراسة ؟
- استخدم الأسلوب الإحصائي المناسب لدراسة الفرق بين الجنسين ؟
- اختبر النتيجة عند مستوى دلالة معنوية 0.05؟

الحل

الإشكالية: هل يوجد فرق دال إحصائيا بين الجنسين من المراهقين من حيث الإدمان على الانترنيت

الفرضية الصفرية: لا يوجد فرق دال إحصائيا بين الجنسين من المراهقين من حيث الإدمان على الانترنيت

الأسلوب الإحصائي المناسب لهذه الدراسة يتمثل في مقياس دال لدراسة الفرق بين نسبتي عينتين مستقلتين.

نس1 = 0.15 نس2 = 0.12 عن = 0.14 (1- عن) = 0.85

$P_1 = 0.15 \quad P_2 = 0.12 \quad p = 0.14 \quad (1 - p) = 0.85$

$$d = \frac{0.15 - 0.12}{\sqrt{0.14\,(1 - 0.85)\left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{700}\right)}} = 1.76$$

تلخيص البيانات في الجدول

Level of sign 0.05	d_{table}	$d_{calculated}$	$p_{q'}$	**p**	P_2 boys	P_1 girls	N
غير دالة	1.96	1.76	0.85	0.14	0.12	0.15	1700

المقارنة وتحليل النتائج

من خلال الجدول نلاحظ أن دال d التجريبية التي تساوي 1.76 أصغر من دال d الجدولية التي تساوي 1.96 وعليه لا يوجد فرق دال إحصائيا بين الجنسين من حيث الإدمان على الانترنيت،

أي أن كلا الجنسين يعشان نفس الظروف التي تؤدي إلى الإدمان على الانترنيت.

6- مقياس دال لدراسة الفرق بين نسبتين مرتبطتين
d scale difference Between two Proportions (Paired Samples)

نستخدم مقياس دال لدراسة الفرق بين نسبتين مرتبطتين، عندما نتعامل مع نسبتي لدى نفس المجموعة، حيث نجمع المعطيات ثم نضعها في جدول رباعي يحتوي على التكرارات، ثم نحول تكرارات الخلايا إلى نسب، وذلك بقسم كل تكرار على المجموع الكلي للتكرارات كما يلي:

a	B
c	D

ثم نحسب مقياس دال لدراسة الفرق بين نسبتين مرتبطتين وفقا للمعادلة التالية:

$$d = \frac{P_1 - P_2}{\sqrt{\frac{P_b + P_c}{n}}}$$

حيث تشير

d : إلى مقياس دال لدراسة الفرق

P_1 : إلى نسبة الأولى

P_2 : إلى نسبة الثانية

P_b : إلى النسبة باء

P_c : إلى النسبة جيم

n: إلى عدد أفراد العينة

مع التذكير أن ($d_{\text{الجدولية}}$) دال الجدولية تساوي دائما 1.96

مثال

قام باحث أن يختبر ما إذا يوجد فرق بين سؤالين لاختبار سيكومتري من حيث السهولة، فقام بعرض كلا السؤالين على 100 شخص، بعد تفريغ النتائج، وجد أن 60 شخص أجاب إجابة صحيحة على السؤال الأول و70 شخص أجاب إجابة صحيحة على السؤال الثاني. وكان عدد الأشخاص الموزعين على الأجوبة الصحيحة والخاطئة على السؤالين كما يلي:

	السؤال الثاني		
	الإجابة	**الإجابة الخاطئة**	**المجموع**

		الصحيحة		
السؤال الأول	**الإجابة الصحيحة**	55	5	60
	الإجابة الخاطئة	15	25	40
	المجموع	70	30	100

المطلوب:

- صغ إشكالية وفرضية صفرية لهذه الدراسة ؟ واستخدم الأسلوب الإحصائي المناسب إيجاد الفرق بين السؤالين من حيث السهولة ؟ ثم اختبر النتيجة عند مستوى دلالة معنوية 05.0؟

