التوزيعات الإحتمالية المتقطعة الشهيرة

من إعداد الأستاذة:

بن عزة هناء

أستاذة محاضرة أ –جامعة تلمسان

السنة الجامعية: 2023/2022

IV. التوزيعات الإحتمالية المتقطعة الشهيرة

- التوزيع ذي الحدين(الثنائي)
- التوزيع البواسوني
- التوزيع الفوق هندسي(الهندسي الزائدي)

التوزيع ذي الحدين(الثنائي): $X \rightsquigarrow B(n, p)$

❖ **يستعمل في حالة:**

- الأحداث المستقلة.
- تؤول كل محاولة إلى نتيجة واحدة من بين نتيجتين متنافيتين.
- تعاد التجربة (n)مرة.

❖ **توزيعه الإحتمالي:**

$$P(X=k)=C_n^k\,p^k\,q^{n-k}$$

p: إحتمال حدوث (X).

q:إحتمال عدم حدوث (X).

P + q=1

❖ **توقعه و تباينه:**

$$E(X)=n.p$$

$$V(X)=n.p.q$$

مثال توضيحي عن التوزيع الثنائي

إحتمال إصابة شخص بالزكام هو 0.6،لنعرف المتغير العشوائي(X) الذي يمثل عدد المصابين بالزكام من بين 50شخص.

1.ما هو التوزيع الإحتمالي ل (X)؟

2.ما هي القيمة المتوسطة لعدد المصابين بالزكام؟

الحل:

(X):عدد المصابين بالزكام ،خاضع للتوزيع ذي الحدين أو الثنائي: $X \rightarrow B(50, 0.6)$

لأن: نتيجة واحدة من بين اثنين ،فإما يكون الشخص مصابا أو غير مصاب.

1.توزيعه الإحتمالي:

$$P(X=k) = C_{50}^{k}\, 0.6^{k}\, 0.4^{50-k}$$

$$X \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots, 50\}$$

2.القيمة المتوسطة لعدد المصابين بالزكام:

$$E(X) = (50).(0.6) = 30$$

التوزيع البواسوني $X \rightsquigarrow P(\lambda)$

❖ يستعمل في حالة:

- إيجاد الإحتمال في فترة زمنية معينة أو منطقة
- محددة(مرتبط بالزمن: ساعة أو ثانية، أو دقيقة
،......)أي منسوب لوحدة زمنية.
- هو توزيع الحوادث النادرة
- إحتمال تحقيق الحدث صغير جدا
- ($P(A)\leq 0.1$).
- تعاد التجربة عدد كبير من المرات.

❖ توزيعه الإحتمالي:

$$P(X=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$

λ: متوسط التوزيع. ($0\leq\lambda$)

❖ توقعه و تباينه

$$E(X)=\lambda$$

$$V(X)=\lambda$$

مثال توضيحي عن التوزيع البواسوني

تدخل سيارات بمعدل 4 سيارات كل ساعة.ليكن (X) المتغير العشوائي الذي يمثل عدد السيارات التي دخلت المرآب كل ساعة.

1.أوجد التوزيع الإحتمالي ل (X)؟

2.أحسب التباين؟

الحل:

X:عدد السيارات التي دخلت المرآب كل ساعة،خاضع للتوزيع البواسوني : $X \rightarrow P(\lambda=4)$

لأنه : منسوب لوحدة زمنية:الساعة.

λ: متوسط التوزيع (المعدل) و تساوي 4 (حسب المعطيات)

1.التوزيع الإحتمالي:

$$P(X=k) = e^{-4}\frac{4^k}{k!} = (2.71)^{-4}\frac{4^k}{k!}$$

$$X \in \{0,1,2,3,\dots\dots\dots,n\}$$

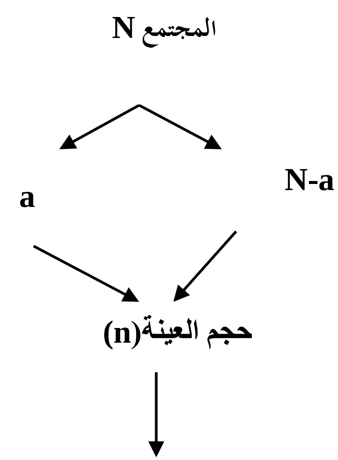
2.تباينه: $V(X) = \lambda = 4$

التوزيع الفوق هندسي(الهندسي الزائدي):

$X \rightarrow H(N,n,a,N-a)$

❖يستعمل في حالة:

- التجارب أو الأحداث الغير مستقلة.
- السحب بدون إرجاع.



ليكن(**X**) متغير عشوائي يمثل() **في العينة** المسحوبة

❖توزيعه الإحتمالي:

$$P(X=k)=\frac{C_a^k C_{N-a}^{n-k}}{C_N^n}$$

❖توقعه و تباينه:

$$E(X)=n.\frac{a}{N}$$

$$V(X)=n.\frac{a}{N}\cdot\frac{N-a}{N}\cdot\frac{N-n}{N-1}$$

مثال توضيحي عن التوزيع الفوق هندسي

يحتوي صندوق على 10عناصر صالحة و 5 فاسدة،نسحب منهم بالصدفة 7 عناصر .لنعرف المتغير العشوائي (X)الذي يمثل عدد العناصر الصالحة المحصل عليها.

1.أوجد التوزيع الإحتمالي ل (x)؟

2.أحسب القيمة المتوسطة لعدد العناصر الصالحة المحصل عليها؟

الحل:

(X) خاضع للتوزيع الفوق هندسي: (15,7,10,5) H ⟵ X

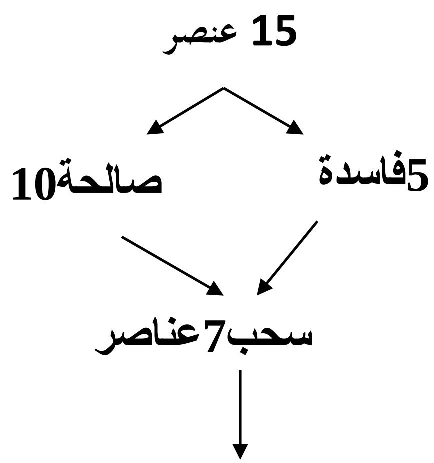
1. **التوزيع الإحتمالي:**

$$P(X=k)=\frac{C_{10}^{k}C_{5}^{7-k}}{C_{15}^{7}}$$

$X \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$

2.**القيمة المتوسطة:**

$$E(X)=n.\frac{a}{N}=7.\frac{10}{15}=4.66\approx 5 \text{ ع ص}$$



(X): يمثل عدد العناصر الصالحة المحصل عليها.