

TD N°1 : Electrostatique
A : Rappels Mathématiques

Exercice (1)

1/ Soit le champ de vecteur $\vec{U} = (x^2 + 3y)\vec{i} + (z^3 - 3y)\vec{j} + 4x\vec{k}$ et la fonction

$$f(x, y, z) = 3x^2y + x^3z - x^3yz^2$$

Parmi les écritures suivantes, lesquelles n'ont pas de sens ? Calculer celles qui ont un sens.

$$\overrightarrow{\text{grad}} \vec{U}, \quad \overrightarrow{\text{grad}} f, \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{U}, \quad \text{div} \vec{U}, \quad \overrightarrow{\text{grad}} \text{div} \vec{U}, \quad \text{div} \text{div} \vec{U}, \quad \text{div} f, \quad \overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{U}$$

2/ Soit le champ vectoriel $\vec{A} = 3x^2y\vec{i} - 2yz^2\vec{j} + x^2y\vec{k}$

- a) Calculer $\text{div}(\vec{A})$ au point $(-1, 0, -2)$
- b) Calculer $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$

3/ Soit le champ scalaire $V = 3x^2y - y^3z^2$

- a) Calculer le gradient de V au point $(1, -2, -1)$

Exercice (2)

Soit le champ vectoriel \vec{V} et la fonction $g(x,y,z)$ définis par :

$$\vec{V} = 2xyz\vec{i} + (2x^2 - y)\vec{j} - y^2z\vec{k}; \quad g(x,y,z) = x^2y + 2y^2z^3$$

Calculer le gradient de g, la divergence et le rotationnel du vecteur \vec{V} , le Laplacien de la fonction g et du vecteur \vec{V} au point $(1, 2, -2)$.

Exercice (3)

Calculer sur les chemins OAM (A(3, 0), M(3, 2)) et OBM (B(0, 2), M(3, 2)) la circulation du champ de vecteur \vec{E} de composantes $E_x = 6XY, E_y = 3X^2 - 3Y^2$ et $E_z = 0$