TP4 : Correction d'un système dans le domaine fréquentiel

L'analyse des systèmes dynamique pr l'étude de la réponse fréquentielle est très utilisée. Pour les systèmes asservis, l'étude de la stabilité et la synthése des correcteurs peuvent être effectuées à partir des lieux de transfert en boucle ouverte tracés, selon le cas, dans le plan de Nyquist, de Bode ou de Black.

Lieux de transfert d'un système dynamique linéaire

Parmi les représentations des systèmes dynamique dans le domaine fréquentiel ou site celles de Nyquist, Bode et Black.

Lieu de Nyquist

Pour un système de fonction de transfert $G(s)$, i ls'agit de la représentation polaire de $G(j\omega)$ $G(j\omega) = Re[G(j\omega)] + jIm[G(j\omega)] = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$

Avec $A(\omega) = |G(j\omega)|$ et $\varphi(\omega) = \arg [G(j\omega)]$.
Le lieu de Nyquist est le lieu des points définis en coordonnés polaires par un rayon vecteur de longueur $A(\omega)$ et par un ange polaire $\varphi(\omega)$, pour ω variant de zéro à l'infini.

- **Lieu de Black**

  C'est la représentation cartisienne de $G(j\omega)$.

  $$A(\omega) = f[\varphi(\omega)]$$

  $A(\omega)$ est le gain logirithmique en dB ($A(\omega) = 20 \log|G(j\omega)|$) et $\varphi(\omega)$ la phase en degré.

  Le lieu de Black est le lieu des points définis en coordonnés cartésiennes par une ordonnée égale à $A(\omega) = 20\log\ |G(j\omega)|$ et par une abscisse égale à $\varphi(\omega) = \arg [G(j\omega)]$, pour ω variant de zéro à l'infini.

- **Lieu de Bode**

  Il s'agit de la double représentation du module et de l'argument de $G(j\omega)$.

  $$A = f_1(\omega); \varphi = f_2(\omega)$$

  La courbe d'amplitude est le lieu des points définis en coordonnés cartésiennes par une ordonnée égale à $A(\omega) = 20\log\ |G(j\omega)|$ et par une abscisse égale à la pulsation ω variant de plusieurs décades.

  La courbe d'amplitude est le lieu des points définis en coordonnés cartésiennes par une ordonnée égale à $\varphi(\omega) = \arg [G(j\omega)]$ et par une abscisse égale à la pulsation ω variant de plusieurs décades.

Marges de stabilité

L'étude de la stabilité d'un système peut se faire à partir de l'étude des valeurs de la marge de phase Pm et de la marge de gain Gm, définis par

$$Pm = -\{180° + \arg[G(j\omega_c)]\}$$
$$Gm = -20\log\ |G(j\omega_\pi)|$$

Avec :
ω_c : fréquence de coupure, i.e., pour laquelle $A(\omega) = 0dB$
ω_π : fréquence d'inversion de phase i.e., pour laquelle $\varphi(\omega) = -180°$
On définit également :
Q : facteur de surtension, c'est l'amplitude maximal du module du système en boucle fermée ;
ω_r : fréquence de résonnance, c'est la fréquence pour laquelle l'amplitude maximale du module du système en boucle fermée est atteinte ;
la bande passante : c'est la fréquence pour laquelle module du système en boucle fermée vaut -3dB

Synthèse de correcteur dans le domaine fréquentiel

La nécessité de la correction est essentiellement due au phénomène appelé *dilemme stabilité-précision.* En pratique, on doit en priorité garantir une bonne stabilité tout en assurant une précision satisfaisante.

- Correcteur à avance de phase (action sur le déphasage)
  Sa transmittance est donnée par :
$$C(s) = K\frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}\ avec\ \alpha < 1$$

L'avance de phase maximale, φ_m, est obtenue pour $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$; avec $\varphi_m = \frac{1-\sin\alpha}{2+\sin\alpha}$ toujours inférieure à 90°.
Le gain K doit satisfaire $|G(j\omega_c').C(j\omega_c')| = 1$, ω_c' étant la fréquence de coupure du système corrigé.

- Correcteur à retard de phase (action sur le gain)
$$C(s) = K\frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}\ avec\ \alpha > 1$$
  Ce correcteur permet la diminution du gain a partir de $\omega = 10/T$

  But de la manipulation

Dans cette manipulation on se propose de synthétiser un correcteur à un système afin qu'il satisfasse aux spécifications imposées. Il faut ensuite analyser les modifications apportées après correction.

Travail demandé

Un système est donné par la fonction de transfert en boucle ouverte suivante :

$$G(s) = \frac{K}{s(1+\frac{s}{5})^2}$$

Partie A : Calculs théoriques

1. Tracer le lieu de transfert (asympototique et réel) de $G(s)$ dans le diagramme de Bode.
2. Déterminer les marges de stabilité de ce système.
3. Synthétiser un correcteur à ce système pour qu'il puisse donner une marge de phase de 45° et une constante de vitesse $K_v > 5$.
4. Etablir le tracé de Bode du système corrigé en boucle ouverte.
5. Déduire le tracé de Bode du système corrigé en boucle fermée à partir du celui de la boucle ouverte.

Partie B : Analyse sous MATLAB

1. Ecrire un fichier Matlab permettant de :
- Faire le tracé de Bode de $G(s)$;
- Calculer ses marges de stabilité ;
- Visualiser la réponse indicielle du système ;
- Calculer les paramètres du correcteur correspondant ;
- Faire les tracés de Bode du système corrigé en boucle ouverte et en boucle fermée ;
- Calculer les marges de stabilité après correction,
- Faire les tracés du système avant et après correction dans l'abaque de Nichols ;
- Visualiser la réponse indicielle du système corrigé.
2. Déterminer les valeurs de la bande passante et du pic de résonance avant et après correction.
3. Indiquer les modifications apportées par le correcteur sur le comportement du système dans le domaine temporel.
4. Faite vos conclusions.

Remarque : pour ce travail utiliser les fonctions indiquées ci-dessous.

Soit un système de fonction de transfert $G(s) = \frac{Num}{Den}$

- Le tracé de Bode s’obtient par :
  [gain, phase,w]=bode(Num,Den);
  [MG, MP, wpi,wc]=margin(gain,phase,w)

- Ces marges sont indiquées sur le tracé de Bode à l’aide de
  Margin(gain,phase,w)

- Le tracé dans l’abaque de Nichols s’obtient par :
  dnichols(Num,Den)
  ngrid

- Le tracé de Nyquist s’obtient à l’aide de :
  dnyquist(Num,Den)