

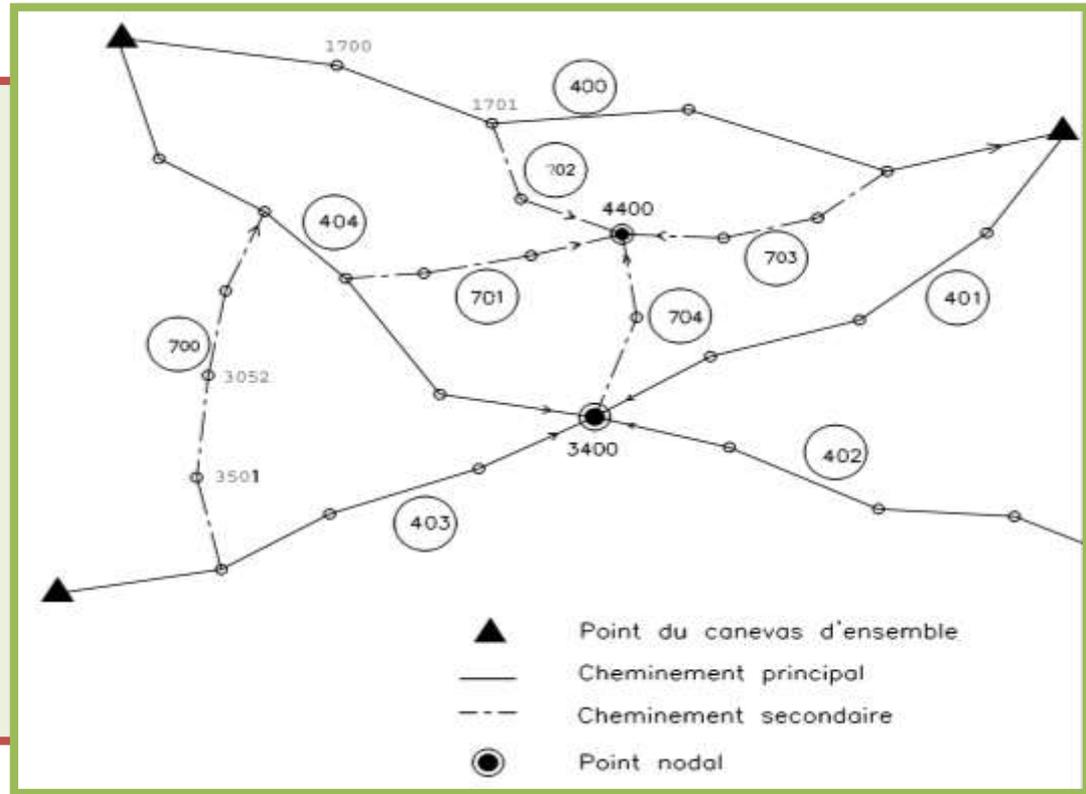
CALCULS TOPOMETRIQUES

Chapitre 2

POLYGONATION

DEFINITION

La polygonation est l'ensemble des opérations qui consistent à mesurer et à calculer une polygonale; Le calcul des polygonales se fait par coordonnées et s'inspire donc fortement de la géométrie analytique.

