Université Aboubekr BELKAID, Tlemcen
Faculté des sciences
Département d'informatique

Cours Physique (2) : Electricité Générale

Chapitre II : Conducteurs/Condensateurs

Pour les étudiants de 1ère année LMD Informatique

Par : Dr. BENHABIB Loubna

Année universitaire : 2023/2024

Contenu du chapitre 2

1. Introduction

Les conducteurs sont des milieux dans lesquels existent des charges libres (positives ou négatives) pouvant être mises en mouvement sous l'action d'un champ électrique.
Parmi les conducteurs, on peut citer les métaux, les semi-conducteurs, les électrolytes ou encore les gaz ionisés.
À l'intérieur d'un système isolé constitué par plusieurs conducteurs, des déplacements de charges peuvent s'opérer :

- par frottement de corps non chargés préalablement,
- par contact de deux corps, si l'un des deux corps ou les deux sont chargés initialement,
- par l'influence de corps chargés sur un corps isolé placé en leur voisinage

2. Conducteurs en équilibre électrostatique

2.1. Définition

Un conducteur possède des électrons qui sont libres de se déplacer à l'intérieur de celui-ci. Ces électrons vont subir une force électrique opposés au champ électrique (leur charge est négative) et ils vont s'accumuler sur la surface du conducteur. Ceci laisse des ions positifs à l'autre extrémité du conducteur. Cette séparation de charge produit un champ supplémentaire, le *champ induit* , $\vec{E}_{ind}$ qui est opposé au champ extérieur $\vec{E}_{ext}$. Le mouvement des électrons va se poursuivre jusqu'à ce que $\vec{E}_{ind}$ annule complètement $\vec{E}_{ext}$ à l'intérieur du conducteur, dans ce cas, on dit que le conducteur est alors en **équilibre électrostatique**.

2.2. Equilibre électrostatique

Un conducteur est en équilibre électrostatique s'il n'y a pas de déplacement de charges mobiles. La répartition des charges est constante dans le temps.

<u>*Par conséquent*</u> : les charges à l'intérieur du conducteur à l'équilibre, qui peut être chargé ou neutre, sont soumises à ***un champ électrostatique nul***, donc un ***état électrique invariable***.

Remarque

Un conducteur est dit chargé lorsque le nombre de charges positives et négatives est différent ($Q_+ > Q_-$, ou le contraire). Cependant, un conducteur neutre est celui dont le nombre de charges est égal ($Q_+ = Q_-$).

2.3. Caractéristiques d'un conducteur en équilibre électrostatique

➢ ***Champ électrostatique***

On définit la condition d'équilibre d'un conducteur comme impliquant l'immobilité des charges contenues à l'intérieur de ce dernier. Cela a pour conséquence q'en tout point à l'intérieur d'un conducteur en équilibre, le champ électrique est nul.

$$\vec{E}_{int}=\vec{0} \longrightarrow \vec{F}_{int}=\vec{0}$$

Par ailleurs, le champ est normal à la surface d'un conducteur en équilibre. En effet, la présence d'un champ entrainerait l'existence d'une force qui mettrait les charges en mouvement et le conducteur ne serait plus en équilibre.

➢ ***Potentiel électrique***

Sachant que :

$$\vec{E}_{int} = -\overrightarrow{grad}V_{int}$$

Hors : $\vec{E}_{int}=\vec{0}$

Alors, le potentiel est constant à l'intérieur du conducteur

$$V = cste.$$

Donc le potentiel à l'intérieur un conducteur en équilibre électrostatique est ***uniforme*** dans tout le volume du conducteur. On dit que le conducteur constitue un ***volume équipotentiel***.

