CALCULS TOPOMETRIQUES

Chapitre 4

RELÈVEMENT

Institut des Sciences et Techniques Appliquées
Année Universitaire 2023/2024

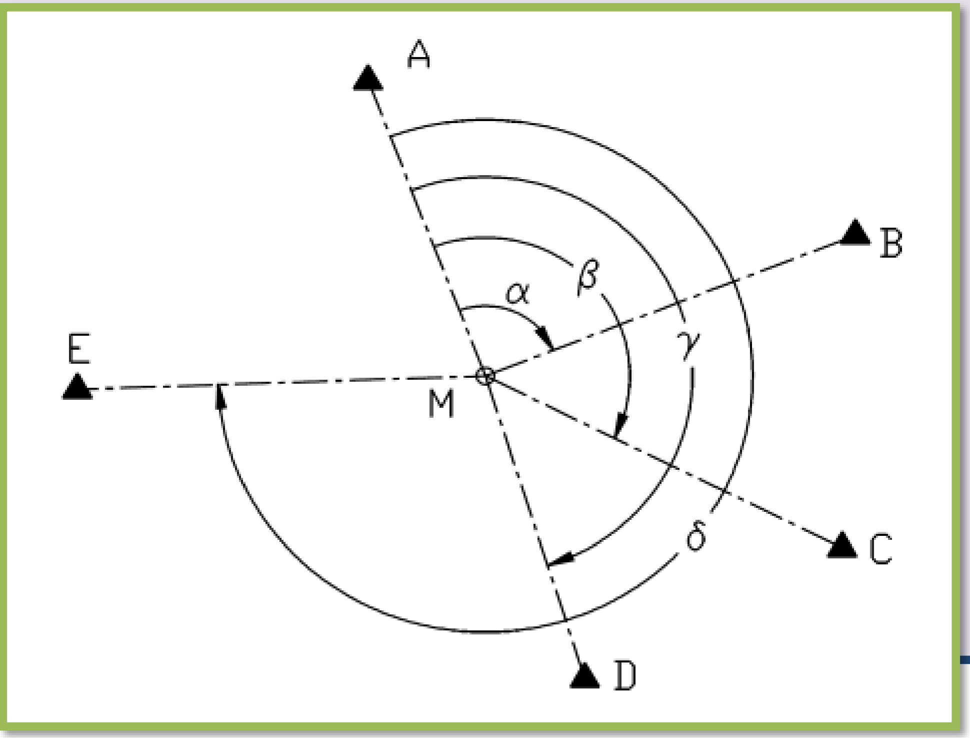
Chargé du cours **MELOUKA Smaïn**

Définition et principe [1]

Un point relevé est un point stationné depuis lequel l'opérateur effectue un tour d'horizon sur des points anciens connus. L'opérateur lit les angles suivants :

AMB = $\alpha = L_B - L_A$
AMC = $\beta = L_C - L_A$
AMD = $\gamma = L_D - L_A$
AME = $\delta = L_E - L_A$

On dit qu'on se relève sur les points A, B, C, D et E ou qu'on effectue un relèvement.



Définition et principe [2]

Pour l'intersection et le relèvement, le travail sur le terrain consiste à mesurer uniquement des angles, il existe une certaine différence dans la manière de s'y prendre. Le choix entre l'une et l'autre méthode ne se fera qu'en fonction du terrain et des difficultés qu'on pourra y rencontrer. Certains points ne peuvent être déterminés que par intersection, d'autres par relèvement, pour certains points l'application des deux procédés est possible. On dira qu'ils sont déterminés par recoupement.

Géométriquement, un point est l'intersection de droites, deux arcs… Donc on pourra dire qu'un relèvement sur trois points défini par l'intersection de deux arcs capables est possible. Un quatrième point reste indispensable pour le contrôle et seule une cinquième visée si possible aidera à détecter l'arc faux.

Méthodes de calcul du point approché et ou définitif

Plusieurs méthodes pour déterminer le point relevé existent, elles peuvent être géométriques, analytiques ou combinées :

1. ***Méthode graphique* : à la planchette ou par construction géométrique des arcs capables,… Les coordonnées seront déterminées directement ;**
2. ***Méthode géométrique ;***
3. ***Méthode de Delambre ;***
4. ***Méthode Italienne ;***
5. ***Méthode du barycentre ;***
6. ***Méthode de Hatt ;***
7. ***Méthode des visées d'intersection inverse ;***
8. ***Méthode de Cassini ;***
9. ***Méthode des moindres carrés ; …***

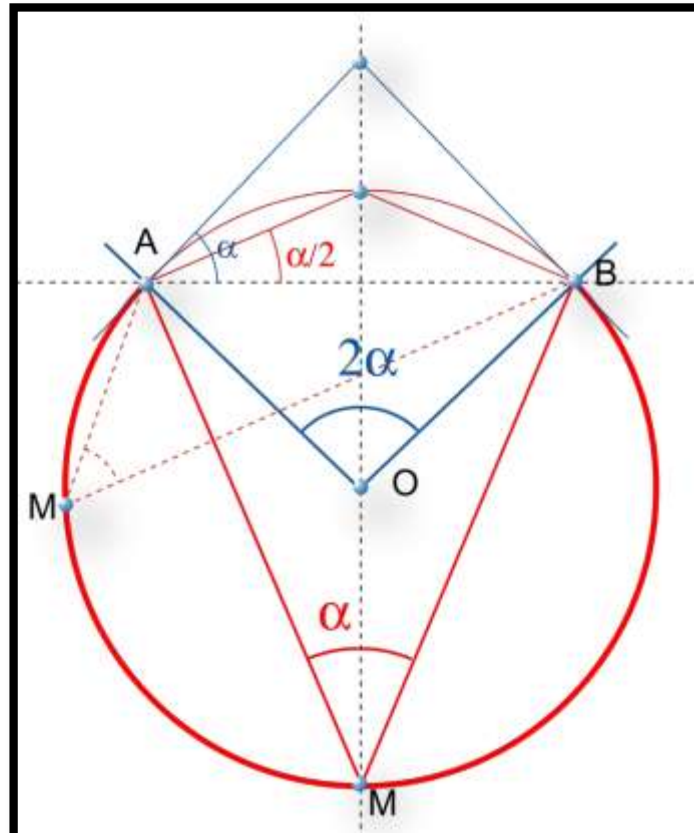
Arc capable

Définition

L'ensemble des points M sous lequel on peut voir 2 points A et B sous un angle constant α, est une portion de cercle de centre O appelé arc capable AB.