الحل

الإشكالية: هل يوجد فرق دال إحصائيا بين السؤالين من حيث السهولة؟

الفرضية الصفرية: لا يوجد فرق دال إحصائيا بين السؤالين من حيث السهولة

الأسلوب الإحصائي المناسب لهذه الدراسة يتمثل في مقياس دال لدراسة الفرق بين نسبتي عينتين مرتبطتين

$$d = \frac{0.6 - 0.7}{\sqrt{\frac{0.05 + 0.15}{100}}} = -2.5$$

تلخيص البيانات في الجدول

N	P_1	P_2	P_b	Pc	d calculated	d_{table}	Level of sign 0.05
100	0.6	0.7	0.05	0.15	2.5	1.96	دالة

المقارنة وتحليل النتائج

من خلال الجدول نلاحظ أن دال d التجريبية التي تساوي 2.5 أكبر من دال d الجدولية التي تساوي 1.96 وعليه نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل الذي يؤكد على وجود فرق دال إحصائيا بين السؤالين من حيث السهولة لصالح السؤال الثاني، أي أن السؤال الثاني أكثر سهولة من السؤال الأول وبالتالي وجب حذف السؤال الأول من الاختبار.

7- مقياس كاف تربيع كا^2 χ^2 Chisquare لدراسة الفرق بين التكرارات

نستخدم χ^2 "شيسكوار" (Chisquare إذا أردنا دراسة الفرق بين التكرارات، سواء كانت هذه التكرارات مبوبة في جدول رباعي أو أكثر ومعادلتها كالتالي:

$$\chi^2 = \sum \left[\frac{(f_r - f_e)^2}{f_e} \right]$$

حيث تشير

χ^2 : إلى شيسكوار (Chisquare) أي كاف مربع **كا^2** باللغة العربية

$\sum$: إلى المجموع

f_r: إلى التكرارات الحقيقية

f_e: إلى التكرارات المتوقعة

ودرجة الحرية (df) تساوي (عدد الصفوف - 1) x (عدد الأعمدة – 1)

مثال

لاختبار التلاميذ في مادة اللغة استعملت طريقتان: الاختبار الشفوي والاختبار الكتابي، فكانت تكرارات الناجحين في الطريقتين كالآتي:

		الامتحان الكتابي		
		ناجح	راسب	المجموع
الامتحان الشفوي	ناجح	100	80	180
	راسب	40	70	110
	المجموع	140	150	290

المطلوب

- استخدم الأسلوب الإحصائي المناسب لدراسة الفرق بين الاختبار الكتابي والاختبار الشفوي في تقييم القدرة اللغوية لدى التلاميذ؟

الحل

إشكالية البحث: هل يوجد فرق دال إحصائيا بين الاختبار الكتابي والاختبار الشفوي في تقييم القدرة اللغوية لدى التلاميذ؟

الفرضية البديلة: يوجد فرق دال إحصائيا بين الاختبار الكتابي والاختبار الشفوي في تقييم القدرة اللغوية لدى التلاميذ

الأسلوب الإحصائي المناسب لدراسة البيانات المتحصل عليها يتمثل في مقياس (كا^2) χ^2 لدراسة الفرق بين التكرارات، وعليه سنقوم أولا بحساب التكرارات المتوقعة كما يلي:

		الامتحان الكتابي		
		ناجح	راسب	المجموع
الامتحان الشفوي	ناجح	100 87	80 93	180
	راسب	40 53	70 57	110
	المجموع	140	150	290

ثم نقوم بحساب كا^2 كما يلي:

$$\chi^2 = \left[\frac{(100 - 87)^2}{87} + \ldots . \frac{(70 - 57)^2}{57} \right] = 9.89$$

البحث عن درجة الحرية (df) التي تساوي (عدد الصفوف - 1) x (عدد الأعمدة – 1)

$$df = (2 - 1) \times (2 - 1) = 1$$

تلخيص البيانات في الجدول

ن	كا^2 التجريبية	كا^2 الجدولية	df	Level of sign 0.05
202	9.89	3.84	1	**دالة**

المقارنة وتحليل النتائج

بما أن **كا^2** التجريبية التي تساوي 9.89 أكبر من من **كا^2** الجدولية التي تساوي 3.84 فإننا نقبل الفرض البديل ونرفض الفرض الصفري، يوجد فرق دال إحصائيا بين الاختبار الكتابي والاختبار الشفوي في تقييم القدرة اللغوية لدى التلاميذ لصالح الامتحان الشفوي.

