

Mesures linéaires et angulaires

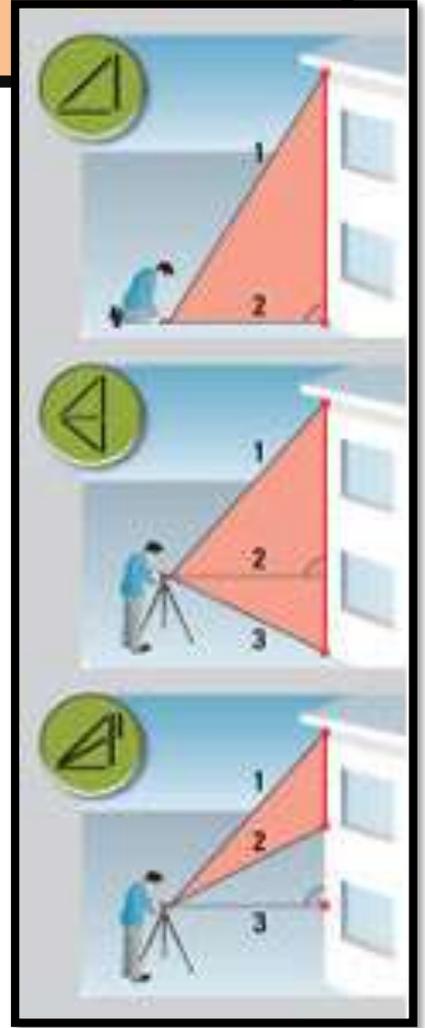
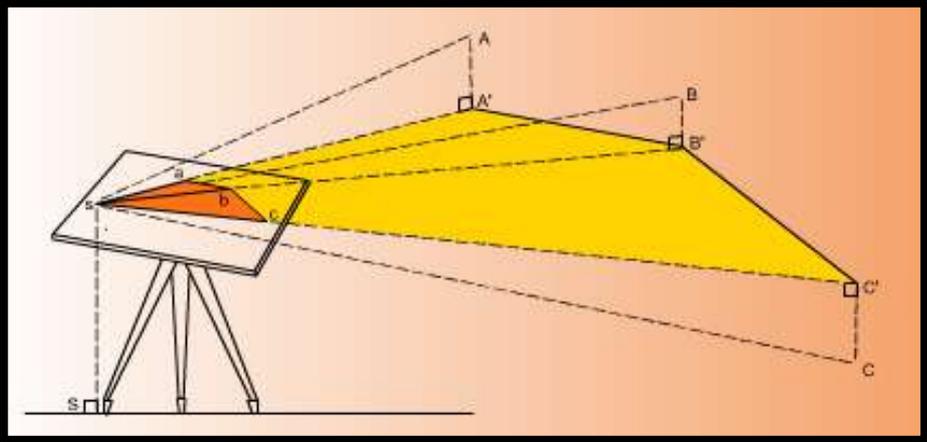
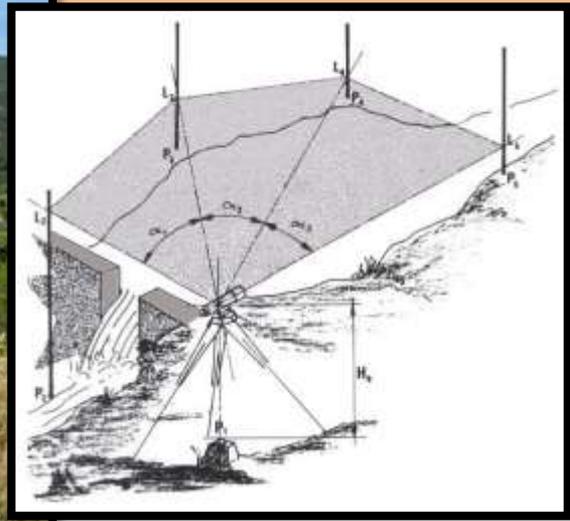
Chapitre 2