Propriété

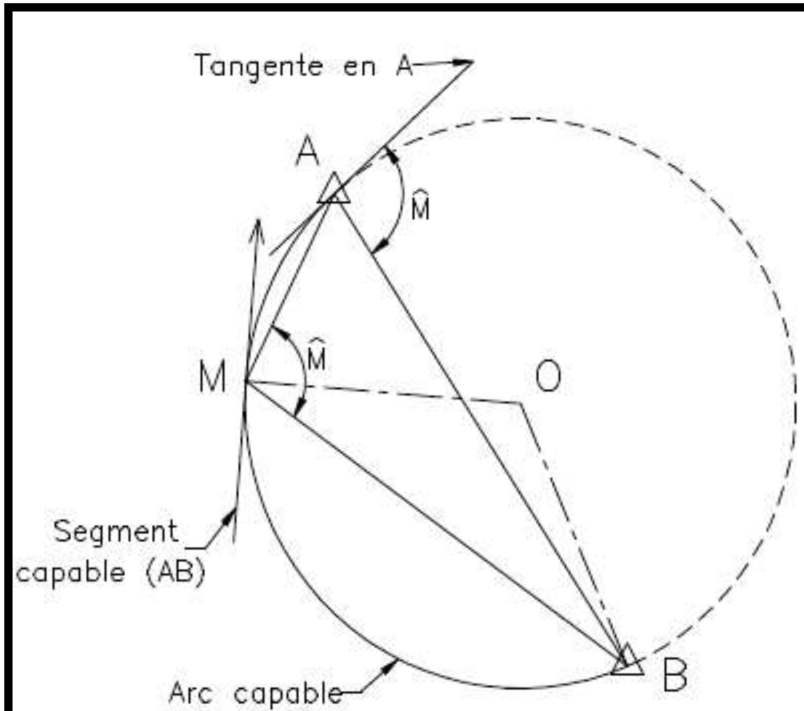
L'angle observé au centre du cercle est le double de l'angle observé en un point quelconque de l'arc capable.



Segment capable

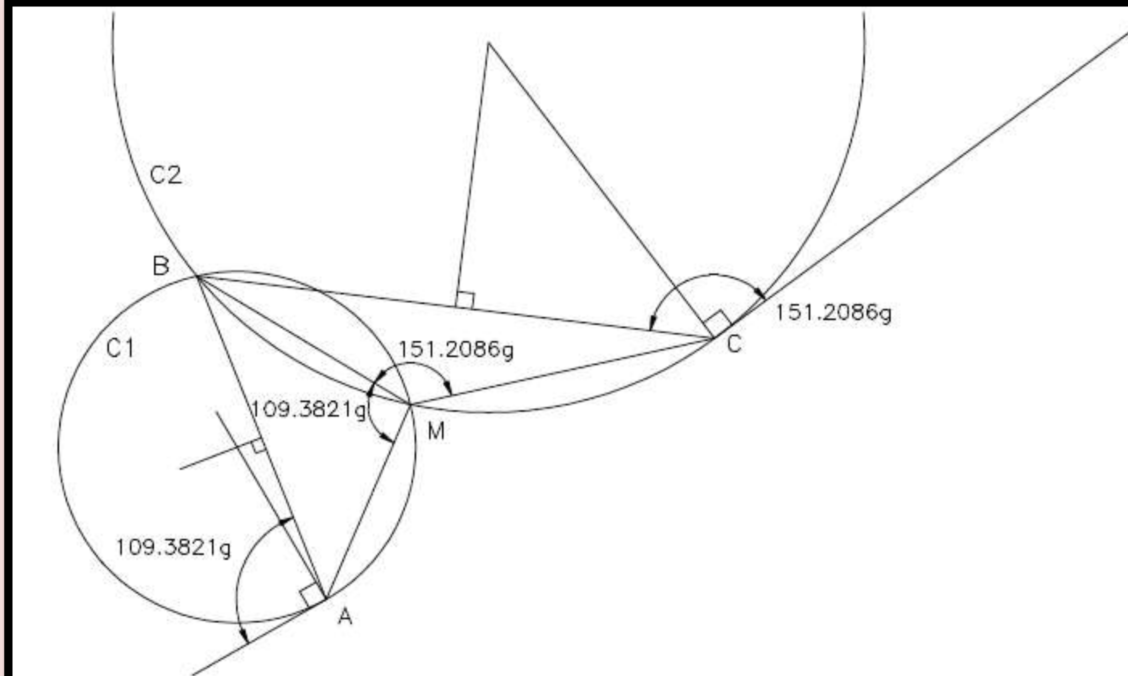
L'arc capable $\widehat{AB}$ est l'ensemble des points M tels que l'angle $\widehat{AMB}$ ait une valeur donnée $\widehat{M}$. Aux alentours immédiats d'un point M quelconque de l'arc capable, on peut confondre une petite portion de l'arc avec un segment de sa tangente.