ثانيا: الأساليب الإحصائية لدراسة الفرق بين أكثر من مجموعتين

1- تحليل التباين أحادي التصنيف One-way Analysis of Variance

ويرمز له اختصارا بـANOVA

المبدأ العام الذي يقوم عليه التباين

إن مجموع مربعات انحراف القيم للمجموعة الكلية عن المتوسط العام يساوي مجموع مربعات انحراف القيم داخل كل مجموعة فرعية عن المتوسط تلك المجموعة زائد مجموع مربعات انحراف متوسطات المجموعات عن المتوسط العام

تحليل تباين أحادي التصنيف

يستخدم تحليل التباين أحادي التصنيف لمعرفة مدى تباين الأفراد في المجموعة الكلية من حيث صفة من الصفات أو محك من المحكات وعلى هذا الأساس نقوم بتقسيم المجموعة الكلية إلى مجموعات فرعية معتمدين على صفة واحدة (الجنس، أو العمر أو المستوى العلمي أو طريقة من طرق التدريس أو العلاج أو التسويق...). أما إذا تم تقسيم المجموعة الكلية إلى مجموعات فرعية على أساس أكثر من صفة واحدة فإن هذا التباين يدعى بتحليل التباين ثنائي التصنيف.

ولحسابات تحليل التباين الثنائي مع وجود التفاعل الداخلي نستخدم الصيغ الآتية:

$$SSB = \sum_{k=1}^{K}\left(\frac{T_k^2}{n_k}\right) - \frac{T^2}{N} \quad , \quad SSW = \sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{i=1}^{n_k} X_{ki}^2\right) - \sum_{k=1}^{K}\frac{T_k^2}{n_k}$$

$$S_B^2 = \frac{SSB}{K-1} \quad , \quad S_W^2 = \frac{SSW}{N-K}$$

بعد صياغة فرض البحث نتبع الخطوات التالية لتحليل التباين أحادي التصنيف:

1_ إيجاد مجموع قيم كل مجموعة فرعية

2_ إيجاد متوسط كل مجموعة فرعية

3_ إيجاد المجموع العام وذلك بجمع مجاميع المجموعات الفرعية

4_ إيجاد المتوسط العام وذلك بقسمة المجموع الكلي على العدد الكلي للأشخاص

5_ حساب المجموع الكلي للمربعات (SS_T): وذلك بجمع مربعات انحراف القيم عن المتوسط العام

6_ حساب مجموع المربعات بين المجموعات الفرعية (SSB): وذلك بحساب مجموع مربعات انحراف متوسطات المجموعات الفرعية عن المتوسط العام مضروبا في عدد أفراد أية مجموعة فرعية

7_ حساب مجموع المربعات داخل المجموعة الفرعية (SSW): وذلك بإيجاد مجموع مربعات انحراف القيم داخل المجموعات الفرعية عن متوسطاتها.

8_ إيجاد متوسط المربعات أو تباين المجموع الكلي لمربعات القيم (تباين المجموعة الكلية) (): وذلك بقسمة المجموع الكلي للمربعات على درجات الحرية المقابلة لها (ودرجة الحرية في هذه الحالة تساوي عدد بيانات المجموعة الكلية – 1)

9_ إيجاد متوسط المربعات بين المجموعات أو تباين مجموعة المربعات بين المجموعات الفرعية (s_B^2): (التباين بين المجموعات) يتم استخراجه بقسمة مجموع المربعات بين المجموعات الفرعية على درجة الحرية المقابلة لها، (ودرجات الحرية في هذه الحالة تساوي عدد متوسطات المجموعة الفرعية – 1)