➢ ***Répartition des charges***

Si on considère un conducteur doté d'une charge nette Q et on choisit une surface fermée quelconque de façon qu'elle se retrouve sous la surface du conducteur. D'après le théorème de Gauss, on a :

$$\phi\blacksquare = \oiint \vec{E}_{int}.\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

Comme $E_{int} = 0 \rightarrow \phi = 0$

Dans ce cas, $Q_{int} = 0$ En remplaçant la charge intérieure par son expression $Q_{int} = \iiint \rho.dV$

On déduit que pour :

$Q_{int} = 0$ $\begin{cases} \text{Le conducteur est neutre } (Q_+ = Q_-) \\ \textbf{\textit{Densité volumique est nulle, }}\boldsymbol{\rho=0} \end{cases}$

Puisque on l'a déjà expliqué (§2.2) que le conducteur peut être chargé, on définit que la charge électrique d'un conducteur en équilibre est entièrement répartie sur sa surface avec une ***densité surfacique σ***.

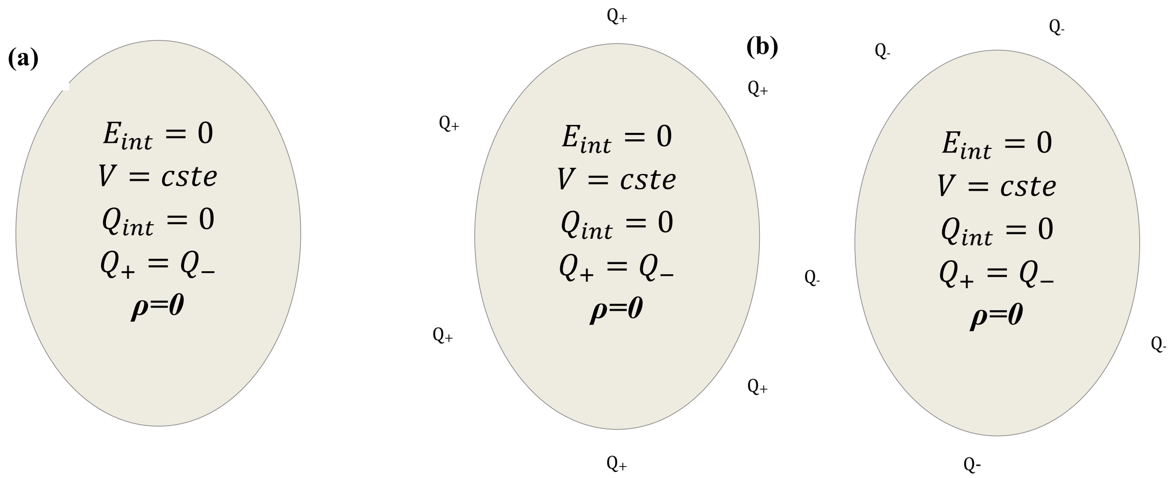


Figure 2.1 (a) Conducteur neutre ; (b) Conducteur chargé (les charges ajoutées sont réparties en surface)

- ***Expression du champ électrostatique au voisinage de la surface du conducteur (Théorème de Coulomb)***

Soit ($\mathcal{C}$) un conducteur en équilibre électrostatique de forme quelconque. Afin de calculer le champ électrique en un point P au voisinage immédiat de la surface externe du conducteur, on applique le Théorème de Gauss sur une surface fermée cylindrique aplatie, dont une base dS se trouve à l'extérieure de la surface et l'autre base à une profondeur (Fig 2.2)

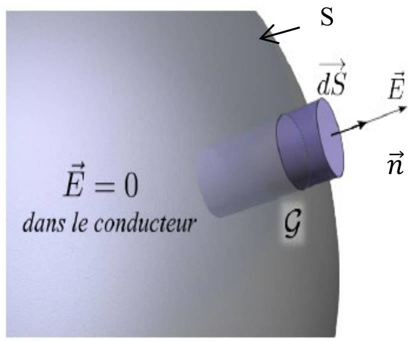


Figure 2.2 Champ électrostatique au voisinage du conducteur

Soit $\vec{E}$ le champ au voisinage de S.