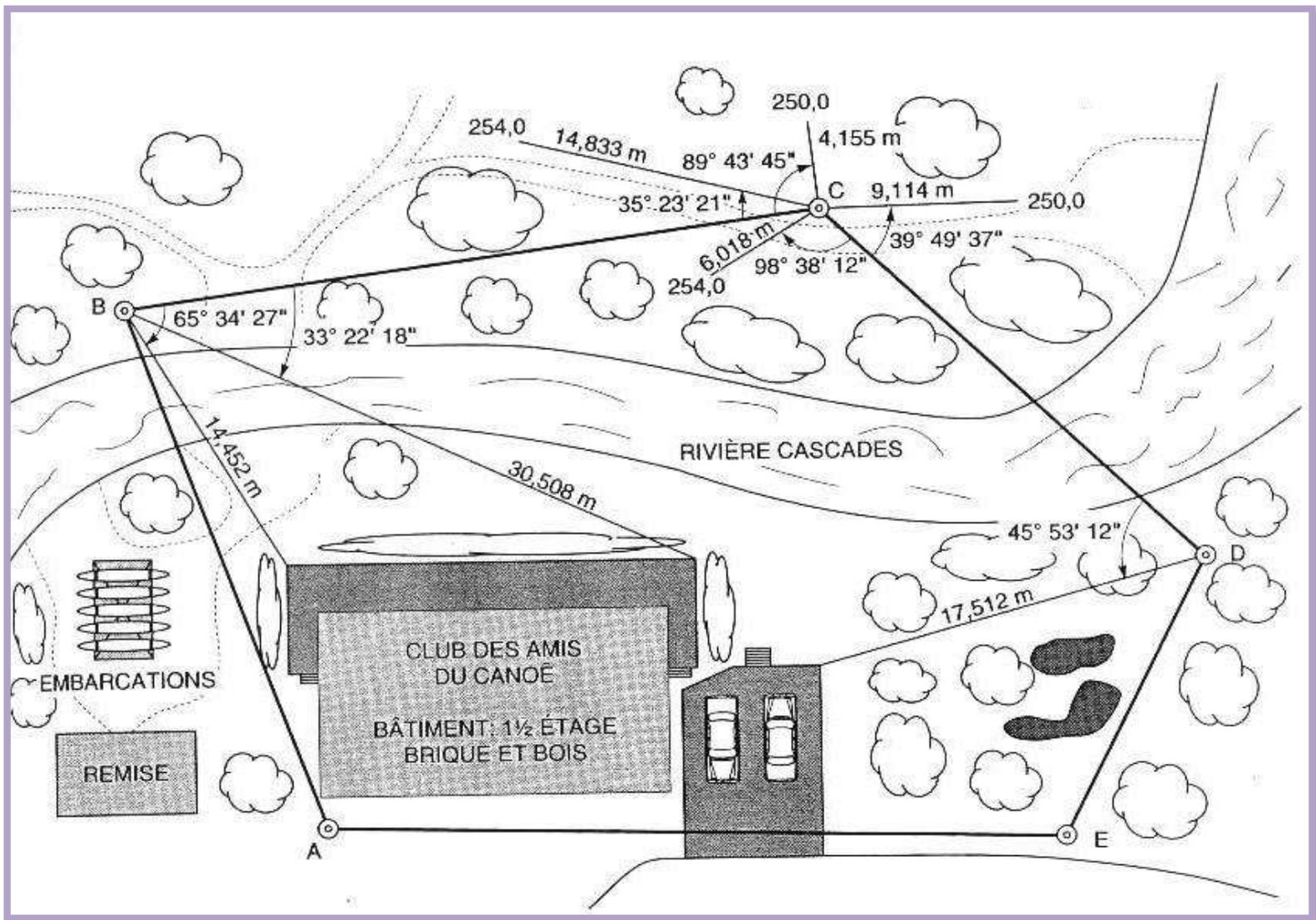


BUTS

Pour faire un levé topographique, qui consiste à relever pour un territoire donné l'ensemble des détails naturels et artificiels tant en altimétrie qu'en planimétrie, et pour en faire la représentation graphique, il faut établir sur le terrain des lignes de contrôle qui serviront de référence afin de lier les détails. L'établissement de ces lignes de contrôle constitue en fait la structure polygonale.

On a également recours à la polygonation notamment à des fins de densification de points géodésiques et de points de contrôle en photogrammétrie, de même qu'à des fins de rattachement dans un système de coordonnées établi.

Chapitre 2 : POLYGONATION



TYPES DE POLYGONALES

- **POLYGONALE FERMÉE** LORSQUE LE DERNIER CÔTÉ D'UN CHEMINEMENT SE TERMINE SUR LE POINT DE DÉPART. ELLE PERMET DE VÉRIFIER LA MESURE DES ANGLES. IL FAUT NOTER QUE LA SOMME DES ANGLES INTÉRIEURS ET EXTÉRIEURS D'UN POLYGONE DE NOMBRE DE CÔTÉ n SONT RESPECTIVEMENT :