MESURE DES ANGLES

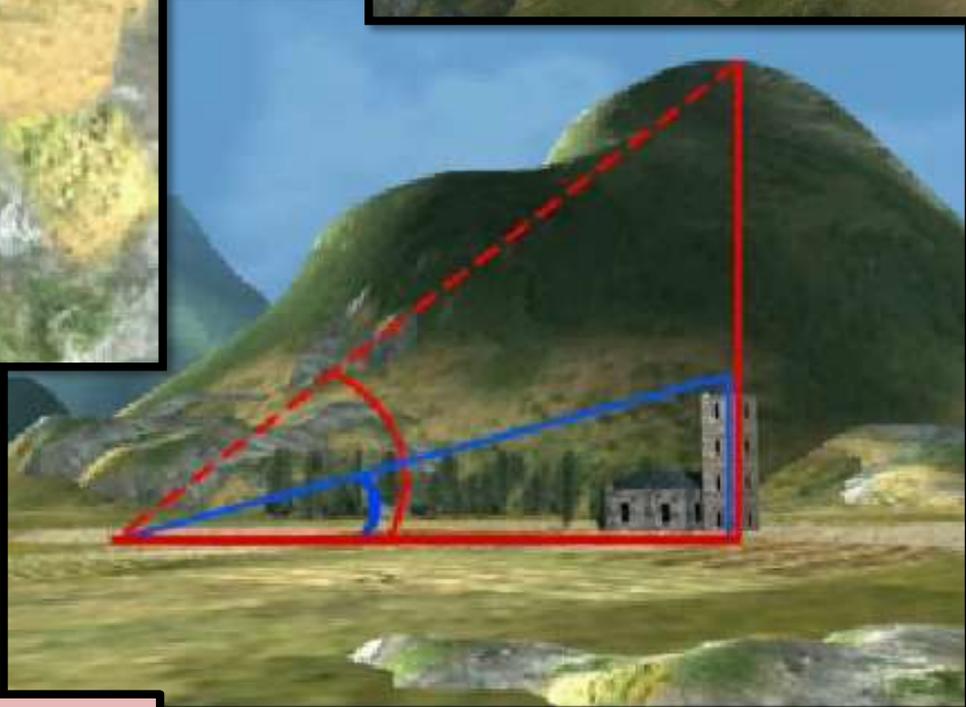
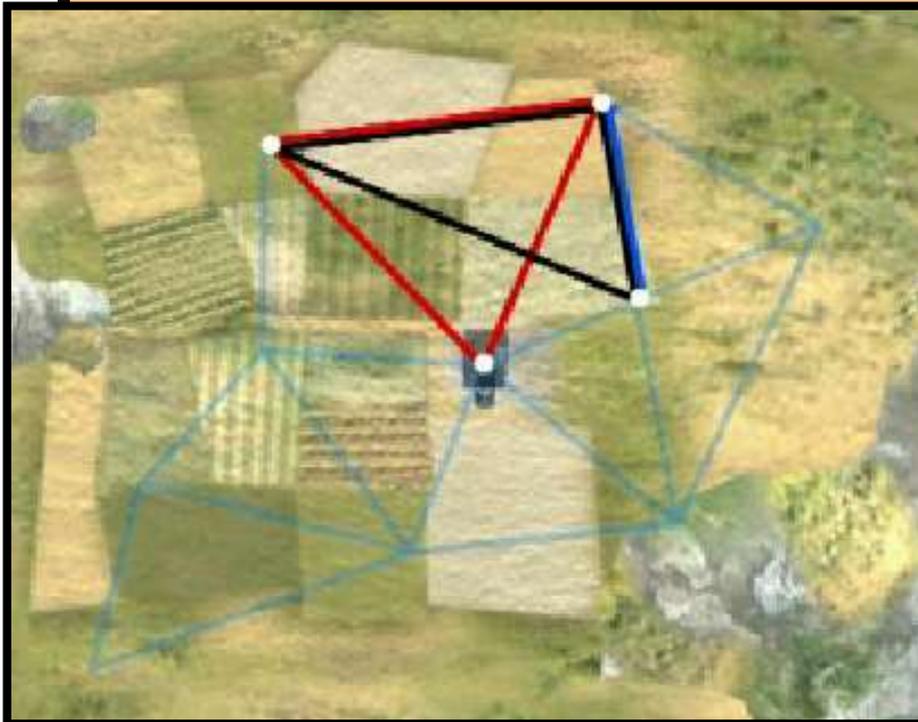
IL S'AGIT DE QUOI ?...

La mesure d'angles est toujours indispensable en topographie. Par rapport aux mesures de distances, les mesures angulaires gardent l'avantage d'être d'autant plus précises que les portées de mesure sont longues. En topographie, les angles se mesurent toujours dans un plan horizontal ou dans un plan vertical (jamais dans un plan oblique)

IL S'AGIT DE QUOI ?...

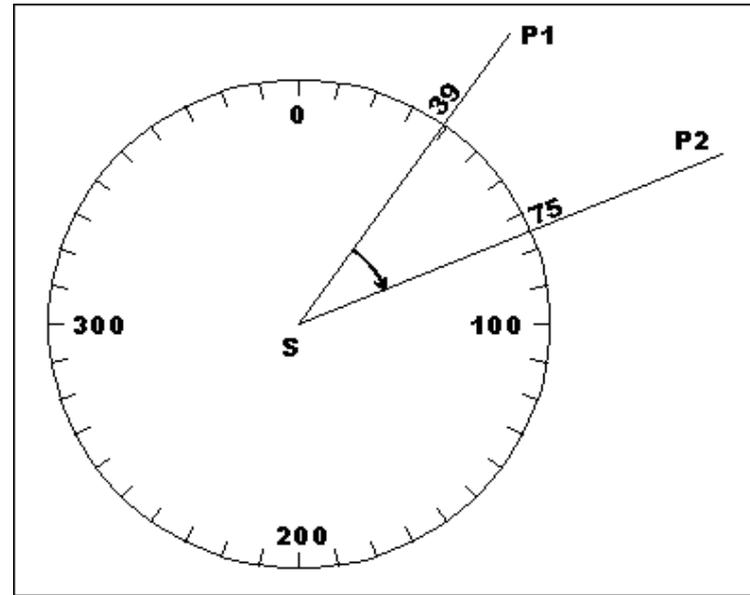
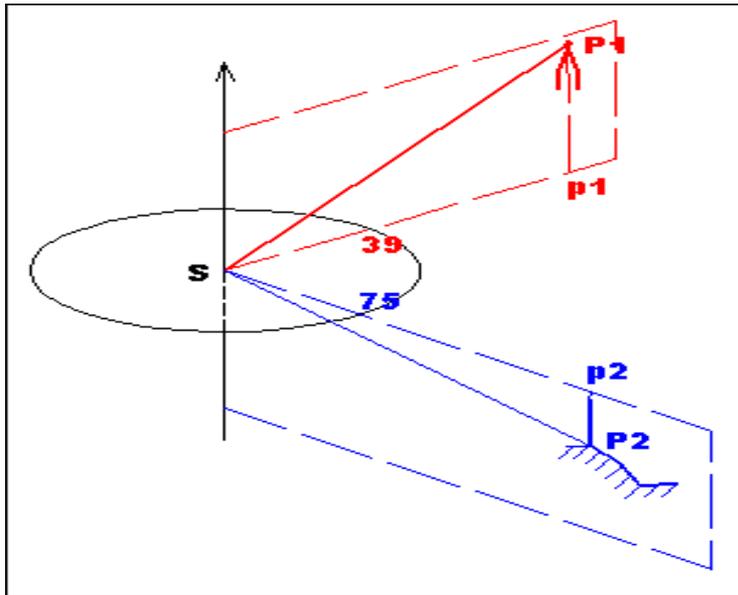


IL S'AGIT DE QUOI ?...