Ce segment noté **(AB)** est appelé **segment capable**



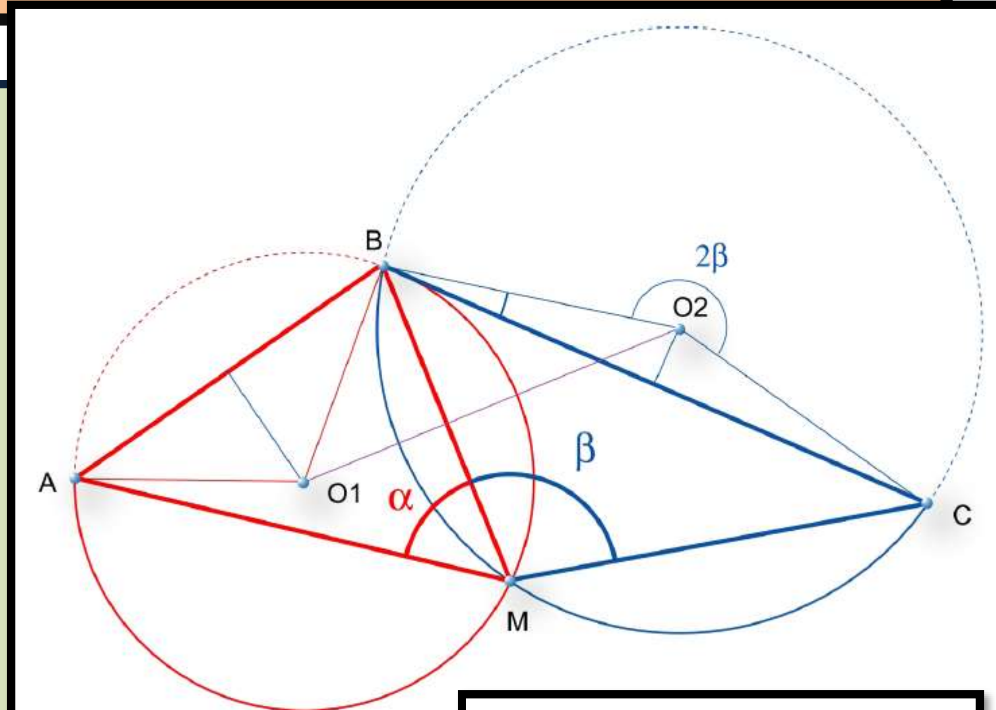
Méthode graphique des arcs capables

1. *Dessiner les cordes AB et BC ;*
2. *Dessiner les médianes ;*
3. *Dessiner la perpendiculaire à la tangente en A au premier cercle et à la tangente en C au deuxième cercle ;*
4. *Construction du cercle passant par A, B et M et du cercle passant par B, C et M, dont les centres sont les points d'intersection entre la médiane et la perpendiculaire.*



Méthode géométrique

1. Calcul des gisements et distances AB et BC ;
2. Calcul des coordonnées des centres O_1 et O_2 des cercles support des arcs capables ;
3. Résolution du triangle O_1O_2M ;
4. Calcul des coordonnées de M à partir de O_1 et contrôle du calcul en calculant à partir de O_2.



$$G_{AO_1} = G_{AB} + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

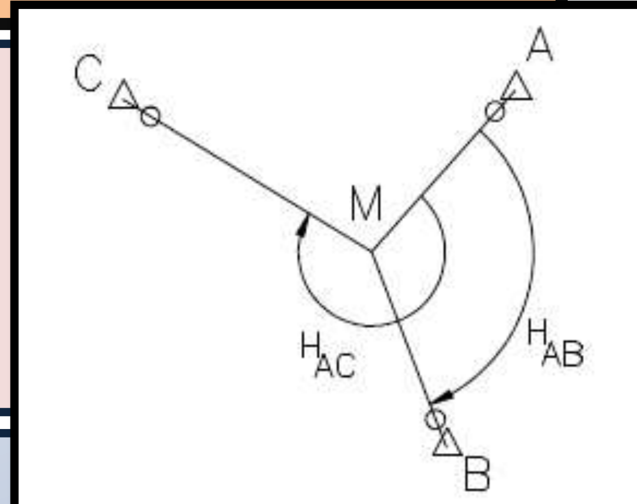
$$D_{AO_1} = \frac{D_{AB}}{2\sin\alpha}$$

$$G_{BO_2} = G_{BC} - \left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$D_{BO_2} = \frac{D_{BC}}{2\sin\beta}$$

Méthode de DELAMBRE

On détermine les coordonnées d'un point approché Mo à partir de trois visées de relèvement correctement choisies : elles doivent être longues et bien réparties autour du point cherché M et doivent se couper sous un angle favorable (proche de 100 gon) mais en évitant les couples de visées parallèles.



Les coordonnées du point approché Mo sont calculées à partir des formules de Delambre pour le relèvement, c'est-à-dire :

$$\tan G_{AM} = \frac{(X_B - X_A)\cdot \text{cotan} H_{AB} - (X_C - X_A)\cdot \text{cotan} H_{AC} + (Y_C - Y_B)}{(Y_B - Y_A)\cdot \text{cotan} H_{AB} - (Y_C - Y_A)\cdot \text{cotan} H_{AC} - (X_C - X_B)}$$

$$\tan G_{BM} = \tan(G_{AM} + H_{AB}) = \frac{\tan G_{AM} + \tan H_{AB}}{1 - \tan G_{AM} \cdot \tan H_{AB}}$$

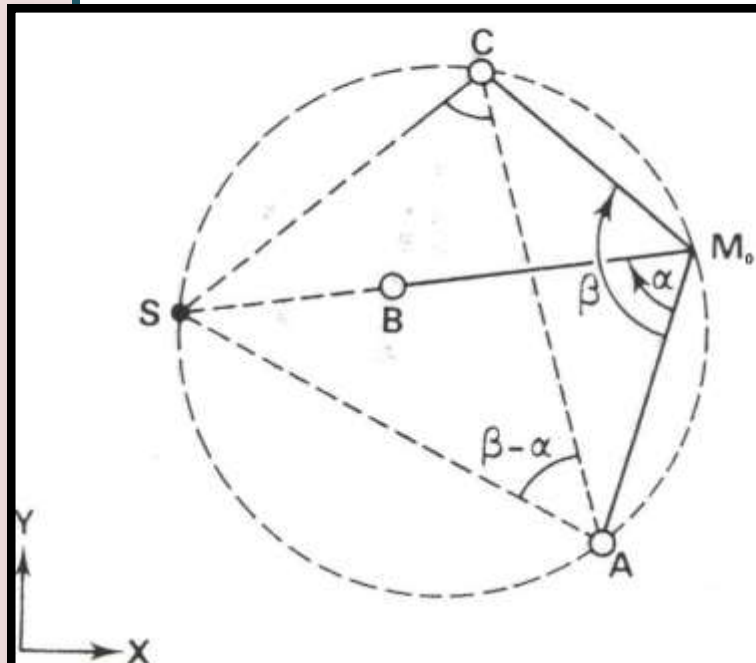
On reporte ensuite ces résultats dans les formules de Delambre utilisées pour l'intersection