$$\Sigma \text{ANGLES INTÉRIEURS} = 200 (n-2) \text{ gr}$$

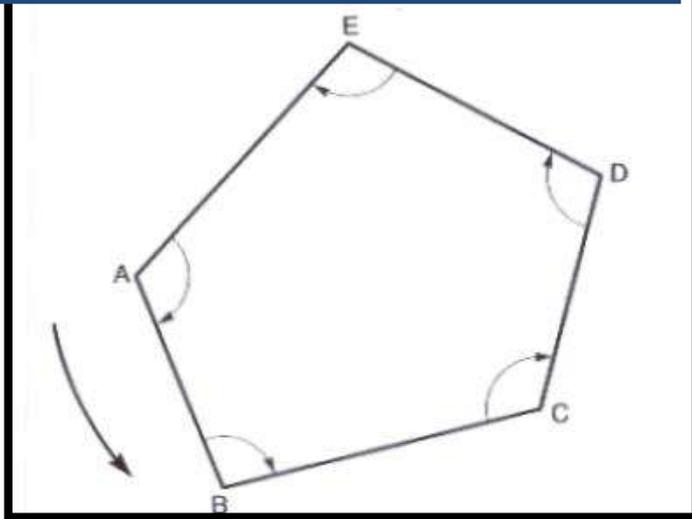
$$\Sigma \text{ANGLES EXTÉRIEURS} = 200 (n+2) \text{ gr}$$

- **POLYGONALE RATTACHÉE** ELLE RELIE DEUX POINTS CONNUS
- **POLYGONALE OUVERTE** IL FAUT L'ÉVITER CAR ELLE N'OFFRE AUCUN MOYEN DE VÉRIFICATION

FERMETURE ANGULAIRE

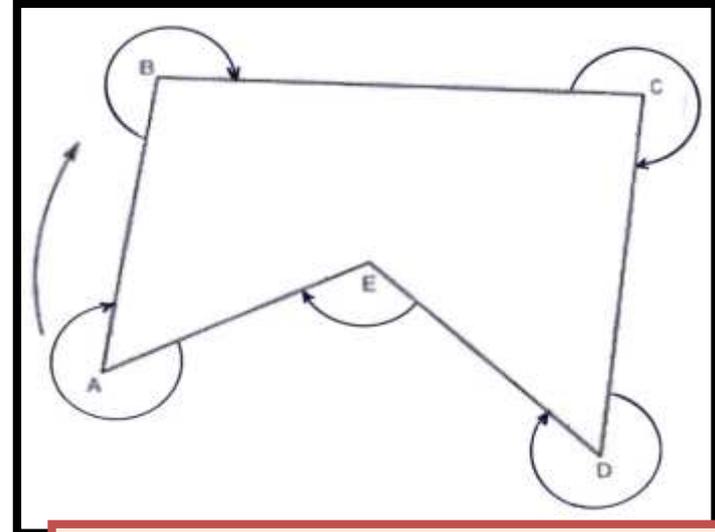
1^{ER} CAS

L'angle topographique est intérieur



2^{EME} CAS

L'angle topographique est extérieur

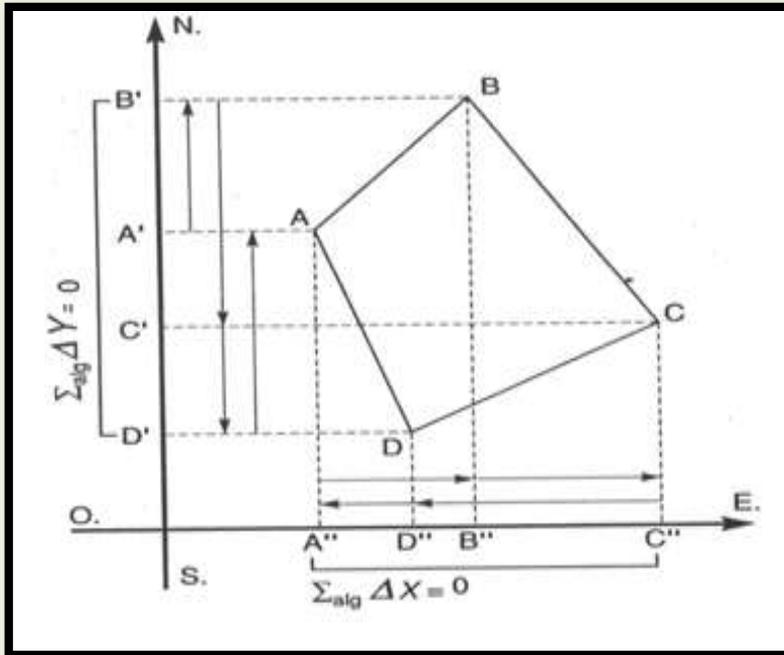


Les mesures angulaires peuvent être entachées d'erreurs, pour cela on admet une tolérance angulaire : $T_a = 2,7 emq\sqrt{n-1}$