LES SORTES D'ANGLES

ANGLE HORIZONTAL

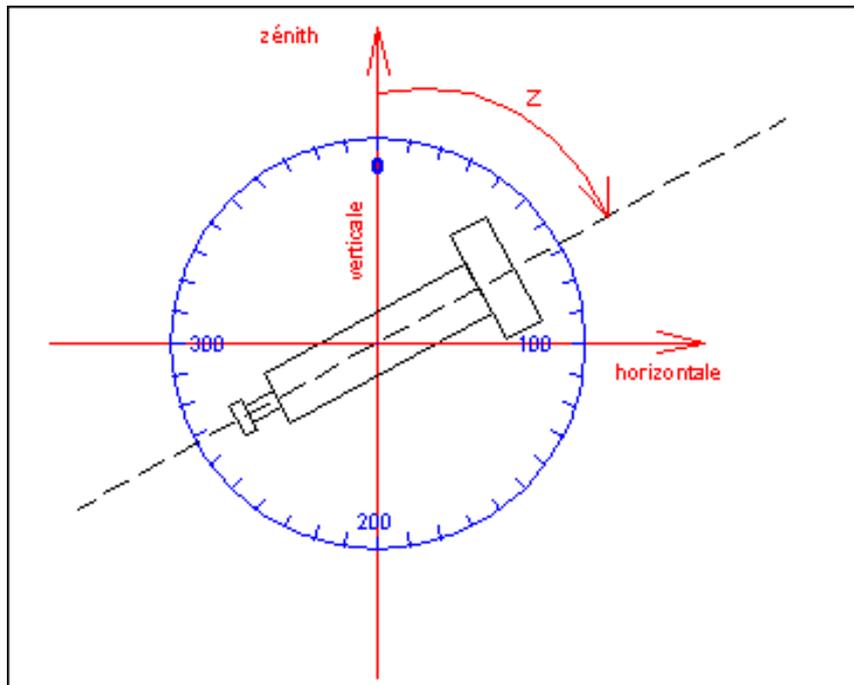


Lorsqu'on veut connaître l'angle P_1SP_2 , défini par les deux directions SP_1 et SP_2 , dans le plan horizontal, il suffit de le mesurer en utilisant un rapporteur

LES SORTES D'ANGLES

ANGLE VERTICAL

Le calcul de réduction de la distance, mesurée suivant la pente, à l'horizontale, ainsi que celui de la dénivelée en imposent de connaître l'orientation de la visée dans le plan vertical

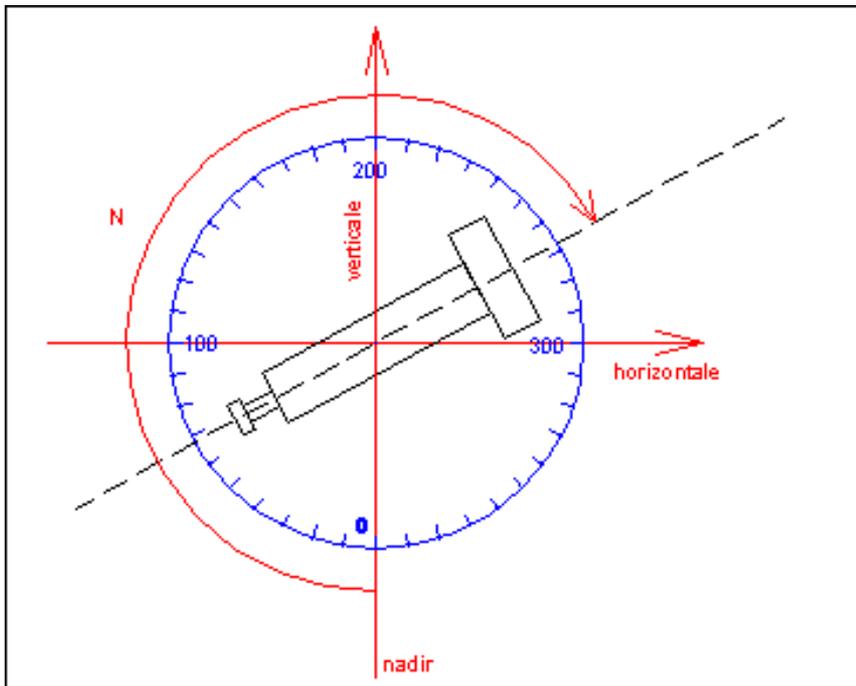


Référence zénithale

Dans ce cas, l'orientation de la lunette est caractérisée par rapport à la verticale ascendante appelée zénith. Son symbole est Z. La plupart des appareils et stations sont initialisés ainsi. On l'appelle l'angle zénithal