10_ إيجاد متوسط المربعات داخل المجموعات أو (التباين داخل المجموعات) (s_W^2): وذلك بقسمة مجموع المربعات داخل المجموعات على درجات الحرية المقابلة لها (ودرجات الحرية في هذه الحالة تساوي (عدد المجموعات الفرعية) x (عدد بيانات مجموعة واحدة - 1)

11_ نجد النسبة الفائية التجريبية بالقانون التالي:

$$f = \frac{\text{التباين بين المجموعات الفرعية}}{\text{التباين داخل المجموعات الفرعية}}$$

أو

$$f = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

وتجدر الإشارة إلى أن التباين بين المجموعات الفرعية أكبر من التباين داخل المجموعات.

12_ نجد النسبة الفائية الجدولية (بمعرفة درجات الحرية df لتباينين الكبير والصغير فنبحث في بداية الأعمدة عن درجة الحرية المساوية لدرجة حرية التباين الكبير ثم نبحث في بداية الصفوف عن درجة الحرية المساوية لدرجة حرية التباين الصغير. والقيمة الموجودة في الجدول المقابلة لدرجة الحرية العمودية ودرجة الحرية الصفية تمثل النسبة الفائية الجدولية.

ثم نقوم بتلخيص البيانات في الجدول كما هو موضح أدناه

مصدر التباين Source of Variance	مجموع المربعات Sum of squares (SS)	درجات الحرية df	متوسط مجموع المربعات أو التباين Mean squares (MS)	F المحسوبة Calculated	F الجدولية Tabulated (Sig.)
بين المجموعات Between Groups	SS_B	$K-1$	S_B^2	$\frac{S_B^2}{S_W^2}$	$F_{\alpha\,(K-1),\,(N-K)}$
داخل المجموعات Within Groups (Error)	SS_W	$N-K$	S_W^2		
Total	$SS_T = SS_B + SS_W$	$N-1$			

حيث تمثل K عدد مستويات المتغير المستقل، بينما تمثل F النسبة الفائية المحسوبة أو الجدولية.

مثال:

أراد باحث مقارنة مستويات الصحة النفسية بين طلاب أربع تخصصات علمية في جامعة تلمسان، فقام باختيار أربع عينات عشوائية تمثل التخصصات التالية (العلوم الاجتماعية، العلوم التكنولوجية، العلوم الطبية، الأدب واللغات). بعد تطبيق مقياس الصحة النفسية، وجمع النتائج وتفريغها، قام الباحث بتبويبها في الجدول التالي:

S sociale	S techno	S médicale	Lang et let	
22	38	25	25	
16	42	32	22	
25	35	27	21	
35	36	29	19	
20	37	41	22	
34	40	34	23	
38	41	37	44	
22	39	28	20	
37	35	35	27	
21	37	42	17	
T_1=270	T_2= 380	T_3= 330	T_4= 240	T=1200
X= 27	X= 38	X= 33	X= 24	X= 30

المجموع الكلي للمربعات $(SS_T) = [\,^2(30-17) \,....\, + \,^2(30-22)\,] = 2644$

مجموع المربعات بين المجموعات $(SS_B) = $ **$10 \times [\,^2(30-22) + \,^2(30-33) + \,^2(30-38) + \,^2(30-27)\,] =$ 1170**

مجموع المربعات داخل المجموعة الفرعية $(SS_W) = [\,^2(24-17) \,...\, + \,^2(30-22)\,] = 1474$

