المحور السادس : الدفعات المتساوية

- الدفعات هي مبالغ مالية متساوية تدفع دوريا في فترات متساوية .
- تصنف الدفعات حسب تاريخ دفعها الى : دفعات نهاية المدة ، بداية المدة و المؤجلة .

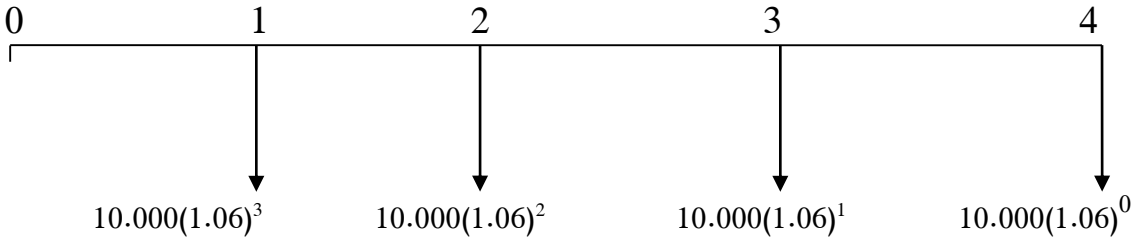
1) دفعات نهاية المدة :

أ-تعريف : هي الدفعات التي تدفع عادة لتسديد الديون في نهاية كل فترة ، أو سنة بعد الزمن (0)، وتسمى أيضا بدفعات الإستهلاك .

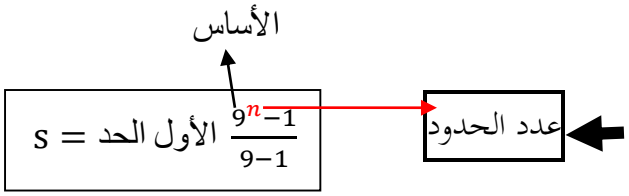
ب-قانون دفعات نهاية المدة :

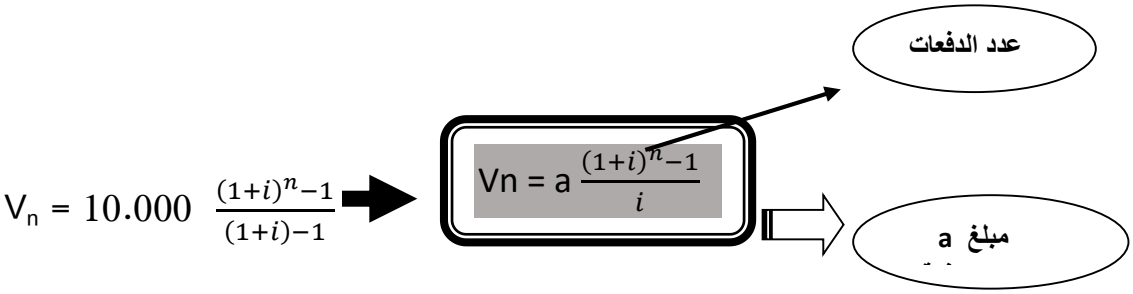
مثال : نريد حساب جملة **4** دفعات متساوية ، مبلغ الدفعة الواحدة 10.000 دج ندع الدفعة الأولى في نهاية السنة الأولى ، معدل الفائدة المركب 6٪ سنويا .

المطلوب: حساب الجملة المكتسبة ؟



- الجملة عبارة عن متتالية هندسية





نطبق القانون على المثال :

$$Vn = 10.000 \ \frac{(1.06)^4-1}{0.06}$$

ج- القيمة الحالية للدفعات نهاية المدة :

- القيمة الحالية هي مجموع القيم الحالية بعدد من الدفعات المتساوية .
- القيمة الحالية هي قيمة الدفعات عند إمضاء العقد (الزمن 0) ،أي قبل الدفعة الأولى .