LES SORTES D'ANGLES

ANGLE VERTICAL

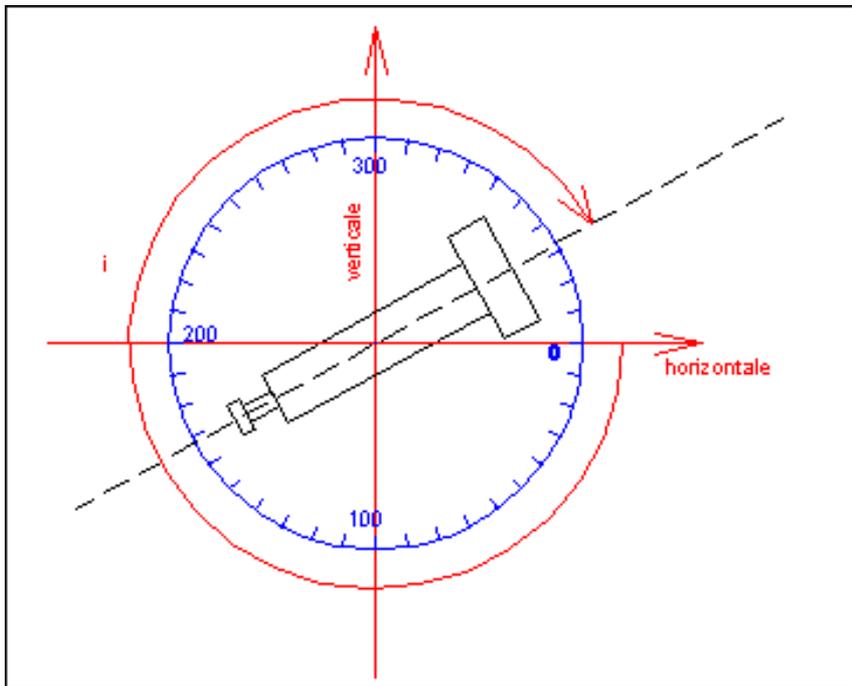


Référence nadirale

Là aussi la référence est la verticale mais descendante appelée le nadir. Son symbole est N. On l'appelle l'angle nadiral

LES SORTES D'ANGLES

ANGLE VERTICAL



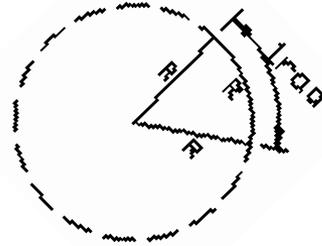
Référence à l'horizontale

Quand l'origine de l'angle caractérisant la direction de la visée est l'horizontale, on l'appelle angle de **hauteur** ou angle de **site** ou, encore, angle d'**inclinaison**. Il vaut mieux, par convention, utiliser la dénomination d'angle d'inclinaison symbolisé par i

LES ANGLES

UNITES DE MESURE

Le **radian** est l'angle au centre interceptant sur le cercle un arc de longueur égale à son rayon



Le **degré** est la $360^{\text{ème}}$ partie du cercle. Il est généralement exprimé en degrés décimaux ($121,636^\circ$). On peut aussi l'exprimer en degrés sexagésimaux dont les sous multiples sont :

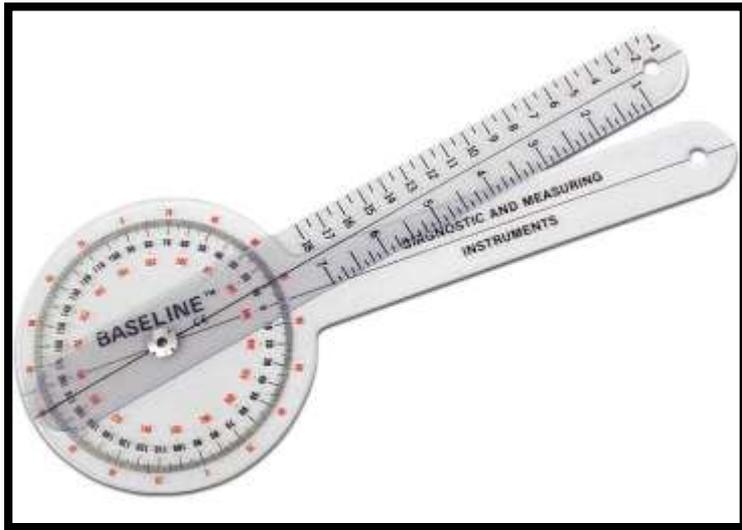
- La minute sexagésimale : $1'$ vaut $1/60^{\text{ème}}$ degré.
- La seconde sexagésimale : $1''$ vaut $1/60^{\text{ème}}$ de minute soit $1/3600$ degré
- La tierce : $1'''$ vaut $1/60^{\text{ème}}$ de seconde soit $1/3600$ minute

Le **grade** est par définition la $400^{\text{ème}}$ partie du cercle ; il est appelé aussi **gon**. Sa notation est le « gr ». En outre, le grade se décompose en cgr, mgr et dmgr de la manière suivante:

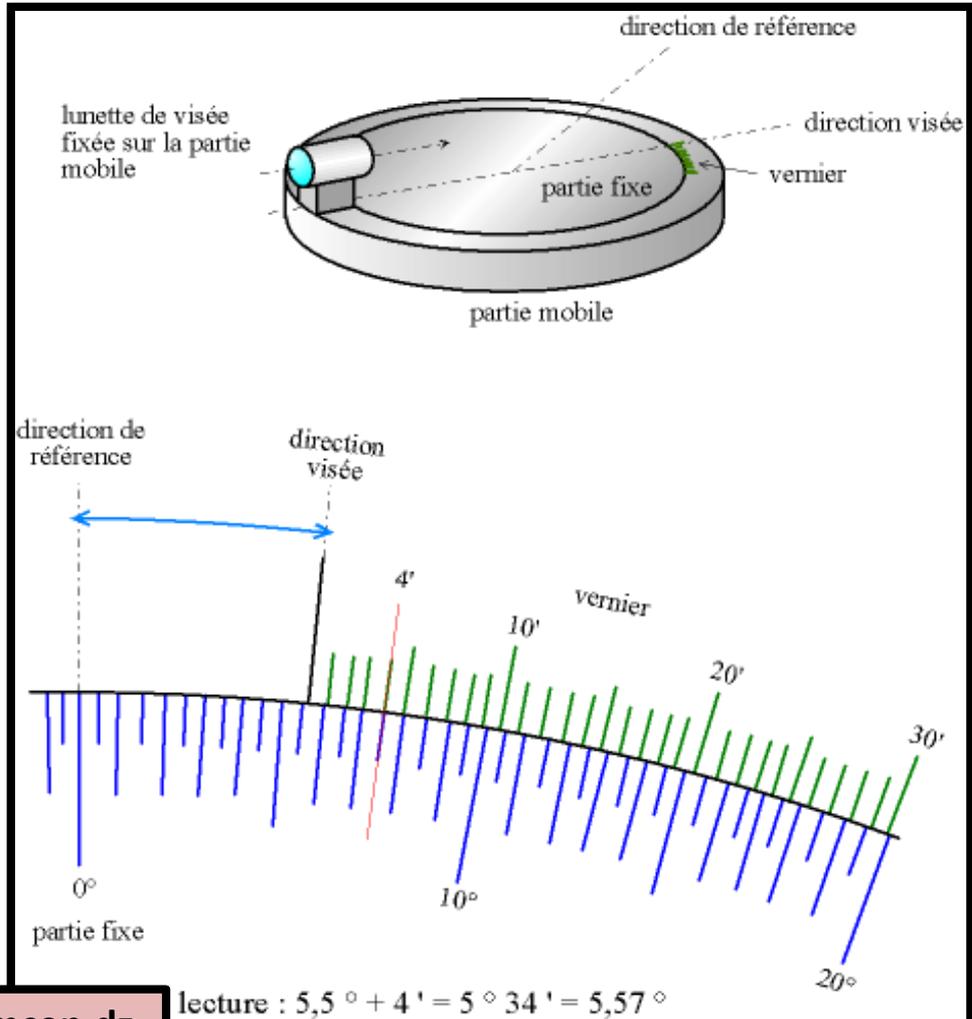
$1 \text{ cgr} = 0,01 \text{ gr}$, $1 \text{ mgr} = 0,001 \text{ gr}$ et $1 \text{ dmgr} = 0,0001 \text{ gr}$.