تباين المجموعة الكلية $= \frac{2644}{39} = 67.79$

$$\text{التباين بين المجموعات } (s_B^2) = \frac{1170}{3} = 390$$

$$\text{التباين داخل المجموعات } (s_W^2) = \frac{1474}{4\,(10-1)} = 40.94$$

النسبة الفائية المحسوبة

$$F = \frac{390}{40.94} = 9.52$$

تلخيص البيانات في الجدول

مصدر التباين Source of Variance	مجموع المربعات Sum of squares (SS)	درجات الحرية df	متوسط مجموع المربعات أو التباين Mean squares (MS)	F(المحسوبة) F Calculated	F(الجدولية) F Tabulated	مستوى الدلالة sig
بين المجموعات Between Groups	1170	3	390	9.52	Fα $df_1=(k-1)$ $df_2=(n-k)$ 2.92	**دالة**
داخل المجموعات Within Groups (Error)	1474	36	40.94			
المجموع Total	2644	39				

المقارنة وتحليل النتائج

بما أن F التجريبية التي تساوي 9.52 أكبر من من F الجدولية التي تساوي 2.92 فإننا نقبل الفرض البديل ونرفض الفرض الصفري، أي توجد فروق دال إحصائيا بين طلبة التخصصات الأربع من حيث الصحة النفسية، ولمعرفة لصالح من هذه الفروق نستخدم مقياس "شيفي" **Scheffe Test** للمقارنات البعدية كما يلي:

مقياس "شيفي" (Scheffe Test) للمقارنات البعدية

نستخدم مقياس "شيفي" للمقارنات البعدية بين المجموعات، لمعرفة لصالح من هذه الفروق، حيث نرسم جدول ونرتب فيه المتوسطات ترتيبا تصاعديا في الأعمدة وتنازليا في الصفوف، ثم نحسب قيمة الفرق بين هذه المتوسطات. ومعادلة اختبار شيفي كما يلي:

$$Sh = \sqrt{\frac{2\,(K-1)\,(F\alpha)\,(SS_W)}{n}}$$

حيث ترمز:

K: إلى عدد المجموعات

$F\alpha$: إلى فاء الجدولية

SS_W: إلى التباين داخل المجموعات

n: إلى عدد أفراد العينة

مثال

من المعطيات السابقة المرتبطة بدراسة الفروق بين التخصصات الأربعة من حيث الصحة النفسية، والتي تم تلخيص نتائجها في الجدول التالي:

مصدر التباين Source of Variance	مجموع المربعات Sum of squares (SS)	درجات الحرية df	متوسط مجموع المربعات أو التباين Mean squares (MS)	F(المحسوبة) F Calculated	F(الجدولية) F Tabulated	مستوى الدلالة sig
بين المجموعات Between Groups	1170	3	390	9.52	$F\alpha$ $df_1=(k-1)$ $df_2=(n-k)$ 2.92	**دالة**
داخل المجموعات Within Groups (Error)	1474	36	40.94			
المجموع Total	2644	39				

ولمعرفة لصالح من سيكون هذا الفرق سنقوم بمقارنة قيمة الفروق بين متوسطات المجموعات الأربع بقيمة الفرق الحرج المحسوب باختبار "شيفي" للمقارنات البعدية بين المتوسطات كما يلي:

$$Sh = \sqrt{\frac{2\,(4-1)\,(2.92)\,(40.94)}{40}} = \mathbf{4.23}$$

$K = 4$ (عدد المجموعات)

$F\alpha = 2.92$ (فاء الجدولية)

$SS_W = 40.94$ (التباين داخل المجموعات)

$n = 40$ عدد أفراد العينة

تلخيص المعطيات في الجدول

في الجدول التالي سنقوم بترتيب المتوسطات ترتيبا تصاعديا في الأعمدة وتنازليا في الصفوف، ثم نقارن قيمة الفرق بين هذه المتوسطات بنتيجة اختبار شيفي التي تساوي 4.23، فإذا كانت قيمة الفرق بين متوسطين أكبر من قيمة الفرق الحرج لشيفي يدل ذلك على وجود الفرق بينهما، وإذا كانت أصغر من قيمة الفرق الحرج لشيفي يدل ذلك على أن الفرق بينهما ليس دالا.