Méthode Italienne

1. Le cercle passant par le point M_0 et les points connus extérieurs A et C est coupé en S par le prolongement de M_0B.
2. Les propriétés de l'arc capable donnent les angles : ACS = α, CAS = β - α
3. Les coordonnées de A et C permettent d'avoir les coordonnées du point S par intersection (formules de Delambre).
4. Déterminer le $G_{BM0} = G_{SB}$
5. Calculer les gisements : $G_{AM0} = G_{BM0} - \alpha$

   $G_{CM0} = G_{AM0} + \beta$

5. Le point M_0 est calculé par intersection depuis A et B, B et C ou A et C.



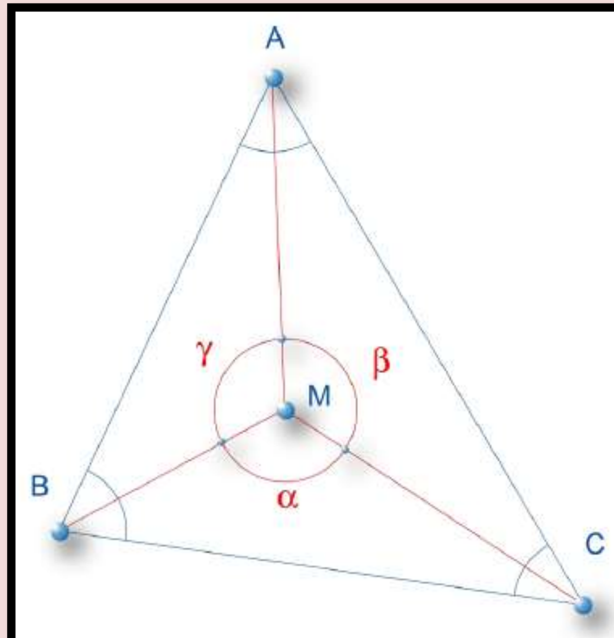
Méthode du barycentre

La solution M est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients p, m et n :

$$p\,\overrightarrow{MA} + m\,\overrightarrow{MB} + n\,\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$$

$$X_M = \frac{pX_A + mX_B + nX_C}{p+m+n}$$

$$Y_M = \frac{pY_A + mY_B + nY_C}{p+m+n}$$



- **Soient A et α les angles qui intersectent le segment BC respectivement en A et M.**
- **Soient B et β les angles qui intersectent le segment AC respectivement en B et M.**
- **Soient C et γ les angles qui intersectent le segment AB respectivement en C et M.**

Les poids p, m et n s'obtiennent comme suit :

$$p = \frac{1}{\cot A - \cot \alpha}$$

$$m = \frac{1}{\cot B - \cot \beta}$$

$$n = \frac{1}{\cot C - \cot \gamma}$$

CALCUL DES COORDONNEES DU POINT DEFINITIF M
Différentes étapes de calcul (Méthode de HATT)

1. Etablissement d'un schéma à une échelle donnée qui permettra de vérifier tout au long des calculs l'ordre de grandeur des résultats obtenus (Gisements, distances, coordonnées).
2. Calcul des coordonnées approchées du point intersecté M_0 au moyen de trois visées (méthode de Delambre, méthode Italienne, méthode du barycentre).
3. Calcul des gisements et distances de toutes les directions avec les coordonnées du point approchés M_0.
4. Calcul des gisements observés : gisement d'une visée de l'intersection inverse.
5. Calcul des gisements calculés à partir des coordonnées des points connus et du point approché.
6. Calcul des angles observés à partir des lectures du tour d'horizon.
7. Calcul des angles calculés en effectuant la différence des gisements calculés.
8. Calcul de l'angle Δ (décalage angulaire) entre les angles observés et les angles calculés.
9. Calcul de la sensibilité des segments capables.
10. Calcul du déplacement métrique de chaque segment capable.
11. Calcul des gisements des segments capables.
12. Etablissement du graphique à grande échelle (généralement 1/10).
13. Choix du point définitif M et détermination des coordonnées définitives (si le chapeau formé est très grand, il faut réduire cette zone).
14. Vérification des tolérances.

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

Gisement d'un segment capable

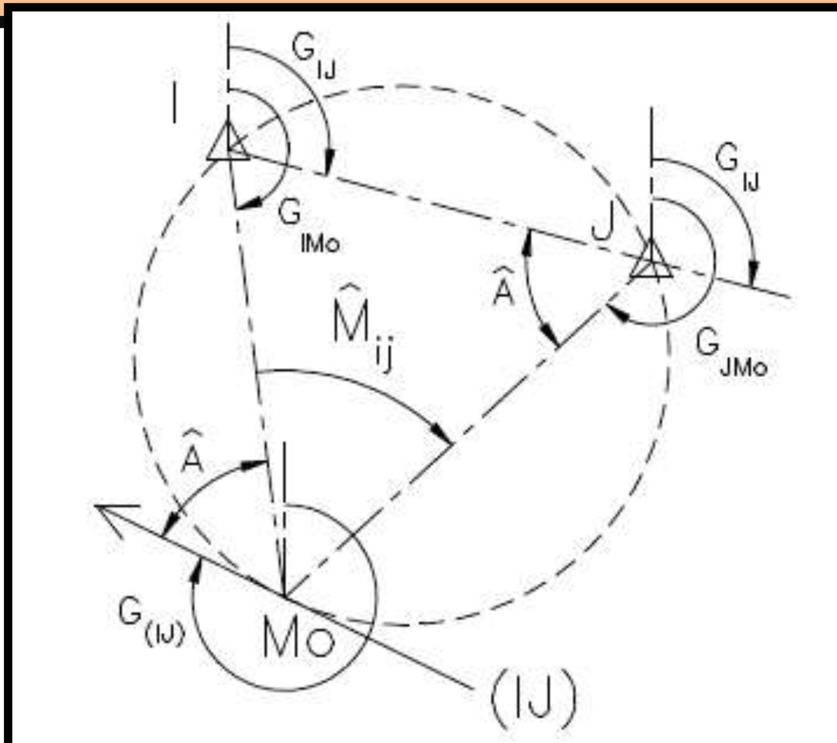
L'expression de $G_{(IJ)}$ est déterminée comme suit : on retrouve l'angle IJMo noté $\widehat{A}$, entre le segment capable tangent en Mo et la corde IMo.