INSTRUMENTS DE MESURE

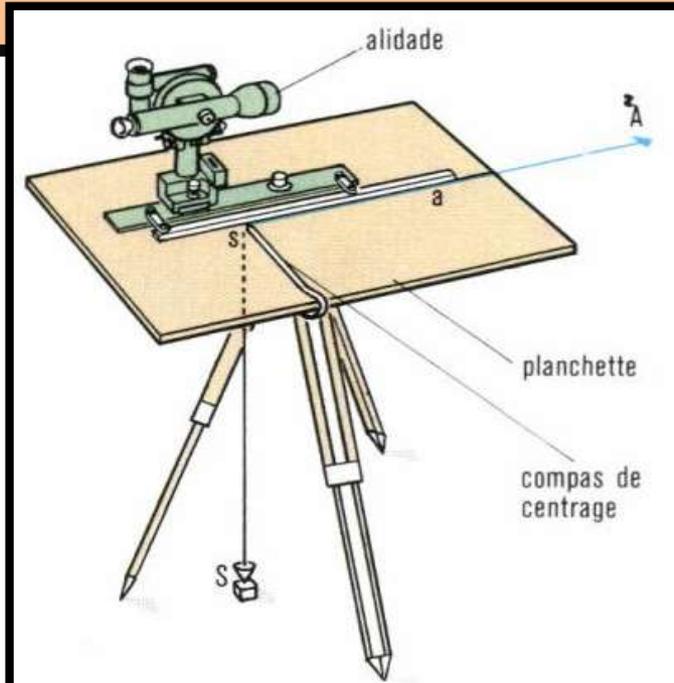
GONIOMETRE



Un **goniomètre** est un appareil ou un capteur servant à mesurer les angles.



INSTRUMENTS DE MESURE

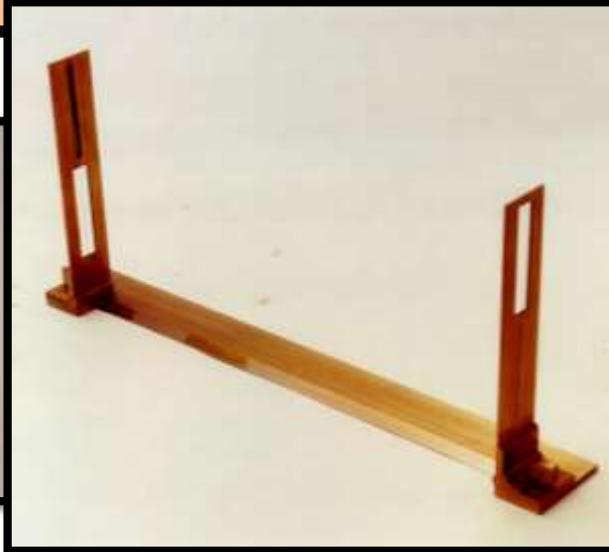


Goniographe : Couramment appelé « **planchette** » est un appareil qui était utilisé pour mesurer les angles dans les opérations de levés de terrain. Le plan était dessiné lors du levé, à la main, sur une feuille de papier posée sur la planchette.



Eclimètre : Boussole munie d'un niveau et d'une lunette mobile dans un plan vertical, de manière à permettre de mesurer les pentes (angle vertical).