Le flux de champ est : $\phi = \oiint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\iint \sigma.dS}{\varepsilon_0}$

D'où la relation devient : $\phi = E.S = \frac{\sigma.S}{\varepsilon_0}$

Avec : σ présente la densité surfacique. On obtient alors :

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ soit vectoriellement $\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\vec{n}$ **(Formulation du théorème de Coulomb)**

Où : $\vec{n}$ est le vecteur unitaire normal au conducteur et orienté vers l'extérieur.

- ***Expression du champ électrostatique sur la surface du conducteur***

A la traversée de la surface du conducteur, par continuité, le champ varie de la manière présentée sur (Fig 2.3 (a)).

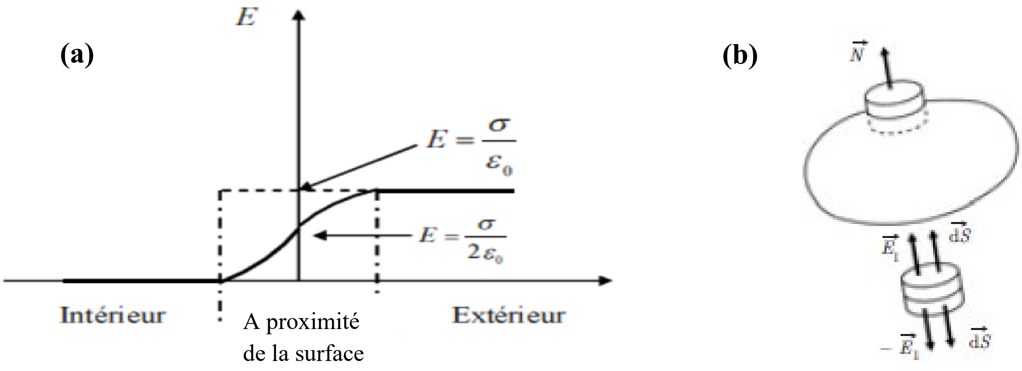


Figure 2.3 (a) Répartition du champ électrostatique ; (b) Champ électrostatique sur la surface du conducteur

En particulier, soit dS un élément de surface sur un conducteur chargé. Le théorème de Gauss appliqué au cylindre élémentaire (Fig 2.3 (b)), indique que le champ est créé sur la base haute et la base inférieur, de la manière à ce que l'expression du flux devient :

$$d\phi = (E.dS + E.dS) = \frac{\sigma.dS}{\varepsilon_0}$$

D'où l'expression du champ sur la surface du conducteur est :

$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ soit vectoriellement $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,\vec{n}$

- ***Pression électrostatique***

Par définition, les charges de surface sont soumises à des forces répulsives de la part des autres charges du conducteur. Donc, une soumission aux forces électrostatiques. Cependant, on peut définir la pression électrostatique exercée sur la surface du conducteur. On considère un élément de surface dS, portant une charge $dq = \sigma dS$.

$$P = \frac{dF}{dS} = \frac{dq\;E}{dS} = \frac{\sigma dS.E}{dS} = \sigma.E$$

D'où l'expression de la pression est : (d'unité Pascal 'Pa')

$$P = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

2.4. Cavité à l'intérieur d'un conducteur

Supposons maintenant qu'un conducteur chargé possède une cavité vide. Le champ doit être nul dans le conducteur, mais est-il nul aussi dans la cavité ? Pour répondre à cette question on entoure la cavité d'une surface de Gauss (Fig 2.4). Celle-ci est tout juste dans le conducteur, ce qui implique que le champ est nul sur toute la surface. Selon le théorème de Gauss :

$$\phi_{\blacksquare} = \oiint \vec{E}_{int}.\overrightarrow{dS} = 0 \ \rightarrow Q_{int} = 0$$

Il n'y a donc pas de charge à l'intérieur de la surface de Gauss. Comme la cavité est vide cela indique qu'il n'y a pas de charge sur la paroi de la cavité. Toute la charge excédentaire du conducteur se trouve sur sa surface extérieure.

