

## Fiche de TD 3

**Exercice 1 :**

Calculer les développements limités au voisinage de  $x = 0$  à l'ordre  $n = 4$  des fonctions suivantes:

1.  $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x};$

5.  $f(x) = (\cos x)^{\sin x};$

2.  $f(x) = \sin x \cos 2x;$

6.  $f(x) = \frac{1}{1+x+x^2};$

3.  $f(x) = (x^3 + 1) \sqrt{1+x};$

4.  $f(x) = \ln \left( \frac{\sin x}{x} \right);$

7.  $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{\sin x}.$

**Exercice 2 :**

Calculer les développements limités suivants :

1.  $\ln \left( x + \sqrt{1+x^2} \right) - \ln x$  à l'ordre 4 en  $x = +\infty$ .

2.  $\sqrt{x}$  à l'ordre 3 en  $x = 2$ .

**Exercice 3 :**

Calculer les limites des fonctions suivantes:

$$\frac{\exp(\sin x) - \exp(\tan x)}{\sin x - \tan x} \text{ en } 0,$$

$$\frac{2x}{\ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)} \text{ en } 0.$$

**Exercice 4 :**

1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x \ln(1-x^2)}$ .

2. Donner le développement limité d'ordre 2, au voisinage  $+\infty$ , de la fonction  $x \mapsto \ln \left( 2 + \frac{1}{x} \right)$ .

3. En déduire que la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x \ln \left( 2 + \frac{1}{x} \right)$ , admet la droite d'équation  $y = x \ln 2 + \frac{1}{2}$ , comme asymptote quand  $x \rightarrow \pm\infty$ .