INSTRUMENTS DE MESURE



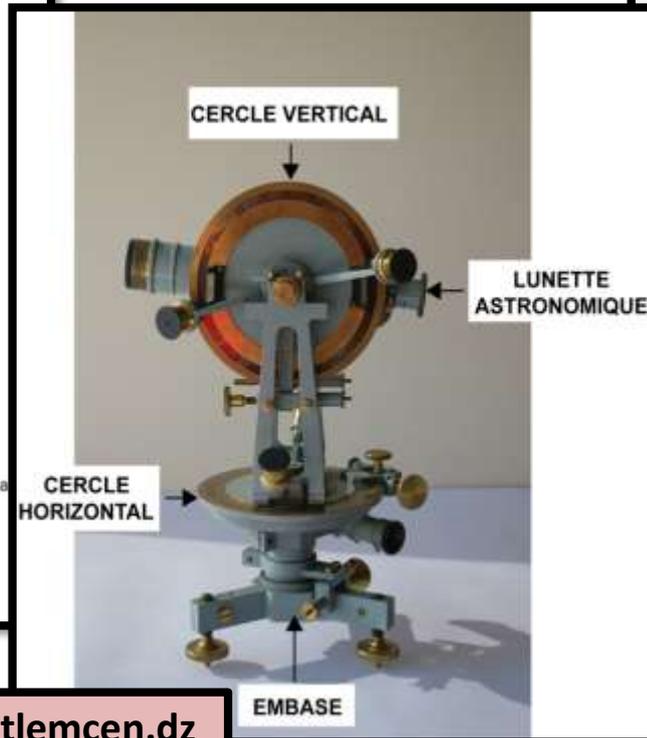
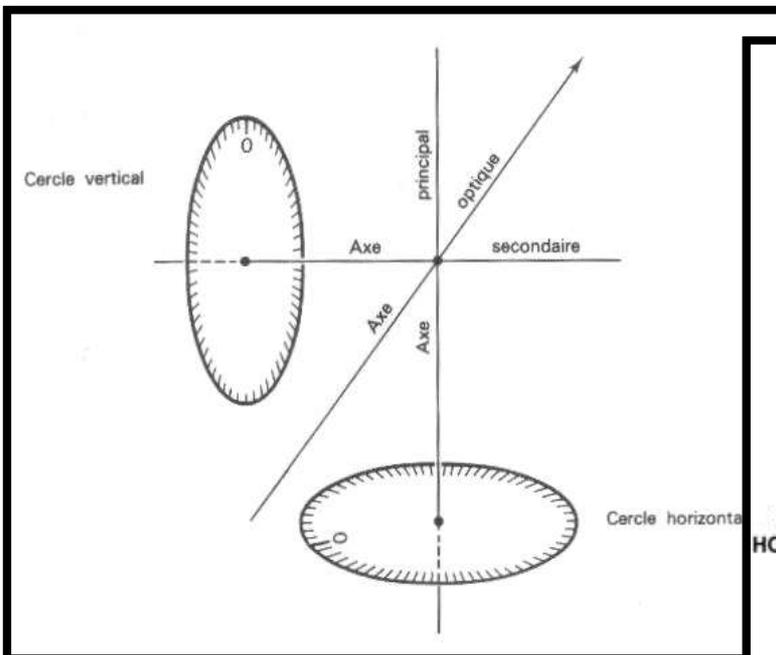
Alidade : Une **alidade** (de l'arabe *العضادة* « réglette ») est une réglette mobile en rotation autour de l'axe vertical ou horizontal d'un instrument permettant la mesure d'angle. Cette réglette est équipée d'un système de visée qui peut être une lunette ou une pinnule de visée à chaque extrémité.

De ce mot dérive **théodolite**, longtemps attribué à tort à l'anglais puis au grec, alors qu'il est issu de la même racine arabe.

THEODOLITE

INSTRUMENT DE MESURE

*C'est l'appareil de base pour les mesures d'angles. Il est essentiellement constitué, en plus de la lunette de visée, de deux **goniomètres** plus simplement appelés **cercles** : un horizontal et un vertical*



THEODOLITE

INSTRUMENT DE MESURE

(P): Axe principal (pivot), il doit être vertical après la mise en station du théodolite et doit passer par le centre de la graduation horizontale (et le point stationné).

(T): Axe secondaire (ou axe des tourillons), il est perpendiculaire à (P) et doit passer au centre de la graduation verticale.

(O): Axe optique (ou axe de visée), il doit toujours être perpendiculaire à (T), les trois axes (P),(T)et (O)devant être concourants.

L'alidade : C'est un ensemble mobile autour de l'axe principal (P) comprenant le cercle vertical, la lunette, la nivelle torique d'alidade et les dispositifs de lecture (symbolisés ici par des index).

Le cercle vertical (graduation verticale). Il est solidaire de la lunette et pivote autour de l'axe des tourillons (T).

Le cercle horizontal ou limbe(graduation horizontale). Il est le plus souvent fixe par rapport à l'embase mais il peut être solidarisé à l'alidade par un système d'embrayage.