Autour de Mo, on peut écrire :

$$G_{(IJ)} = G_{MoI} - \widehat{A}$$

Autour de J, on peut écrire :

$$G_{JMo} + \widehat{A} = G_{IJ} + 200$$



On obtient le gisement du segment capable comme suit :

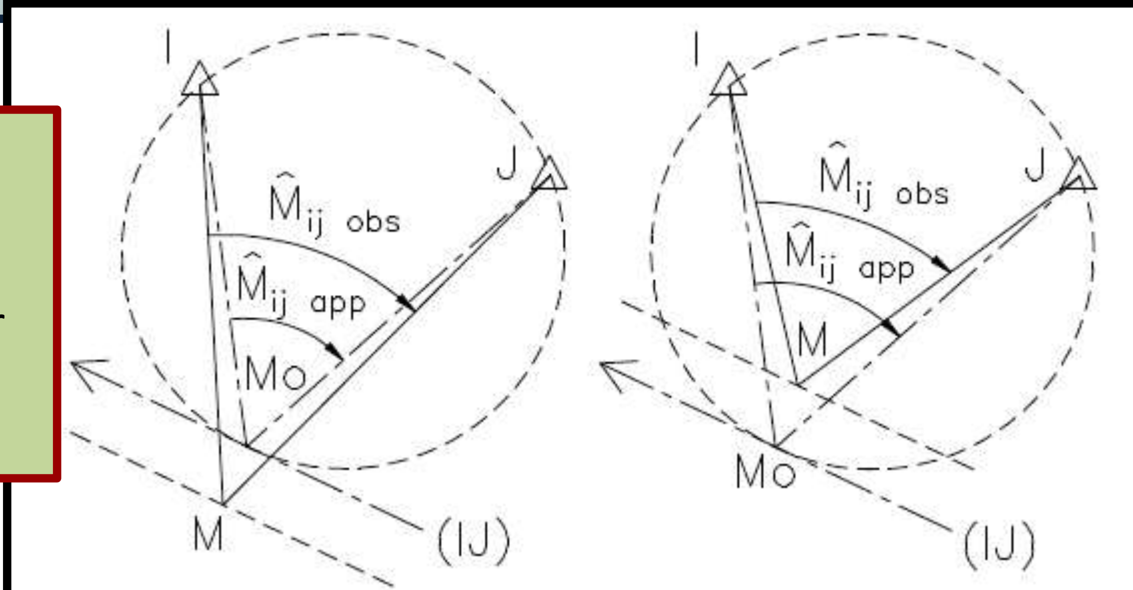
$$G_{(IJ)} = G_{IMo} + G_{JMo} - G_{IJ}$$

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

Différence d'angles de relèvement

C'est l'écart entre l'angle de relèvement observé et l'angle de relèvement approché, c'est-à-dire : $\Delta = M_{IJ\,\text{obs}} - M_{IJ\,\text{app}}$

La valeur de Δ permet de calculer le déplacement à faire subir aux segments capables ne passant pas par M_0. Le signe de Δ donne la direction du déplacement



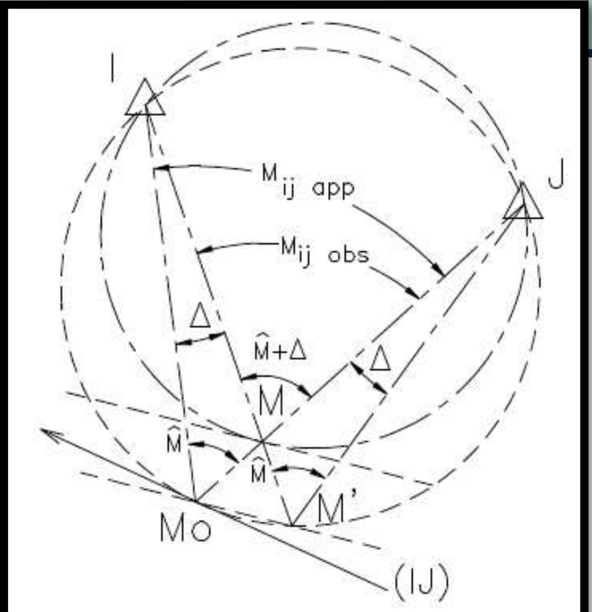
Si $M_{IJ\,\text{obs}} < M_{IJ\,\text{app}}$ alors $\Delta < 0$: le segment capable doit être décalé vers sa gauche.

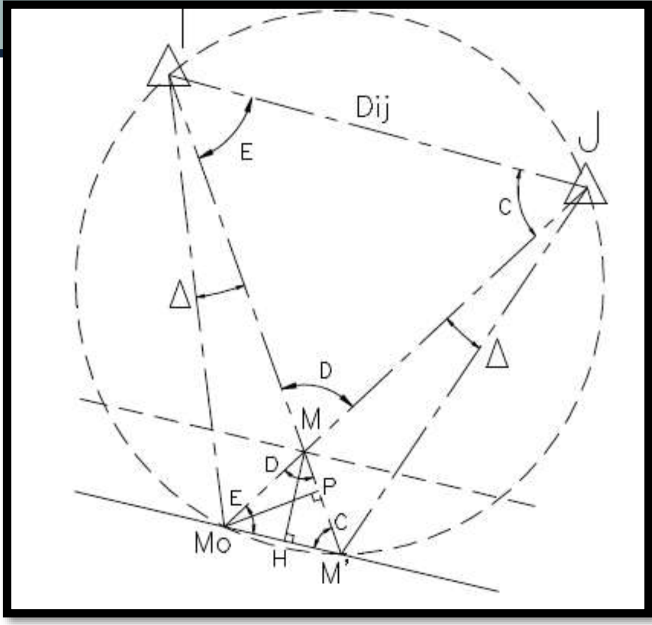
Si $M_{IJ\,\text{obs}} > M_{IJ\,\text{app}}$ alors $\Delta > 0$: le segment capable doit être décalé vers sa droite.

