ملخص الدرس: التوزيع البواسوني

I- تعريف:

يكون التوزيع بواسوني لما يحدث المتغير في جزء من فترة أو زمن محدود أو في منطقة صغيرة.

يتصف التوزيع البواسوني بما يلي:

- معدل (متوسط) عدد ظهور النجاحات معروف و يرمز له بـ λ.

II-قانون التوزيع ذي الحدين:

$$P(x= k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

مثال: تصل السيارة في المرآب في وسط المدينة بمعدل 50 سيارة في الأسبوع كل ساعتين.

ماهو إحتمال أن تصل إلى المرآب 10 سيارات كل ساعتين؟

$$P(x= 10) = e^{-50} \frac{50^{10}}{10!}$$

III- التوقع الرياضي و التباين:

$$E(X) = V(X) = \lambda$$

من خلال المثال السابق، نقوم بحساب التوقع الرياضي و التباين:

$$E(X) = V(X) = 50$$

TRIAL MODE - Click here for more information

سلسلة التمارين رقم 05 (التوزيع البواسوني)

التمرين 01:

تصل السيارات إلى مرآب في وسط المدينة بمعدل 50 سيارة في الأسبوع كل ساعتين.

نعرف المتغير العشوائي الذي يمثل عدد السيارات التي تصل إلى المرآب خلال ساعتين.

المطلوب:

1) ماهو التوزيع الإحتمالي للمتغير العشوائي X؟
2) أحسب التوقع الرياضي و التباين لهذا المتغير و آنحرافه المعياري.
3) أحسب إحتمال أن تصل إلى المرآب خلال ساعتين 70 سيارة.
4) أحسب إحتمال أن تصل إلى المرآب خلال ساعتين 04 سيارات على الأقل.

التمرين 02:

يتوافد الأشخاص على مصلحة إدارية بمعدل شخص كل دقيقتين. نعرف المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الأشخاص المتوافدين على المصلحة كل ساعة.

المطلوب:

1) ماهو التوزيع الإحتمالي للمتغير X؟
2) أحسب إحتمال أن يتوافد على المصلحة خلال ساعة معينة:
   أ- شخصان على الأقل.
   ب- ثلاثة أشخاص على الأكثر.
3) أحسب إحتمال أن يتوافد على المصلحة خلال يوم عمل من 7 ساعات 300 شخص.

TRIAL MODE - Click here for more information

حل سلسة التمارين رقم 05 (التوزيع البواسوني)

حل التمرين 01:

1) التوزيع الإحتمالي للمتغير X:

X يمثل عدد السيارات التي تصل إلى المرآب خلال ساعتين ⟵ x يخضع للتوزيع البواسوني معدله $\lambda = 50$، دالته الإحتمالية كالآتي:

$$X \Rightarrow P(\lambda)$$

$$X \Rightarrow P(50)$$

2) حساب التوقع الرياضي، التباين و الإنحراف المعياري:

- $E(X) = \lambda$
  $= 50$

- $V(X) = \lambda$
  $= 50$

- $\delta(x) = \sqrt{V(x)}$
  $= \sqrt{50}$
  $= 7.07$

3) حساب إحتمال أن تصل إلى المرآب خلال ساعتين 70 سيارة:

$$P(x= k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

$$k = 70 \Rightarrow P(x=70) = e^{-50} \frac{50^{70}}{70!}$$

$$= 0.001$$

4) حساب إحتمال أن تصل إلى المرآب خلال ساعتين 04 سيارات على الأقل:

$$P(x \geq 4) = 1 - p(x<4)$$

$$= 1 - [P(x=0) + P(x=1) + (P(x=2) + P(x=3)]$$

$$= 1 - [e^{-50} \frac{50^0}{0!} + e^{-50} \frac{50^1}{1!} + e^{-50} \frac{50^2}{2!} + e^{-50} \frac{50^3}{3!}]$$

TRIAL MODE - Click here for more information

$= 1 - e^{-50} [1 + 50 + (2500/2) + (125000/6)]$

$= 1 - 22\ 134.33\ e^{-50}$

$= 1$

حل التمرين 02:

$$\begin{cases} 1 \text{ شخص} \longleftarrow 2 \text{ د} \\ 30\text{شخص} \longleftarrow 60 \text{ د} \end{cases} \longleftarrow \lambda = 30$$

1) التوزيع الإحتمالي للمتغير X:

x يخضع للتوزيع البواسوني معدله $\lambda = 30$، دالته الإحتمالية كالآتي:

$$\begin{cases} X \Rightarrow P(\lambda) \\ X \Rightarrow P(30) \end{cases}$$

2) حساب إحتمال أن يتوافد على المصلحة خلال ساعة معينة:

أ- شخصان على الأقل:

$$P(x= k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

$P(x\geq 2) = 1 - p(x<2)$

$= 1 - [P(x=0) + P(x=1)]$

$= 1 - [e^{-30} \frac{30^0}{0!} + e^{-30} \frac{30^1}{1!}]$

$= 1 - e^{-30} [1 + 30]$

$= 1 - 31\ e^{-30}$

$= 1$

ب- ثلاثة أشخاص على الأكثر:

$P(x\leq 3) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)$

$= e^{-30} \frac{30^0}{0!} + e^{-30} \frac{30^1}{1!} + e^{-30} \frac{30^2}{2!} + e^{-30} \frac{30^3}{3!}$

$= e^{-30} [1 + 30 + 450 + 4500]$

$= 4981\ e^{-30}$

TRIAL MODE - Click here for more information

3) حساب إحتمال أن يتوافد على المصلحة خلال يوم عمل من 7 ساعات 300 شخص:

لدينا معدل توافد الأشخاص كل ساعة و ليس كل 7 ساعات ⟵ نحسب المعدل الجديد:

$$\begin{cases} 30 \text{ شخص} \longleftarrow 1 \text{ سا} \\ \lambda \longleftarrow 7 \text{ سا} \end{cases} \longleftarrow \lambda = \frac{30\ x\ 7}{1} = 210$$

$$\begin{cases} X \Rightarrow P(\lambda) \\ X \Rightarrow P(210) \end{cases}$$

- $k = 300 \Rightarrow P(x=300) = e^{-210}\ \frac{210^{300}}{300!}$

TRIAL MODE - Click here for more information