

TD 1

Exercice N°1

A. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{\text{grad}}(f)$ où f est le champ scalaire suivant :

1. $f(x, y, z) = xy^2 - yz^2$

2. $f(x, y, z) = xyz \sin(xy)$

B. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})$ et $\text{div}(\vec{A})$ où \vec{A} est le champ de vecteur suivant :

1. $\vec{A} = \begin{pmatrix} 2x^2y \\ 2xy^2 \\ xy \end{pmatrix}$

2. $\vec{A} = \begin{pmatrix} \sin(xy) \\ 0 \\ \cos(xz) \end{pmatrix}$

3. $\vec{A} = \begin{pmatrix} x(2y + z) \\ -y(x + z) \\ z(x - 2y) \end{pmatrix}$

C. Soit le laplacien de la fonction f défini par :

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Donner la nouvelle expression du laplacien par rapport aux variables r et θ .

Exercice N°2

1- Calculer le gradient des fonctions suivantes :

d- $f(x, y, z) = e^{3x} \cos(4y)$

e- $f(x, y, z) = \sin(2x + 3y)$

f- $f(x, y, z) = xy^2 - yz^3$

2- Calculer la divergence et le rotationnel des vecteurs suivants :

d- $\vec{V}_a = y\vec{i} + x\vec{j}$

e- $\vec{V}_b = \ln(1 + x^2 + y^2)\vec{i} + x\vec{j}$

f- $\vec{V}_c = y^2\vec{i} + (2xy + z^2)\vec{j} + 2yz\vec{k}$