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

Sensibilité et déplacement d'un segment capable

La sensibilité d'un segment capable est la valeur du déplacement qu'il subit pour une variation de gisement de 01 décimilligrade.

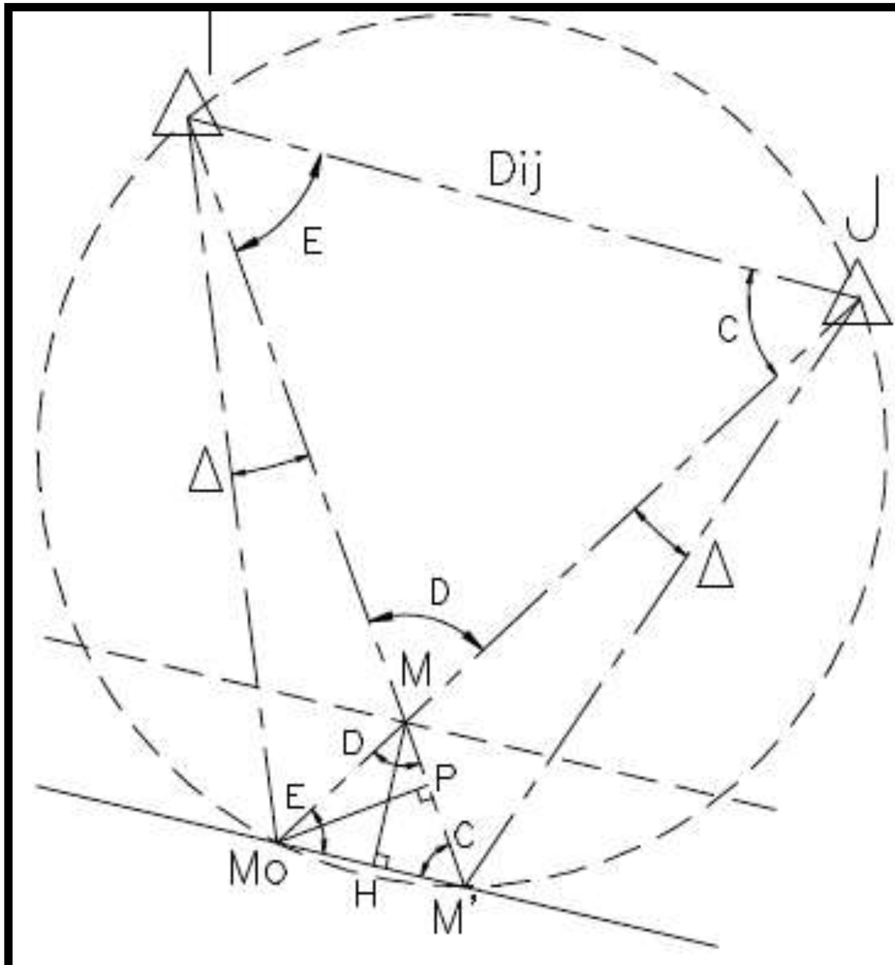




$$s_{cm/mgon} = 1{,}57\left(\frac{D_{IM} \cdot D_{JM}}{D_{IJ}}\right)_{km}$$

$$d_{cm} = 1{,}57 \cdot \Delta_{mgon}\left(\frac{D_{IM} \cdot D_{JM}}{D_{IJ}}\right)_{km}$$

Déplacement d'un segment capable



$$\mathbf{MH = d}$$

La double superficie du triangle MM'M_0 permet d'écrire:

$$\mathbf{M_0M'.\,d = MM'.\,M_0P \;\rightarrow\; d = \frac{MM'.\,M_0P}{M_0M'}}$$

Les triangles semblables MM'M_0 et MIJ donnent : $\mathbf{\frac{MM'}{M_0M'} = \frac{JM}{IJ}}$

Les points M_0 et P étant très proches par rapport à la longueur IM_0, on peut écrire :

$$\mathbf{M_0P \;\approx\; IM_0\,.\,\Delta_{rad} \approx IM\,.\,\Delta_{rad}}$$

D'où

$$\mathbf{d = \frac{JM\,.\;IM}{IJ}\;.\,\Delta_{rad} = D_f\,.\,\Delta_{rad}}$$

D_f : Distance fictive

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

REDUCTION DE LA ZONE D'INDECISION

Si la zone définie est trop grande, il faut la réduire en traçant la parallèle à chaque segment capable de t (demi-plage d'indécision). La demi-plage de sensibilité est proportionnelle à la distance fictive associée au segment capable, donc :

$$t_{cm} = 1,57\left[\frac{D_I \cdot D_J}{D_{IJ}}\right]_{km} \cdot \varepsilon_{mgon}$$

En pratique, les demi-plages sont affectées d'un coefficient K qui englobe le coefficient 1,57 et l'angle e, donc :

$$t_{cm} = K\left[\frac{D_I \cdot D_J}{D_{IJ}}\right]_{km} = K \cdot Df_{km}$$

Df_{km} *: Distance fictive*

Seules les demi-plages utiles sont construites.