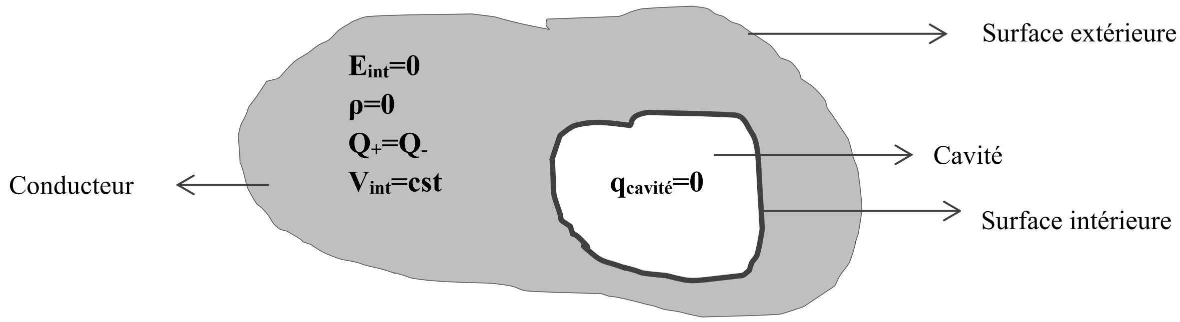


Figure 2.4 Conducteur avec une cavité

Puisque $E_{cavité} = 0$ donc le potentiel à l'intérieur de la cavité est constant

On conclue que, ***toute la cavité est en même potentiel que le conducteur***.

$$V_{cavité} = V_{int} = V_{surface}$$

2.5. Capacité d'un conducteur

La capacité électrique d'un conducteur en équilibre et exprimé par le rapport de la charge totale Q et du potentiel V. La capacité est en fonction de la nature du conducteur et sa géométrie. Dans le système international (S.I), elle est exprimée par le **Farad** (**F**).

$$C = \frac{Q}{V}$$

Exemple : la capacité d'un conducteur sphérique est donnée tel que :

Le potentiel $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{Q}{R}$ donc la capacité est : $C = 4\pi\varepsilon_0.R$

3. Influence électrostatique

3.1. Propriétés des lignes de champ

Soit deux conducteurs à proximité d'un de l'autre, l'un chargé (Q1>0) et l'autre neutre (Q2=0).

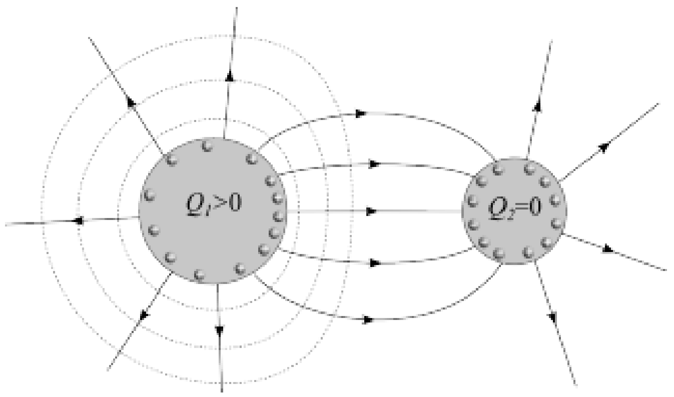


Figure 2.5 Lignes de champ

Les lignes de champ présentent certaines propriétés :