S techno (38)	S médicale (33)	S sociale (27)	Lang et let (24)	
00	*05	*11	*14	S techno (38)
/	00	*06	*09	S médicale (33)
/	/	/00	03	S sociale(27)
/	/	/	00	Lang et let (24)

من خلال الجدول نلاحظ أن الفروق كانت جوهرية وذات دلالة إحصائية بين طلاب التخصصات التالية من حيث الصحة النفسية:

- يوجد فرق دال إحصائيا بين طلاب العلوم التكنولوجية وطلاب الأدب واللغات وطلاب العلوم الاجتماعية وطلاب العلوم الطبية من حيث الصحة النفسية لصالح طلاب العلوم التكنولوجية أي أن طلاب العلوم التكنولوجية أكثر صحة نفسية من جميع الطلاب في التخصصات الأخرى.
- يوجد فرق دال إحصائيا بين طلاب العلوم الطبية وطلاب الأدب واللغات وطلاب العلوم الاجتماعية من حيث الصحة النفسية لصالح طلاب العلوم الطبية أي أن طلاب العلوم الطبية أكثر صحة نفسية من طلاب الأدب واللغات وطلاب العلوم الاجتماعية.
- لا يوجد فرق دال إحصائيا بين طلاب العلوم الاجتماعية وطلاب الأدب واللغات من حيث الصحة النفسية أي أن طلاب العلوم الاجتماعية وطلاب الأدب واللغات لديهم نفس المستوى من حيث الصحة نفسية.

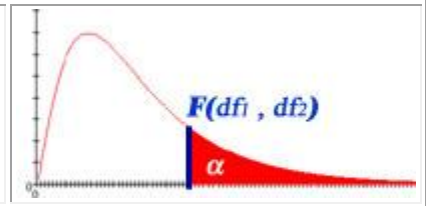
كما يمكننا حساب الفروق بطريقة (LSD) للمقارنات البعدية باستخدام (spss) كما يلي:

Multiple Comparisons
Dependent Variable: Santé mentale
LSD Méthode

(I) Groupe	(J) Groupe	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.
Lettre et Langues 1	2	**-9,000(*)**	2,862	,003
	3	**-14,000(*)**	2,862	,000
	4	-3,000	2,862	,301
S médicale 2	1	**9,000(*)**	2,862	,003
	3	-5,000	2,862	,089
	4	**6,000(*)**	2,862	,043
S Technologique 3	1	**14,000(*)**	2,862	,000
	2	5,000	2,862	,089
	4	**11,000(*)**	2,862	,000
Science Sociale 4	1	3,000	2,862	,301
	2	**-6,000(*)**	2,862	,043
	3	**-11,000(*)**	2,862	,000

*** The mean difference is significant at the 0.05 level.**

الجدول التالي يبين الدرجات المعيارية لفاء الجدولية $F\alpha$ عند مستوى دلالة معنوية 0.05