avec emq : erreur moyenne quadratique
 n : nombre des sommets du polygone

FERMETURE GEOMETRIQUE

POLYGONALE FERMEE



$$\sum_{\text{alg}} \Delta X = \delta X = 0 ; \quad \sum_{\text{alg}} \Delta Y = \delta Y = 0$$

POLYGONALE RATTACHEE

Si un cheminement polygonal ferme sur un point de coordonnées connues, par exemple « C », autre que le point de départ, les conditions de fermeture deviennent alors :

$$X_C \text{ calculée} - X_C \text{ connue} = \Delta X = 0$$

$$Y_C \text{ calculée} - Y_C \text{ connue} = \Delta Y = 0$$

LA COMPENSATION [1]

Dans toute mesure, il y a présence d'erreurs fortuites quelle que soit la précision des observations. Toutefois, on considère que les mesures ne comportent pas d'erreurs grossières, que les observations ont été purgées ou corrigées des erreurs systématiques et une compensation peut être faite. L'accumulation totale des erreurs se retrouve au dernier point.

Dans une polygonale dont les sommes algébriques des ΔX et ΔY sont différentes de zéro, l'erreur absolue se calcule comme suit:

$$e_{\text{abs}} = \sqrt{\sum_{\text{alg}} \Delta X^2 + \sum_{\text{alg}} \Delta Y^2} = \sqrt{\delta X^2 + \delta Y^2}$$

Pour contrôler la précision d'une polygonale, il est préférable d'utiliser l'erreur relative, que l'on obtient en divisant l'erreur absolue par la longueur de la polygonale, soit son périmètre P :

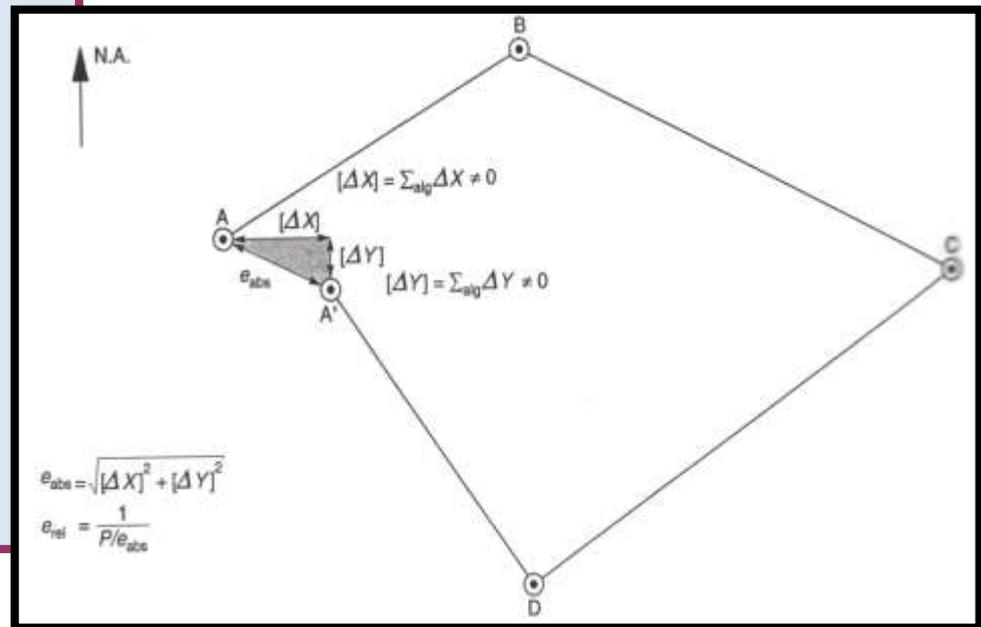
$$e_{\text{rel}} = \frac{e_{\text{abs}}}{P}$$

LA COMPENSATION [2]

Dans les limites permises, il faut répartir l'erreur de fermeture. Cette répartition fait appel à des méthodes de compensations proportionnelles.