CAS PARTICULIERS

Les difficultés dues au relief et autres obstacles sont parfois telles qu'il est nécessaire d'effectuer le relèvement à partir de plusieurs stations (deux, trois stations ou plus). On parle alors de relèvements multiples (ou combinés). Ce procédé peut s'avérer moins précis que le relèvement simple et ne doit donc être utilisé que s'il n'y a pas d'autres solutions. On distingue :

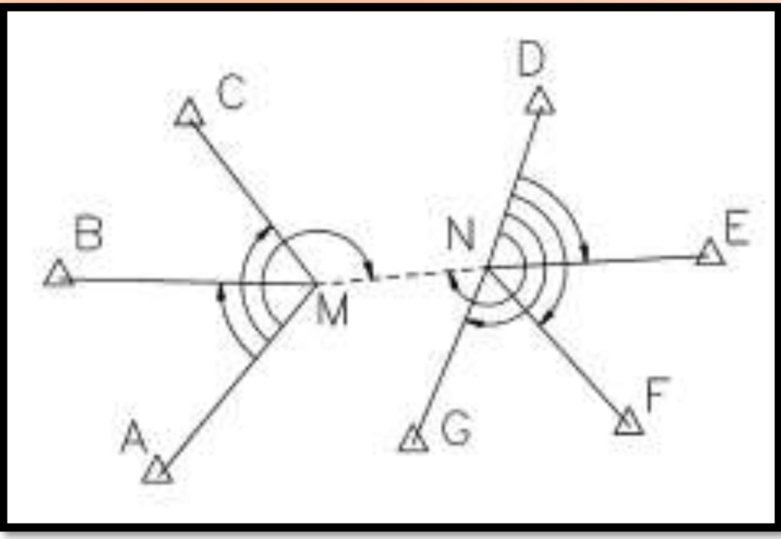
1. Relèvement double avec trois points d'appui par station
2. Relèvement double avec deux points d'appui visés par station
3. Relèvement triple
4. Relèvement quadruple en forme de cheminement
5. Relèvement quadruple en forme d'étoile
6. Relèvements multiples formant une boucle
7. Relèvement en trois dimensions sur deux points

Cas particuliers

Relèvement double avec trois points d'appui par station [1]

C'est le cas le plus simple de relèvement combiné. On choisit la station la plus fournie en visées (Station N calculée à partir des visées de relèvement sur D, E, F et G) et on la calcule en relèvement simple. Ensuite les deux cas suivants sont à distinguer :

1. La distance MN ne peut pas être mesurée
2. La distance MN peut être mesurée



Cas particuliers

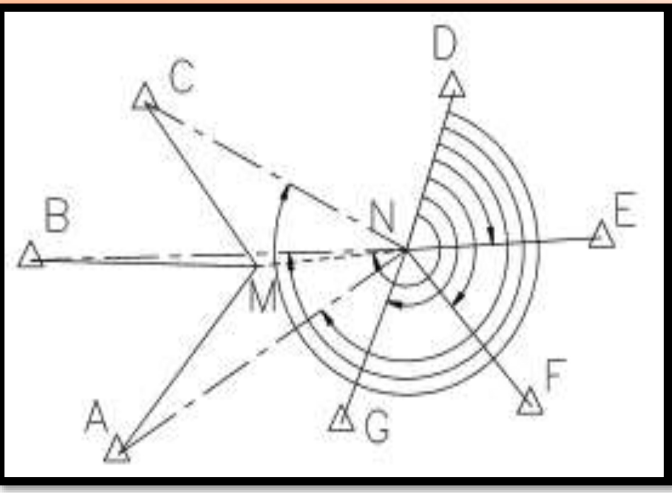
Relèvement double avec trois points d'appui par station [2]

La distance MN ne peut pas être mesurée

On calcule M par relèvement simple sur N, A, B et C : ceci ne peut être acceptable en termes de calculs que si la distance MN est homogène avec les autres visées issues de M. Si ce n'est pas le cas, cette méthode ne peut s'appliquer.

La distance MN peut être mesurée

La distance MN doit être connue au centimètre près. Par un calcul d'excentrement, l'opérateur peut ramener les lectures de la station M à la station N (pivot) qu'il calcule ensuite en relèvement classique. Les coordonnées de M sont déduites de N par rayonnement à partir du G_{0moyen} de station et de la distance MN.



Cas particuliers

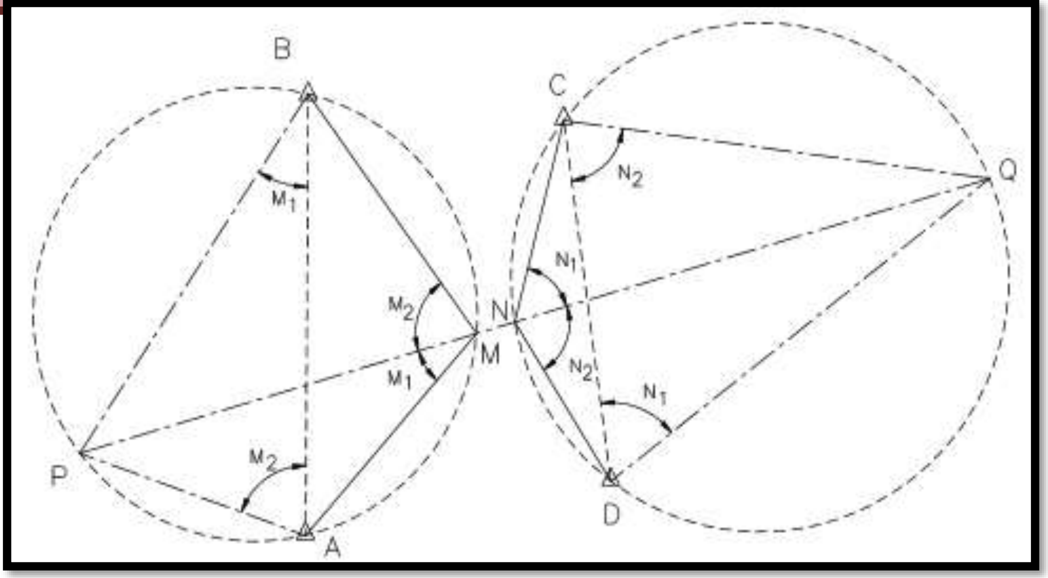
Relèvement double avec deux points d'appui visés par station

La distance MN ne peut pas être mesurée

On peut déterminer graphiquement ou par calcul les points M et N en construisant les points de Collins Q et P. Cette méthode ne permet toutefois aucun contrôle. Les solutions pour M et N sont uniques et la moindre erreur de manipulation donne des points faux.