F Table for α = 0.05	

/	df_1 =1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
df_2 =1	161.4476	199.5000	215.7073	224.5832	230.1619	233.9860	236.7684	238.8827	240.5433	241.8817	243.9060	245.9499	248.0131	249.0518	250.0951	251.1432	252.1957	253.2529	254.3144
2	18.5128	19.0000	19.1643	19.2468	19.2964	19.3295	19.3532	19.3710	19.3848	19.3959	19.4125	19.4291	19.4458	19.4541	19.4624	19.4707	19.4791	19.4874	19.4957
3	10.1280	9.5521	9.2766	9.1172	9.0135	8.9406	8.8867	8.8452	8.8123	8.7855	8.7446	8.7029	8.6602	8.6385	8.6166	8.5944	8.5720	8.5494	8.5264
4	7.7086	6.9443	6.5914	6.3882	6.2561	6.1631	6.0942	6.0410	5.9988	5.9644	5.9117	5.8578	5.8025	5.7744	5.7459	5.7170	5.6877	5.6581	5.6281
5	6.6079	5.7861	5.4095	5.1922	5.0503	4.9503	4.8759	4.8183	4.7725	4.7351	4.6777	4.6188	4.5581	4.5272	4.4957	4.4638	4.4314	4.3985	4.3650
6	5.9874	5.1433	4.7571	4.5337	4.3874	4.2839	4.2067	4.1468	4.0990	4.0600	3.9999	3.9381	3.8742	3.8415	3.8082	3.7743	3.7398	3.7047	3.6689
7	5.5914	4.7374	4.3468	4.1203	3.9715	3.8660	3.7870	3.7257	3.6767	3.6365	3.5747	3.5107	3.4445	3.4105	3.3758	3.3404	3.3043	3.2674	3.2298
8	5.3177	4.4590	4.0662	3.8379	3.6875	3.5806	3.5005	3.4381	3.3881	3.3472	3.2839	3.2184	3.1503	3.1152	3.0794	3.0428	3.0053	2.9669	2.9276
9	5.1174	4.2565	3.8625	3.6331	3.4817	3.3738	3.2927	3.2296	3.1789	3.1373	3.0729	3.0061	2.9365	2.9005	2.8637	2.8259	2.7872	2.7475	2.7067
10	4.9646	4.1028	3.7083	3.4780	3.3258	3.2172	3.1355	3.0717	3.0204	2.9782	2.9130	2.8450	2.7740	2.7372	2.6996	2.6609	2.6211	2.5801	2.5379
11	4.8443	3.9823	3.5874	3.3567	3.2039	3.0946	3.0123	2.9480	2.8962	2.8536	2.7876	2.7186	2.6464	2.6090	2.5705	2.5309	2.4901	2.4480	2.4045
12	4.7472	3.8853	3.4903	3.2592	3.1059	2.9961	2.9134	2.8486	2.7964	2.7534	2.6866	2.6169	2.5436	2.5055	2.4663	2.4259	2.3842	2.3410	2.2962
13	4.6672	3.8056	3.4105	3.1791	3.0254	2.9153	2.8321	2.7669	2.7144	2.6710	2.6037	2.5331	2.4589	2.4202	2.3803	2.3392	2.2966	2.2524	2.2064
14	4.6001	3.7389	3.3439	3.1122	2.9582	2.8477	2.7642	2.6987	2.6458	2.6022	2.5342	2.4630	2.3879	2.3487	2.3082	2.2664	2.2229	2.1778	2.1307
15	4.5	3.6	3.2	3.0	2.9	2.7	2.7	2.6	2.5	2.5	2.4	2.4	2.3	2.2	2.2	2.2	2.1	2.1	2.0