- ➢ Une ligne de champ est perpendiculaire à la surface des conducteurs et part d'une région où la densité surfacique σ>0 vers la région où σ<0, ou bien à l'infini.
- ➢ Le long d'une ligne de hamp, le potentiel décroit (va de V1 vers V2 ou bien decV1 vers l'infini)
- ➢ En appliquant le théorème de Gauss sur un tube de champ qui commence sur un conducteur et finit sur un autre. La surface de Gauss sera la somme entre la surface du tube de champ et celle à l'intérieur des conducteurs. En sachant que le champ intérieur d'un conducteur est nul, et par définition $\vec{E} \perp \overrightarrow{dS}$, donc le flux est nul : $\phi = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{dS} = 0$

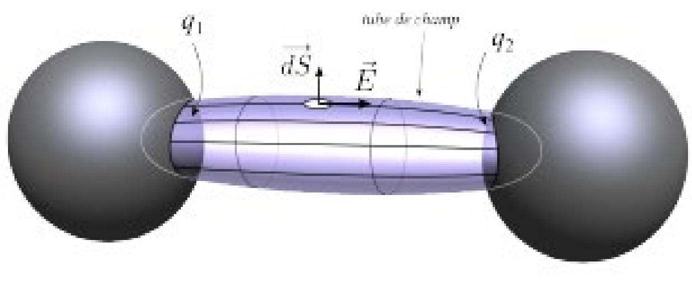


Figure 2.6 Charges dans la surface de Gauss

Dans ce cas, les seules charges à l'intérieur de la surface de Gauss sont celles présentes à la surface des conducteurs. Cependant, $\phi = 0 = \frac{q_1+q_2}{\varepsilon_0}$

Hors : $q_1 = -q_2$

On dit que les surfaces des conducteurs à l'intérieur du tube de champ sont des ´éléments correspondants.

3.2. Conducteurs en influence partielle

Soit deux conducteurs *(C1)* et *(C2)*. On suppose que, initialement *(C1)* est chargé avec une densité $\sigma 1 > 0$, et $C2$ est neutre. Dès que l'on approche *(C1)* de *(C2)*, il apparaît sur la surface de *(C2)* : une densité de charge $\sigma_2 < 0$ sur la partie faisant face à *(C1)* et une densité $\sigma_2 > 0$ sur la partie opposée. Les densités sont de signes contraires pour assurer la neutralité de *(C2)*. Les lignes de champ ont l'allure indiquée sur **Fig 2.7** : elles partent de *(C1)* perpendiculaires à la surface et aboutissent à *(C2)* également perpendiculaires à la surface.

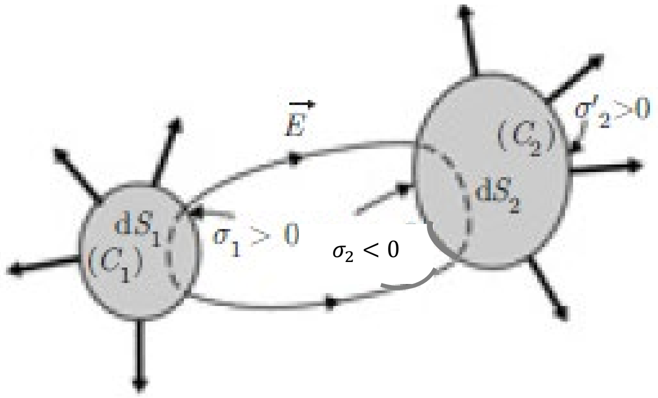


Figure 2.7 Influence partielle

Conclusion : l'influence est dite partielle car seule une partie des lignes de champ issues de *(C1)* aboutit à *(C2)*.

3.3. Conducteurs en influence totale

On parle d'influence totale lorsque toutes les lignes de champ partant de *(C1)* aboutissent sur *(C2)*. Ceci est obtenu lorsque *(C1)* entoure complètement *(C2)* (**Fig 2.8**).