Plusieurs méthodes existent :

- *La méthode des moindres carrés;*
- *La répartition par parallèles proportionnelles (méthode Bowditch ou compass rule) ;*
- *La répartition par projections proportionnelles (transit rule).*



LA COMPENSATION PAR PARALLÈLES PROPORTIONNELLES

Les expressions servant au calcul des corrections pour les ΔX , $C_{\Delta X}$, et des corrections pour les ΔY , $C_{\Delta Y}$ sont les suivantes:

$$C_{\Delta X_{AB}} = \frac{\sum_{\text{alg}} \Delta X \times l_{AB}}{P}$$

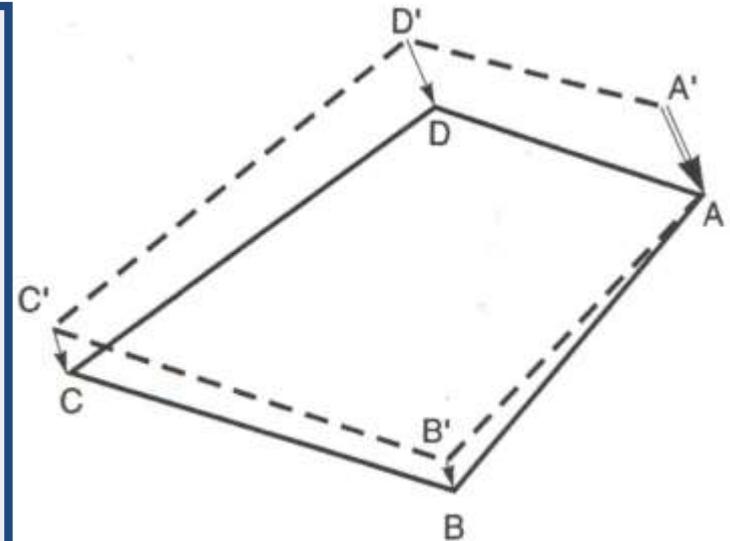
$$C_{\Delta Y_{AB}} = \frac{\sum_{\text{alg}} \Delta Y \times l_{AB}}{P}$$

$$C_{\Delta X_{BC}} = \frac{\sum_{\text{alg}} \Delta X \times l_{BC}}{P}$$

$$C_{\Delta Y_{BC}} = \frac{\sum_{\text{alg}} \Delta Y \times l_{BC}}{P}$$

etc.

Où « l » représente la longueur d'un segment.



$$\Delta X_{AB} \text{ corrigé} = \Delta X_{AB} \text{ calculé} - C_{\Delta X_{AB}}$$

$$\Delta Y_{AB} \text{ corrigé} = \Delta Y_{AB} \text{ calculé} - C_{\Delta Y_{AB}} \text{ etc.}$$

On recommande cette méthode surtout lorsque les mesures de distances et d'angles sont homogènes.

LA COMPENSATION PAR PROJECTIONS PROPORTIONNELLES

Dans cette méthode, la répartition de l'erreur de fermeture se fait en fonction des projections ΔX et ΔY sur des axes rectangulaires. Cette méthode privilégie les directions parallèles aux axes. Elle s'utilise parfois lorsqu'on mesure les angles avec plus de précision que les distances.

Les corrections sont comme suit :

$$C_{\Delta X_{AB}} = \frac{\sum_{\text{alg}} \Delta X \times |\Delta X_{AB}|}{\sum_{\text{arith}} \Delta X}$$

$$C_{\Delta Y_{AB}} = \frac{\sum_{\text{alg}} \Delta Y \times |\Delta Y_{AB}|}{\sum_{\text{arith}} \Delta Y}$$

$$C_{\Delta X_{BC}} = \frac{\sum_{\text{alg}} \Delta X \times |\Delta X_{BC}|}{\sum_{\text{arith}} \Delta X}$$

$$C_{\Delta Y_{BC}} = \frac{\sum_{\text{alg}} \Delta Y \times |\Delta Y_{BC}|}{\sum_{\text{arith}} \Delta Y} \quad \text{etc.}$$