	431	823	874	556	013	905	066	408	876	437	753	034	275	878	468	043	601	141	658
16	4.4 940	3.6 337	3.2 389	3.0 069	2.8 524	2.7 413	2.6 572	2.5 911	2.5 377	2.4 935	2.4 247	2.3 522	2.2 756	2.2 354	2.1 938	2.1 507	2.1 058	2.0 589	2.0 096
17	4.4 513	3.5 915	3.1 968	2.9 647	2.8 100	2.6 987	2.6 143	2.5 480	2.4 943	2.4 499	2.3 807	2.3 077	2.2 304	2.1 898	2.1 477	2.1 040	2.0 584	2.0 107	1.9 604
18	4.4 139	3.5 546	3.1 599	2.9 277	2.7 729	2.6 613	2.5 767	2.5 102	2.4 563	2.4 117	2.3 421	2.2 686	2.1 906	2.1 497	2.1 071	2.0 629	2.0 166	1.9 681	1.9 168
19	4.3 807	3.5 219	3.1 274	2.8 951	2.7 401	2.6 283	2.5 435	2.4 768	2.4 227	2.3 779	2.3 080	2.2 341	2.1 555	2.1 141	2.0 712	2.0 264	1.9 795	1.9 302	1.8 780
20	4.3 512	3.4 928	3.0 984	2.8 661	2.7 109	2.5 990	2.5 140	2.4 471	2.3 928	2.3 479	2.2 776	2.2 033	2.1 242	2.0 825	2.0 391	1.9 938	1.9 464	1.8 963	1.8 432
21	4.3 248	3.4 668	3.0 725	2.8 401	2.6 848	2.5 727	2.4 876	2.4 205	2.3 660	2.3 210	2.2 504	2.1 757	2.0 960	2.0 540	2.0 102	1.9 645	1.9 165	1.8 657	1.8 117
22	4.3 009	3.4 434	3.0 491	2.8 167	2.6 613	2.5 491	2.4 638	2.3 965	2.3 419	2.2 967	2.2 258	2.1 508	2.0 707	2.0 283	1.9 842	1.9 380	1.8 894	1.8 380	1.7 831
23	4.2 793	3.4 221	3.0 280	2.7 955	2.6 400	2.5 277	2.4 422	2.3 748	2.3 201	2.2 747	2.2 036	2.1 282	2.0 476	2.0 050	1.9 605	1.9 139	1.8 648	1.8 128	1.7 570
24	4.2 597	3.4 028	3.0 088	2.7 763	2.6 207	2.5 082	2.4 226	2.3 551	2.3 002	2.2 547	2.1 834	2.1 077	2.0 267	1.9 838	1.9 390	1.8 920	1.8 424	1.7 896	1.7 330
25	4.2 417	3.3 852	2.9 912	2.7 587	2.6 030	2.4 904	2.4 047	2.3 371	2.2 821	2.2 365	2.1 649	2.0 889	2.0 075	1.9 643	1.9 192	1.8 718	1.8 217	1.7 684	1.7 110
26	4.2 252	3.3 690	2.9 752	2.7 426	2.5 868	2.4 741	2.3 883	2.3 205	2.2 655	2.2 197	2.1 479	2.0 716	1.9 898	1.9 464	1.9 010	1.8 533	1.8 027	1.7 488	1.6 906
27	4.2 100	3.3 541	2.9 604	2.7 278	2.5 719	2.4 591	2.3 732	2.3 053	2.2 501	2.2 043	2.1 323	2.0 558	1.9 736	1.9 299	1.8 842	1.8 361	1.7 851	1.7 306	1.6 717
28	4.1 960	3.3 404	2.9 467	2.7 141	2.5 581	2.4 453	2.3 593	2.2 913	2.2 360	2.1 900	2.1 179	2.0 411	1.9 586	1.9 147	1.8 687	1.8 203	1.7 689	1.7 138	1.6 541
29	4.1 830	3.3 277	2.9 340	2.7 014	2.5 454	2.4 324	2.3 463	2.2 783	2.2 229	2.1 768	2.1 045	2.0 275	1.9 446	1.9 005	1.8 543	1.8 055	1.7 537	1.6 981	1.6 376
30	4.1 709	3.3 158	**2.9 223**	2.6 896	2.5 336	2.4 205	2.3 343	2.2 662	2.2 107	2.1 646	2.0 921	2.0 148	1.9 317	1.8 874	1.8 409	1.7 918	1.7 396	1.6 835	1.6 223
40	4.0 847	3.2 317	2.8 387	2.6 060	2.4 495	2.3 359	2.2 490	2.1 802	2.1 240	2.0 772	2.0 035	1.9 245	1.8 389	1.7 929	1.7 444	1.6 928	1.6 373	1.5 766	1.5 089
60	4.0 012	3.1 504	2.7 581	2.5 252	2.3 683	2.2 541	2.1 665	2.0 970	2.0 401	1.9 926	1.9 174	1.8 364	1.7 480	1.7 001	1.6 491	1.5 943	1.5 343	1.4 673	1.3 893
120	3.9 201	3.0 718	2.6 802	2.4 472	2.2 899	2.1 750	2.0 868	2.0 164	1.9 588	1.9 105	1.8 337	1.7 505	1.6 587	1.6 084	1.5 543	1.4 952	1.4 290	1.3 519	1.2 539
∞	3.8 415	2.9 957	2.6 049	2.3 719	2.2 141	2.0 986	2.0 096	1.9 384	1.8 799	1.8 307	1.7 522	1.6 664	1.5 705	1.5 173	1.4 591	1.3 940	1.3 180	1.2 214	1.0 000