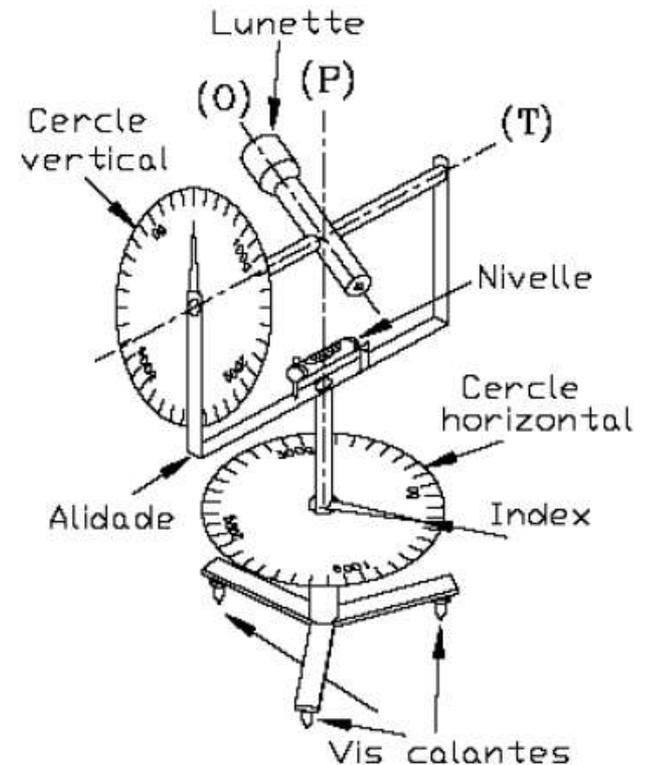
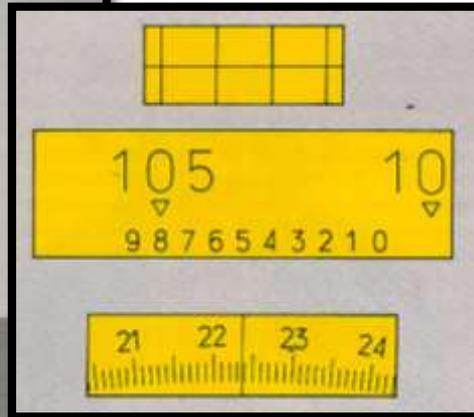
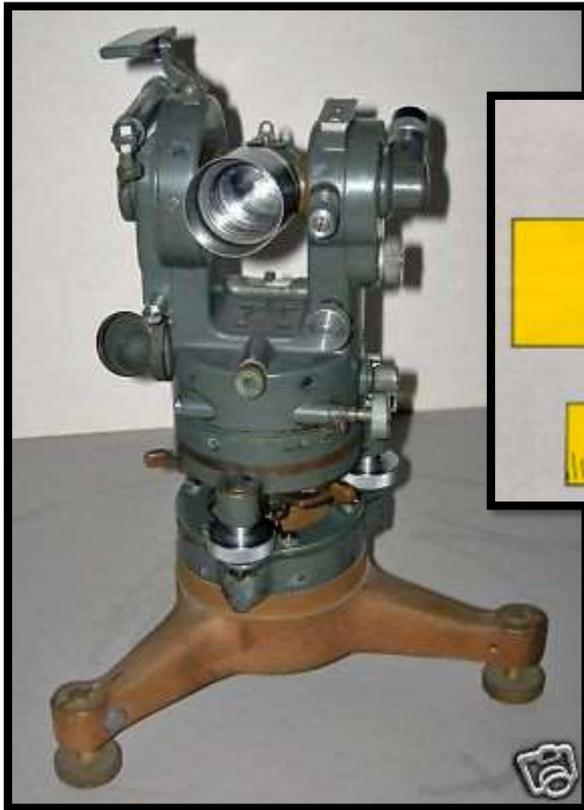


Schéma de principe d'un théodolite

THEODOLITE

INSTRUMENT DE MESURE



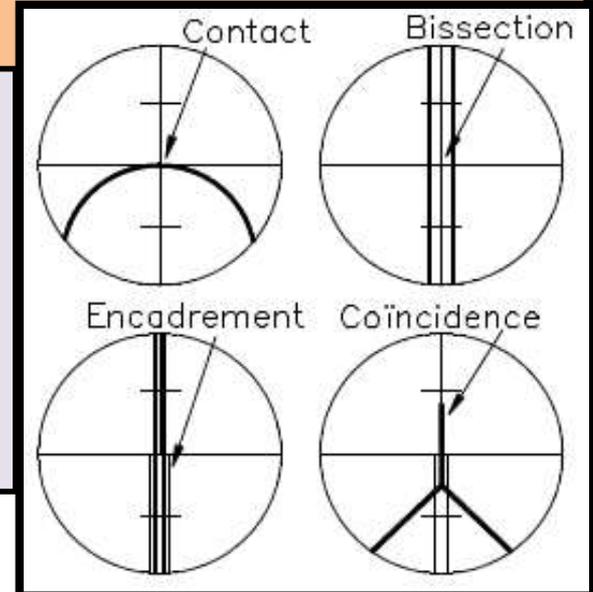
Micromètre



THEODOLITE

Réticules de pointé

1. Le pointé **ordinaire** ou **par contact**.
2. Le pointé par **bissection** : le **fil vertical** du réticule passe par l'axe de l'objet pointé.
3. Le pointé par **encadrement** : l'**objet** pointé est encadré par deux fils parallèles du réticule.
4. Le pointé par **coïncidence** : le **fil vertical** du réticule tend à se confondre avec l'objet pointé.



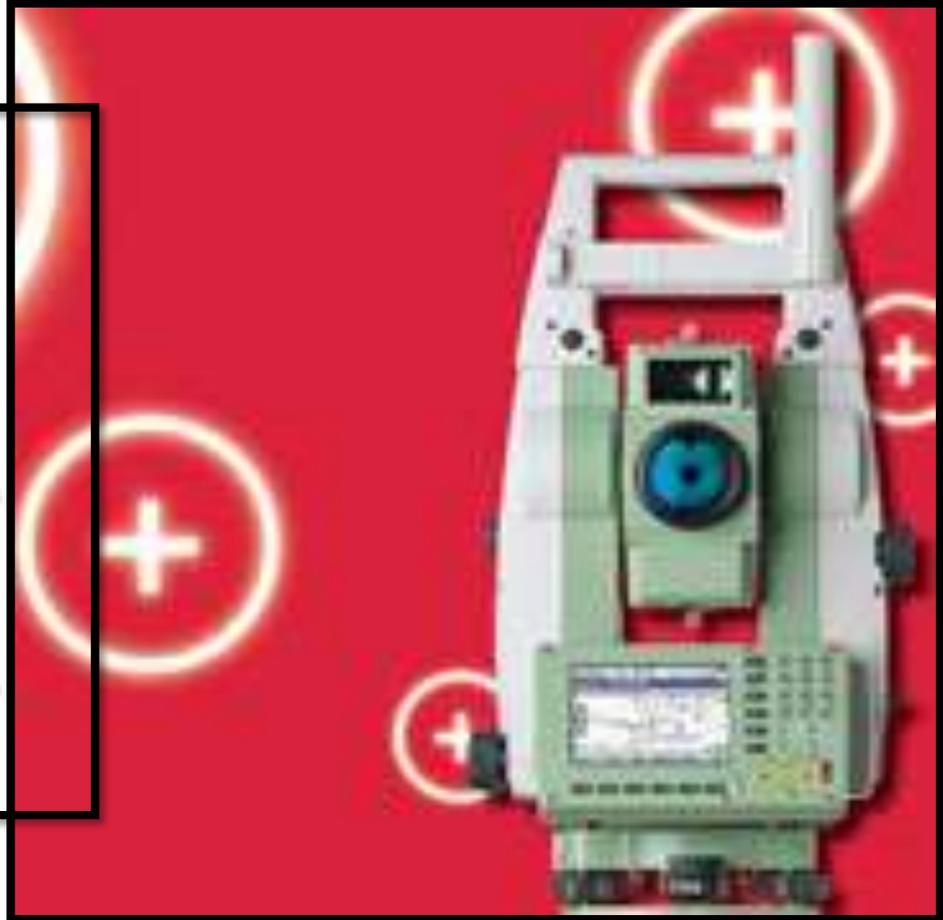
La précision du pointé dépend de la forme de l'objet visé, du type de réticule mais aussi du grossissement de la lunette et des conditions de luminosité.