La distance MN peut être mesurée

On retrouve exactement le cas de figure du paragraphe précédent mais avec une donnée supplémentaire qui est la longueur MN (dont on suppose la mesure sur le terrain exacte) et qui permettra une vérification.



MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

Cas particuliers

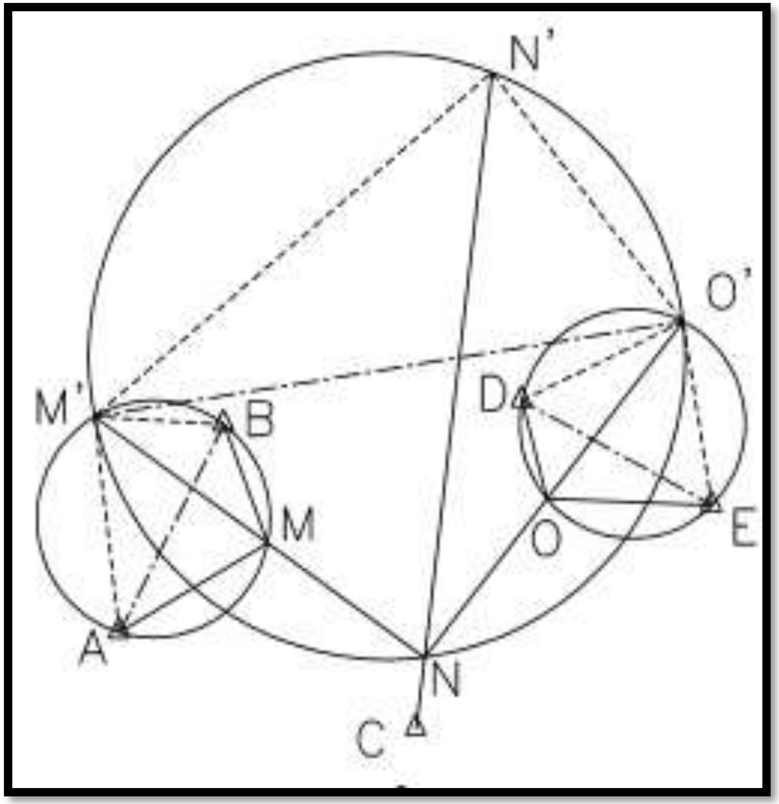
Relèvement triple

On stationne dans ce cas sur trois points M, N et O depuis lesquels il faut au minimum viser cinq points d'appui A, B, C, D et E. On note M', N'et O' les points de Collins associés à M, N et O.

La détermination unique et donc sans contrôle des points stationnés M, N et O se fait ainsi :

- M'calculé par intersection depuis A et B ;
- O' calculé par intersection depuis D et E ;
- N'calculé par intersection depuis M'et O'.

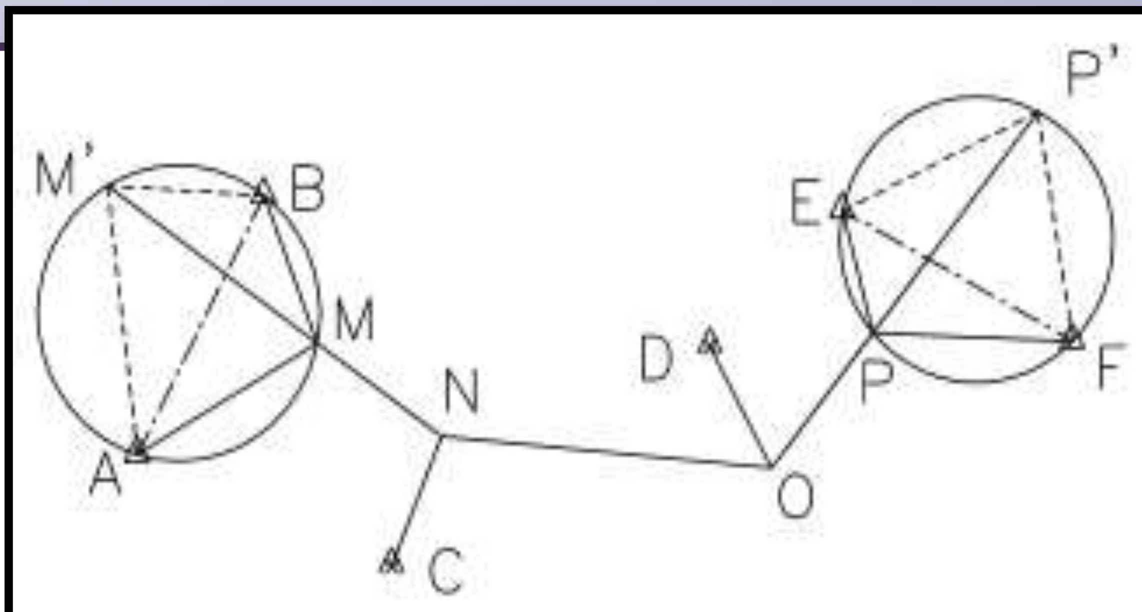
Le point N est alors sur la droite CN' à l'intersection avec le cercle M'N'O'. On le calcule par intersection à partir de C et M'(ou bien de C et O'), le gisement de la droite CN' étant maintenant connu.
De la même manière, on calcule M sur la droite M'N à l'intersection avec le cercle AM'B et O sur la droite NO' à l'intersection avec le cercle DO'E.
La résolution graphique convient mieux à ce type de problème.



Cas particuliers

Relèvement quadruple en forme de cheminement

On peut étendre ce cas de figure à un cheminement sur quatre stations M, N, O et P depuis lesquelles on vise six points connus A, B, C, D, E et F.



Cas particuliers

Relèvement quadruple en forme d’étoile

Les quatre stations M, N, O et P de ce relèvement sont disposées en forme d’étoile. Si de chaque station M, N et O, on vise deux points d’appui, la solution est unique :

- M’ est calculé par intersection depuis A et B ;
- N’ est calculé par intersection depuis C et D ;
- O’ est calculé par intersection depuis E et F.

Enfin P est calculé par relèvement sur trois points : M’, N’et O’.