المحور السادس: مقاييس الشكل

مقاييس النزعة المركزية تعطينا فكرة عامة عن توزيع البيانات. لتوضيح هذه الصورة، نستخدم مقاييس التشتت المطلقة والنسبية. لزيادة دقة التحليل، نستخدم مقاييس الشكل منها الالتواء و الذي يقيس مدى انحراف التوزيع عن التماثل. و التفلطح و الذي يقيس مدى تسطح أو تديب التوزيع مقارنة بالتوزيع الطبيعي.

1- العزوم:

العزوم قد تكون حول نقطة الأصل أو حول المتوسط الحسابي أو حول نقطة معينة. فالعزم الأول حول نقطة الأصل مثلا متوسط قيم الظاهرة والعزم حول المتوسط الحسابي هو متوسط انحرافات قيم التوزيع عن المتوسط الحسابي لها، أما رتبة العزم فتحدد بدرجة القوة (الأس) التي ترتفع إليها القيم أو انحرافاتها عن المتوسط الحسابي، وتستخدم العزوم في إيجاد المعامل العزمي للالتواء وكذلك معامل التفلطح.

1-1- العزوم البسيطة:

إذا كانت لدينا: x_n،...............،x_3، x_2، x_1 فإن

العزم االأول: $m_1=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}=\bar{X}$

العزم الثاني: $m_2=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n}$

العزم النوني: $m_n=\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^n}{n}$

1-2- العزوم المركزية (العزوم حول المتوسط الحسابي)

يعرف العزوم الأول و الثاني و... الخ، لمجموعة من المشاهدات (X_n،..........،X_1) حول وسطها الحسابي على النحو التالي:

- **حالات بيانات (مشاهدات) مفر دة:**

العزم الأول: $u_1 = \frac{\sum(X_i-\bar{X})}{\sum n_i}$

العزم الثاني: $u_2 = \frac{\sum(X_i-\bar{X})^2}{\sum n_i}$

العزم الثالث: $u_3 = \frac{\sum(X_i-\bar{X})^3}{\sum n_i}$

العزم النوني: $u_n = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^n}{\sum n_i}$

- حالات بيانية مبوبة:

العزم الاول: $u_1 = \frac{\sum n_i \times (X_i - \bar{X})}{\sum n_i}$

العزم الثاني: $u_2 = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^2}{\sum n_i}$

العزم الثالث: $u3 = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^3}{\sum n_i}$

العزم النوني: $u_n = \frac{\sum n_i (X_i - \bar{X})^n}{\sum n_i}$

ملاحظة:

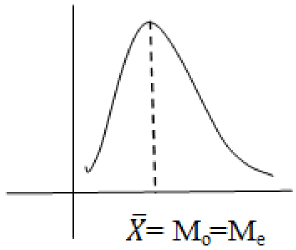
العزم الاول حول المتوسط الحسابي يساوي الصفر دائما

العزم الثاني حول المتوسط الحسابي يساوي التباين: $u_2 = V(X)$

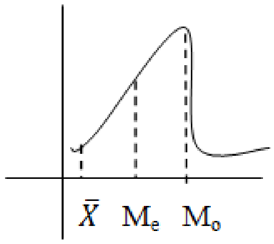
2- الالتواء:

تختلف الاشكال البيانية للتوزيعات التكرارية فمنها ما هو متماثل أين تتساوى مقاييس النزعة المركزية $\bar{X} = M_0 = M_e$ و منها توزيعات غير متماثلة او غير متناظرة فهي ملتوية نحو اليمين و الاخرى ملتوية نحو اليسار حيث يحسب المتوسط الحسابي في اتجاه الذيل بالمنحنى و المنوال في الجهة الاخرى او العكس و يتخذ الوسيط موقعه دائما بين المتوسط الحسابي و المنوال.و يعرف التواء البيانات بانه يمثل بعد المنحنى عن محور التماثل.

تاخذ البيانات 3 اشكال و هي الشكل المتناظر او المتماثل و هنا لا يوجد التواء حيث تتساوى مقاييس النزعة المركزية $\bar{X} = Me = Mo$ كما ياخذ شكل اخر و هو التواء الى اليمين و هنا الالتواء موجب و ايضا ياخذ التواء نحو اليسار و هنا الالتواء سالب.

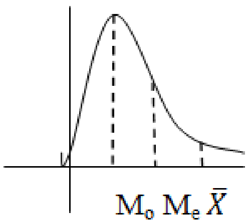


شكل متماثل لا يوجد التواء



التواء سالب

$\bar{X}$<Me<Mo



التواء موجب

$\bar{X}$>Me>Mo

2-1- قيمة الالتواء:

وهو الوسط الحسابي ناقص المنوال:

$$WA=\bar{X}-M_o$$

ذكرنا سابقا العلاقة التي تربط بين مقاييس النزعة المركزية في حالة عدم التماثل ومن ثم أمكن العمليات الرياضية البسيطة إيجاد معادلة تربط بين المقاييس الثلاثة (M_o. M_e.$\bar{X}$) و التي يمكن بواسطتها حساب اي منها اذا امكن حساب المقياسين السابقين، حيث تمثل العلاقة بما يلي:

$$\bar{X} - Mo = 3(\bar{X} - Me)$$

من خلال العلاقة نستنتج:

1/ $$\bar{X} = \frac{1}{2}(3M_e - M_o)$$

2/ $$M_e = \frac{1}{3}(M_o + 2\bar{X})$$

3/ $$M_o = 3M_e - 2\bar{X}$$

2- 3- **معامل فيشر للالتواء:** يقيس هذا المعامل درجة التواء شكل التوزيع الاحصائي و يعتمد في ذلك على قيمة العزم الثالث حول المتوسط الحسابي، و لاستبعاد وحدة القياس نقسمه على الانحراف المعياري من نفس الرتبة:

$$F_1 = \frac{u_3}{\delta^3}$$

و يكون لدينا ثلاث حالات هي:

توزيع احصائي متناظر ← $F_1=0$

منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي نحو اليمين ← $F_1 > 0$

منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي نحو اليسار ← $F_1 < 0$

2- 4- معامل بيرسون للالتواء:

$$P_1 = \frac{u_3^2}{u_2^3}$$

و تكون لدينا ثلاث حالات ايضا:

- توزيع احصائي متناظر ← $P_1 = 0$
- منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي نحو اليمين ← $P_1 > 0$
- منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي نحو اليسار ← $P_1 < 0$

2- 5- معامل يول و كندال للالتواء:

و يستعمل هذا المعامل بالنسبة للجداول الاحصائية المفتوحة

$$cyk = \frac{(Q_3-Q_2)-(Q_2-Q_1)}{Q_3-Q_1} = \frac{Q_3+Q_1-2\,M_e}{Q_3-Q_1}$$

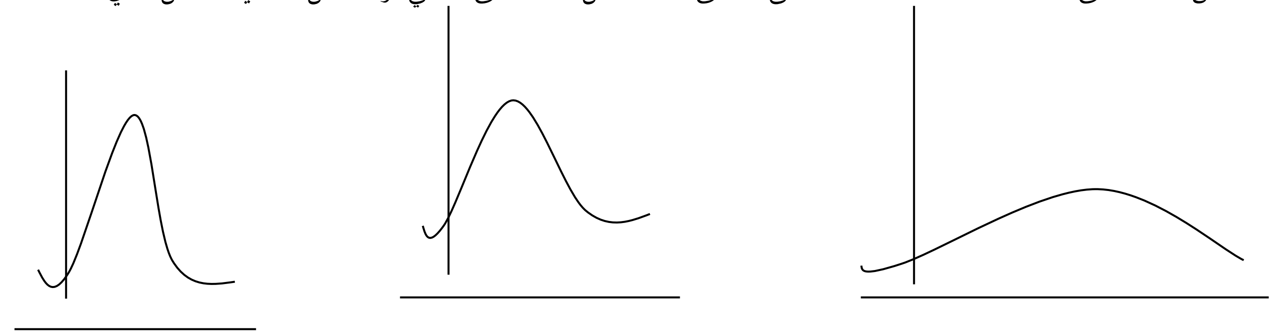
و اما بالنسبة للحالات:

- توزيع احصائي متناظر ← $P1 = 0$
- منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي نحو اليمين ← $cyk > 0$
- منحنى التوزيع غير متناظر ملتوي نحو اليسار ← $cyk < 0$

3– التفلطح:

نستعمل كلمة التفلطح لوصف عدم تطاول المنحنى التكراري (او المضلع التكراري) فاذا كان المنحنى اكثر تفلطحا من منحنى التكرارات المعتدلة اي المتدرج في التزايد تدريجيا منتظما قيل عنه منحنى مفلطحا و هو الذي يتسع في الوسط و تنحني قمته عن قمة

المنحنى المعتدل، و اذا كان اكثر تدببا من المنحنى التكراري المعتدل قيل عنه منحنى مدببا و هو الطي يضيق في الوسيط و ترتفع قمته عن قمة المنحنى المعتدل، اما اذا كان منطبقا على المنحنى المعتدل قيل عنه منحنى طبيعي او متماثل كما في الشكل التالي



مفلطح طبيعي مدبب

و يمكن قياس التفلطح انطلاقا من العزم المركزي الرابع على الانحراف المعياري مكعب حسب الصيغة التالية

و يرمز له بالرمز KF نسبية الى فيشر:

$$KF=\frac{u_4}{\delta_4}=\frac{\frac{\sum(X_i-\bar{X})^4}{n}}{\delta^4}$$

معامل التفلطح يساوي دائما (KF=3) في حالة التوزيع الطبيعي (المتماثل) ويساوي.

KF< 3 منحنى مفلطح.

KF >3 منحنى مدبب.

وهذه العلاقة تعرف بمعامل بيرسون للتفلطح.

معامل فيشر للتفلطح:

وهو عبارة عن معامل بيرسون مطروحا منه 3.

$$F_2 = P_2 - 3 = \frac{u_4}{u_2^2} - 3.$$

والحالات الممكنة هي:

منحنى التوزيع معتدل التفلطح $F_2=0$

منحنى التوزيع مفلطح $F_2<0$

منحنى التوزيع مدبب $F_2>0$

معامل كيلي للتفلطح:

و يستخدم عندما يكون جدول التوزيع التكراري مفتوح من البداية او من لنهاية و يعطى هذا المعامل بالعلاقة التالية:

$$C_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1}$$