$$V_0 = a \ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

مثال : أحسب القيمة الحالية ل 4 دفعات متساوية ،مبلغ الدفعة الواحدة 10.000 دج ،بحيث تدفع الأولى في نهاية السنة الأولى بمعدل فائدة مركبة 6٪ سنويا ؟

$$V_0 = 10.000 \ \frac{1-(1.06)^{-4}}{0.06}$$

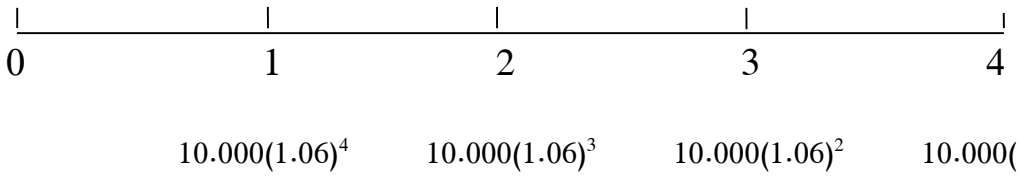
2) دفعات بداية المدة :

أ- ***تعريف :*** دفعات بداية المدة هي التي تدفع في بداية كل فترة سداد ،تحسب جملتها في نهاية المدة .

ب- قانون دفعات بداية المدة :

مثال: نريد تكوين رأس مال ب 4 دفعات متساوية ،مبلغ الواحدة 10.000 دج، تدفع الدفعة الأولي عند إمضاء العقد (بداية السنة الاولى) ،معدل الفائدة السنوي 6 ٪ .

المطلوب : احسب جملة المبلغ ؟



* الجملة عبارة عن متتالية هندسية ⟸

$$S = \text{الحد الأول} \ \frac{q^n-1}{q-1}$$

$V_n^* = a\ (1+i)\ \frac{(1+i)^n-1}{(1+i)}$ ⟹ $\boxed{V_n^* = a\ \frac{(1+i)^n-1}{i}\ (1+i)}$

- **تطبيق القانون على نفس المثال:**

$$V_n^* = 10.000\ \frac{(1.06)^4-1}{0.06}\ (1.06)$$

ج- القيمة الحالية لدفعات بداية المدة :

- القيمة الحالية هي مجموع القيم الحالية بعدد من الدفعات المتساوية .
- القيمة الحالية هي قيمة الدفعات عند إمضاء العقد (الزمن 0) ،أي قبل الدفعة الأولى .

$$\boxed{V_0^* = a\ \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i)}$$

3)العلاقة بين الدفعات بداية المدة و نهاية المدة:

$$V_n^* = V_n(1+i)$$

$$V_0^* = V_0(1+i)$$

سلسلة رقم 06

تمرين رقم 01 :

1- إقترضت مؤسسة مبلغ تسدده ب 10 دفعات متساوية ، مبلغ الدفعة الواحدة 2000 دج ،تسدد الدفعة الأولى في نهاية السنة الأولى بمعدل فائدة سنوي 5٪. أحسب المبلغ المفترض في نهاية المدة؟

2-كون أحد الأشخاص رأس مال قدره ،69315.42دج بعد 6 دفعات متساوية في نهاية كل سنة ،بمعدل فائدة مركبة 5.75٪. ماهو مبلغ الدفعة الواحدة؟

تمرين رقم 02 : -1أحسب جملة مبلغ يسدد 10 دفعات متساوية ،تسدد الدفعة الأولى 50.000 دج بداية السنة الأولى (تاريخ العقد)، بمعدل 5 ٪ سنويا .