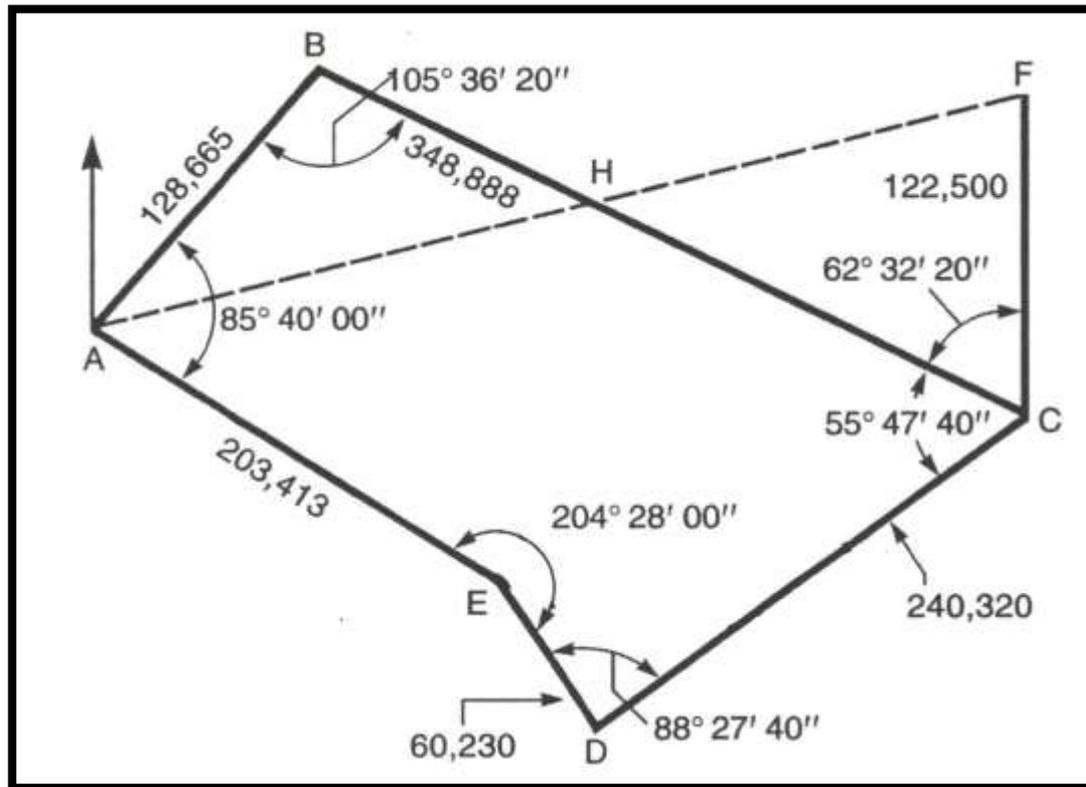
Où \sum_{arith} représente la somme arithmétique

$$\Delta X_{AB} \text{ corrigé} = \Delta X_{AB} \text{ calculé} - C_{\Delta X_{AB}}$$

$$\Delta Y_{AB} \text{ corrigé} = \Delta Y_{AB} \text{ calculé} - C_{\Delta Y_{AB}} \quad \text{etc.}$$

APPLICATION [1]

Trouver les coordonnées des stations du cheminement ABCDEA, si le gisement du côté AB est de $37^{\circ} 03' 20''$ et les coordonnées de A sont $X = 2109,091$ m et $Y = 445.655$ m.



APPLICATION [2]

LOCALISATION D'UN POINT AUXILIAIRE : Localiser le point F si la distance CF est de 122,500 m, et l'angle entre CB et CF, de $62^{\circ} 32' 20''$.

DISTANCE ET DIRECTION ENTRE DEUX POINTS: Trouver la distance et la direction entre A et F.

INTERSECTION ENTRE DEUX DROITES: Trouver l'intersection H entre AF et BC.

Si on considère que la longueur CD et sa direction sont manquantes, peut-on les calculer ?