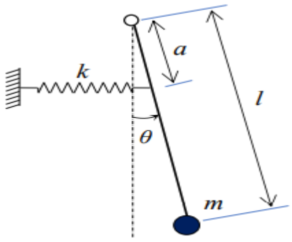
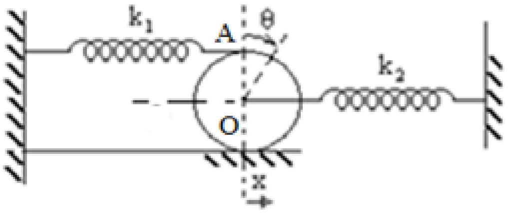
Série de TD N°2

Exercice 1 : Un pendule simple de longueur l et de masse m comporte un ressort de constante de raideur k qui lui est connecté, à une distance a au-dessous de son point de suspension. Trouver la pulsation propre de vibration en utilisant la méthode de Lagrange. (θ reste faible).



Exercice 2 : On considère le système oscillatoire mécanique suivant :



Le cylindre de masse M, de rayon R et de moment d'inertie $J = \frac{1}{2}MR^2$ roule sans glisser, c'est-à-dire que lorsqu'il tourne de θ, son centre de gravité se déplace de x $(x = R\theta)$.

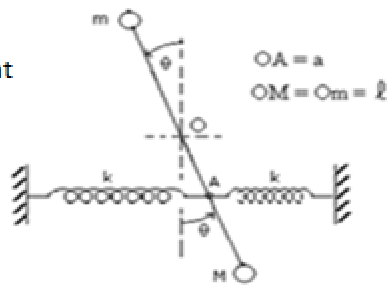
1) Déterminer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.

En déduire le Lagrangien pour $k_1 = k$ et $k_2 = k/2$

2) Trouver l'équation du mouvement et en déduire sa période propre.

Exercice 3 :

Soit le système oscillatoire suivant



La tige rigide mM de longueur 2l, de masse négligeable porte à ses extrémisées les masses ponctuelles m et M. Les 2 ressorts identiques sont soudés en un point A à la tige (OA = a).

Au **repos** *($\theta = 0$)* le système est symétrique par rapport à la verticale et les ressorts non déformés.

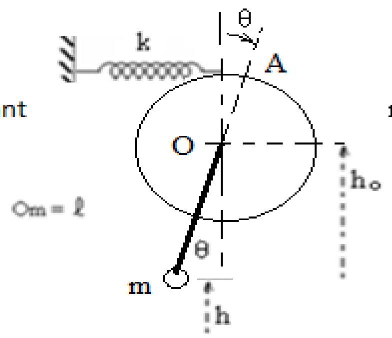
Pour avoir **mouvement** on écarte la tige d'un angle θ par rapport à la verticale, les ressorts sont alors déformés de *x*, puis on lâche le système qui se met à osciller dans le plan de la figure autour de l'axe de rotation *O*.

1) Déterminer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.

2) Dans le cas des **petites oscillations**, trouver l'équation différentielle du mouvement. En déduire la nature de ce mouvement et la période des oscillations pour $M = 2m$ et $l = 2a$

Exercice 4 :

Soit le système oscillatoire suivant



moment d'inertie de la poulie

$$J_M = \frac{1}{2} M R^2$$

Le cylindre de masse M et de rayon R peut uniquement tourner autour de son axe O. Le ressort de raideur k est attaché en A au disque tel que OA = R. Le pendule de longueur Om = l (tige sans masse), solidaire au cylindre en O axe de rotation (tournent ensemble), porte une masse m ponctuelle en son extrémité. Au repos le pendule est vertical (θ = 0) et le ressort k n'est pas déformé. Pour avoir des oscillations, on écarte le pendule de θ par rapport à la verticale, le cylindre tourne alors aussi de θ et le ressort est déformé de x (on rappel que x = Rθ) puis on lâche le système (mouvement).

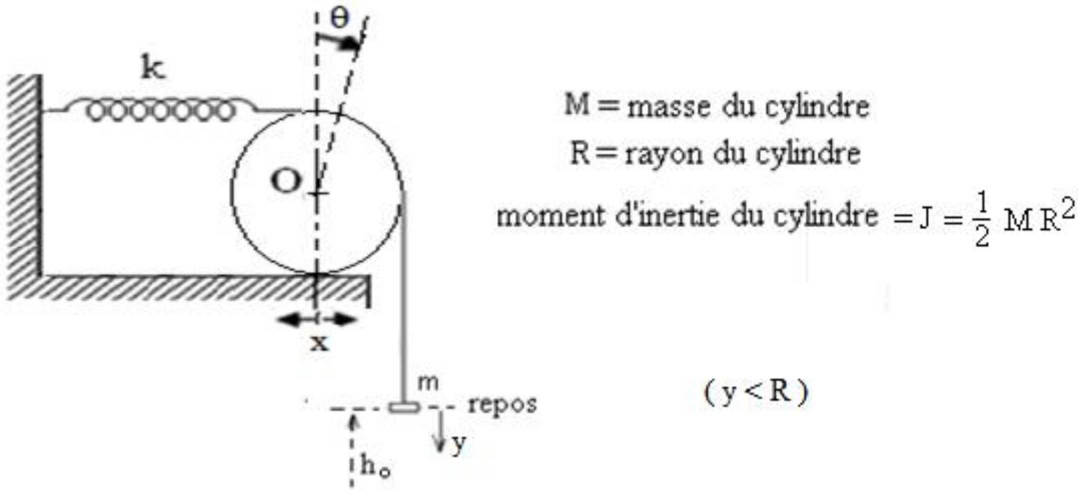
1) Déterminer les énergies cinétique et potentiel du système (en fonction de θ).

2) Déterminer l'équation différentielle du mouvement.

3) Dans le cas des **petites oscillations** en déduire la période propre des oscillations.

Exercice 5 :

On considère le système oscillatoire mécanique de la figure :



Lorsque la masse m est au repos à la hauteur h_o (par rapport au sol) le ressort k est allongé de x_o (allongement statique). Pour avoir des petites oscillations (mouvement), on tire la masse m de y vers le bas par rapport à sa position de repos (ou d'équilibre), la corde inextensible provoque simultanément un mouvement de rotation θ et un mouvement de translation x de la poulie (roulement sans glissement), puis on lâche le système.

1) Déterminer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système (on choisira x comme degré de liberté).

2) Déterminer l'équation différentielle du mouvement en fonction de x.

En déduire la période des oscillations.