-2أحسب مبلغ الدفعة التي تسمح بتكوين رأس مال قدره 2000.000 دج بعد 10 دفعات متساوية ، بمعدل فائدة سنوي 8٪ الدفعة الأولى تكون عند الاتفاق ؟

-3 نريد معرفة عدد الدفعات لتكوين رأس مال قدره 30.000 دج تدفع كل بداية سنة قدرها 3000 دج ،بمعدل فائدة سنوي 9 ٪

-4 نريد تكوين رأس مال قدره 20.000 دج بدفعات سنوية 10.000 بمعدل سنوي 8٪ أحسب عدد الدفعات ؟

تمرين رقم 03: نريد شراء سيارة من إحدى الشركات ، دفعت 2500دج كدفعة أولى في نهاية السنة الأولى ،بمعدل فائدة مركبة 8٪ سنويا :القيمة الحالية للدفعات المتساوية 10.000دج ،أحسب عدد الدفعات ؟

تمرين رقم 04 : إقترض شخص من البنك مبلغ يسدده عن طريق 10 دفعات متساوية في أخر كل سنة ،مقدار الدفعة الواحدة 10.000 دج ، بمعدل فائدة 5٪ سنويا.

1- ماهو مبلغ القرض في نهاية المدة ؟

2- ماهو مبلغ القرض إذا أراد الشخص تسويته في السنة الخامسة ؟

تمرين رقم 05 : إقترض شخص من البنك مبلغ يسدده عن طريق 8 دفعات متساوية ،مقدار الدفعة 65.000 دج ،احسب مبلغ القرض عند إمضاء العقد بمعدل فائدة سنوي 4 ٪؟

- بعد الدفعة الثالثة أصبح سعر الفائدة 5 ٪ ،أحسب مبلغ القرض عند أمضاء العقد ؟

حل السلسلة رقم 06

حل التمرين الأول:

1) $v_n = 2000 \ \frac{(1.05)^{10}-1}{0.05}$

2)

$$v_n = a \ \frac{(1+i)^n-1}{i} \longrightarrow a = \frac{vn \times i}{(1+i)^n-1} \longrightarrow a = \frac{69315.42 \times 0.057}{(1.0575)^6-1}$$

a= 10.014.16 دج

حل التمرين الثاني:

1- $v_{n*} = 50.000 \ \frac{(1.05)^{10}-1}{0.05} \ (1.05)$

2- $v_{n*} = a \ \frac{(1+i)^n-1}{i} \ (1+i) \Longrightarrow 200.000 = a \ \frac{(1.08)^{10}-1}{0.08} \ (1.08)$

$\Longrightarrow$ **a= 12 783.15 دج**

3- $30.000 = 3000 \ \frac{(1.09)^n-1}{0.09} \ (1.09) \Longrightarrow$ **N~ 8 دفعات**

4- $v_n = a \ \frac{(1+i)^a-1}{i}$ $\qquad v_n \times i = a \ (1+i)^n - 1.$

حل التمرين الثالث:

$$v_n = a \ \frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$\rightarrow \quad 20.000 \times 0.08 = 10.000 \ (1.08)^n - 1 \ .$

$\rightarrow \quad n \ \text{Log} \ (1.08) = \text{Log} \ 1.6.$

$\rightarrow \quad n = 2.42$

حل التمرين رقم 04:

1-مبلغ القرض في نهاية المدة :

$$V_n = 10.000 \frac{(1.05)^{10}-1}{0.05}$$

2-مبلغ القرض إذا أراد الشخص تسويته في السنة الخامسة :

$$V_n = 10.000 \frac{(1.05)^{10}-1}{0.05} (1.05)^{-5}$$

حل التمرين رقم 05:

حساب مبلغ القرض عند إمضاء العقد بمعدل فائدة سنوي 4 ٪:

$$V_0^* = 65.000 \frac{1-(1.04)^{-8}}{0.04} (1.04)^{-5}$$

- بعد الدفعة الثالثة أصبح سعر الفائدة 5 ٪ ،حساب مبلغ القرض عند أمضاء العقد :

$$V_0^* = 65.000 \frac{1-(1.05)^{-5}}{0.05} (1.04)^{-3} + 65.000 \frac{1-(1.04)^{-3}}{0.04}$$

⚠ نجمع الأموال في نفس الفترة الزمنية .