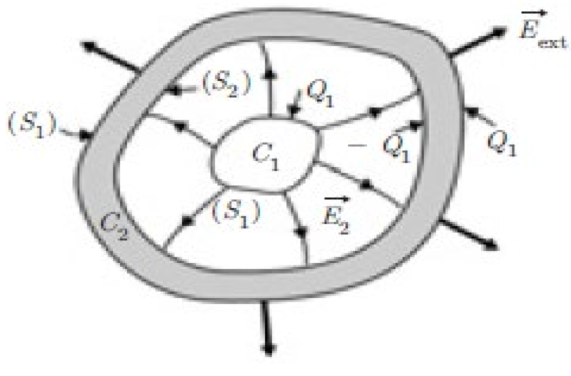


Figure 2.8 Influence totale

L'application du théorème des éléments correspondants, montre que la charge qui apparaît sur la surface interne de *(C2)* est égale et opposée à la charge du conducteur *(C1)*.

$$Q_1 = -Q_{2\,int}$$

4. Condensateurs

4.1. Définition

Un condensateur est un système constitué de deux conducteurs électriques en influence totale. On réalise un tel système en utilisant deux conducteurs dans l'un et creux et entoure complètement l'autre. Ces deux conducteurs sont appelés armatures, dont l'armature interne porte une charge Q_1=Q (charge du condensateur), entourée par l'armature externe, avec une charge totale Q_2. Les armatures sont séparées par un diélectrique (isolant : comme le vide ou l'air).

Lorsqu'une différence de potentiel est appliquée entre les armatures d'un condensateur, en le reliant par exemple à une source d'électricité, il se charge.

Un condensateur est un appareil qui sert à emmagasiner de l'énergie électrique. Il est largement utilisé en électronique et en électrotechnique.

4.2. Capacité d'un condensateur

Pour charger un condensateur, on place une charge +Q sur une armature et une charge -Q sur l'autre armature, comme le montre la figure **Fig 2.9**.

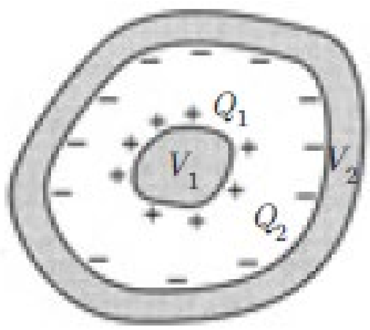


Figure 2.9 Condensateur

Les charges produisent un champ électrique avec des lignes de champ qui vont de l'armature positif vers l'armature négative. Puisque chaque armature est un conducteur, le potentiel est constant sur chacune des armatures. On peut donc dire qu'il y a une différence de potentiel $\Delta V = V_+ - V_-$ entre les armatures, ce qui est la conséquence du champ électrique.

On définit la capacité C du condensateur de la façon suivante :

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Remarque : La capacité d'un condensateur est une propriété de celui-ci. Elle dépend de la géométrie du condensateur (la forme des armatures, la distance entre elles) et du diélectrique utilisé.

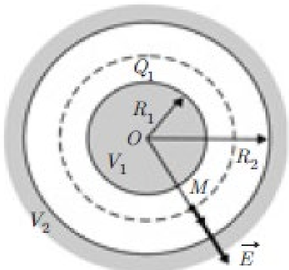
4.3. Calcul de capacité de quelques condensateurs

- ***Condensateur sphérique***

Soit deux armatures sphériques de rayons R_1 et R_2.

Pour un point M situé entre les deux armatures et tel que

OM=r, on peut écrire :



Champ électrique : $\vec{E} = K.\frac{Q_1}{r^2}\overrightarrow{e_r}$; (avec $\overrightarrow{e_r}$ présente le vecteur unitaire radial)

Potentiel : $dV = -Edr \rightarrow V = K.\frac{Q_1}{r} + Cte$; (en condition initiale Cte=0)

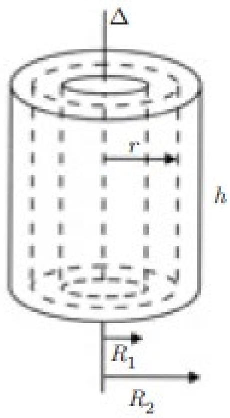
Donc, la différence de potentiel (ddp) entre les deux armatures est : $V_1 - V_2 = KQ_1\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$

Alors, la capacité d'un condensateur sphérique est :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Remarque : l'expression vectorielle du champ $\vec{E}$ est déterminée grâce à l'application du théorème de Gauss pour une surface de Gauss d'une géométrie sphérique de rayon r.

- ***Condensateur cylindrique***



Les armatures sont constituées par deux cylindres coaxiaux.

A partir du théorème de Gauss, l'expression du champ est :

$$\vec{E} = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon_0 r h}\overrightarrow{e_r}$$

On déduit : $V_1 - V_2 = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon_0 h}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon_0 h}\ln\frac{R_2}{R_1}$

D'où la capacité :

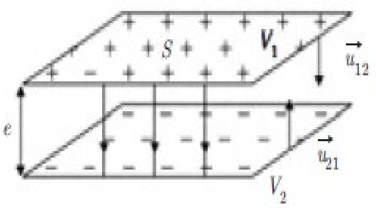
$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln({}^{R_2}/_{R_1})}$$

- ***Condensateur plan***

Soit deux plans parallèles de surface S, distantes de d

Supposons que la première armature est chargée positivement d'une densité $+\sigma$, et la deuxième est chargée négativement d'une densité $-\sigma$.

Entre les deux armatures, on a :



L'expression du champ pour la 1ère armature : $\overrightarrow{E_1} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\overrightarrow{u_{12}}$

L'expression du champ pour la 2ème armature : $\overrightarrow{E_2} = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\overrightarrow{u_{21}}$

Le champ total est : $\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\overrightarrow{u_{12}}$

On en déduit : $V_1 - V_2 = E.d = \frac{\sigma.d}{\varepsilon_0} = \frac{Q.d}{S.\varepsilon_0}$

D'où la capacité :

$$C = \frac{\varepsilon_0 . S}{d}$$

4.4. Association des condensateurs

➢ ***Association en série***

La charge se conserve : toute les armatures de rang impair portent la même charge +Q, toutes les armatures de rang pair portent la même charge –Q

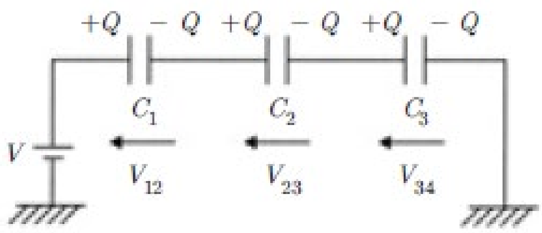


Figure 2.10 Association en série

$$Q = C_1V_{12} = C_2V_{23} = C_3V_{34}$$

Les d.d.p s'ajoutent pour donner :

$$V = V_{12} + V_{23} + V_{34}$$

En posant que : $V = \frac{Q}{C}$

On obtient la capacité équivalente donnée par :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Association en parallèle

Dans ce cas, la d.d.p se conserve (elle est commune à tous les condensateurs)

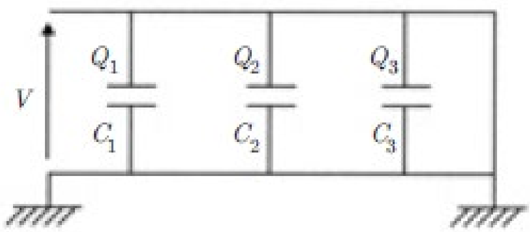


Figure 2.11 Association en parallèle

Les charges se répartissent différemment :

$$\begin{cases} Q_1 = C_1V \\ Q_2 = C_2V \\ Q_3 = C_3V \end{cases}$$

D'où l'ensemble donnant la charge $Q = CV = C_1V + C_2V + C_3V$

Donc, la capacité équivalente :

$$C = C_1 + C_2 + C_3$$