Pour une lunette de grossissement G , on admet les ordres de grandeurs ci-dessous des précisions de pointé.

Pointé	Précision (dmgon)	Ordre de grandeur pour $G = 30 \times$
Ordinaire	$100/G$	3,5 dmgon, soit 3,5 mm à 640 m
Bissection	$60/G$	2 dmgon, soit 2 mm à 640 m
Encadrement	$50/G$	1,5 dmgon, soit 1,5 mm à 640 m
Coïncidence	$25/G$	1 dmgon, soit 1 mm à 640 m

TACHEOMETRE
OU **STATION TOTALE**

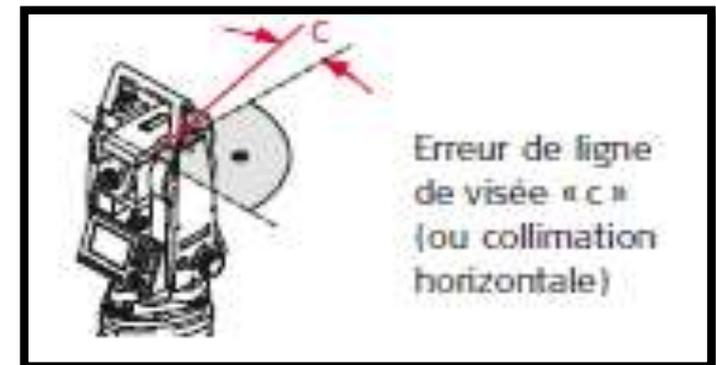
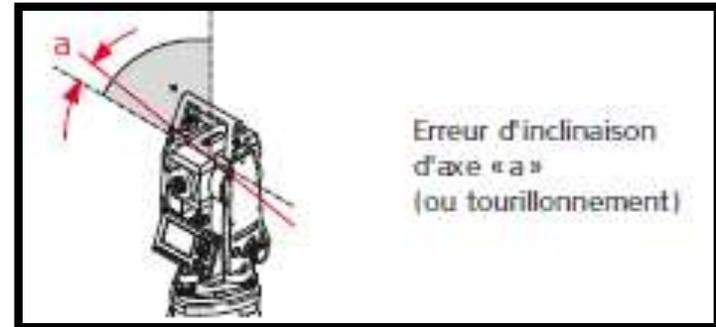
INSTRUMENT DE MESURE



PRECISION DES MESURES

Erreurs Systématiques dues à un défaut de l'appareil [1]

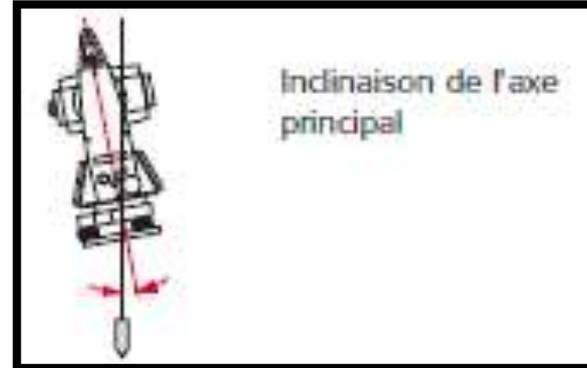
1. **Graduation et géométrie des cercles.**
2. **Erreur d'inclinaison d'axe, ou tourillonnement « a »**
différence à l'angle droit entre l'axe de basculement et l'axe principal.
3. **Erreur de ligne de visée, ou collimation horizontale « c »**
différence à l'angle droit entre la ligne de visée et l'axe de basculement.



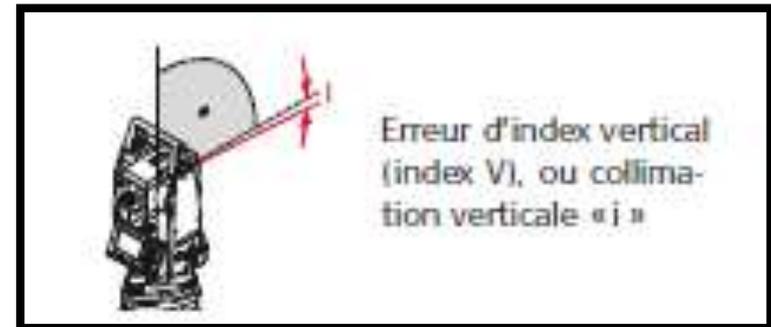
PRECISION DES MESURES

Erreurs Systématiques dues à un défaut de l'appareil [2]

4. **Inclinaison de l'axe principal**
angle entre la ligne d'aplomb et l'axe vertical.



5. **Erreur d'index vertical, ou collimation verticale « i » :**
angle entre la direction du zénith et la direction du zéro du cercle vertical



6. **Défauts d'excentricité** (excentricité du viseur, des cercles...)
7. **Jeux de fonctionnement.**

PRECISION DES MESURES

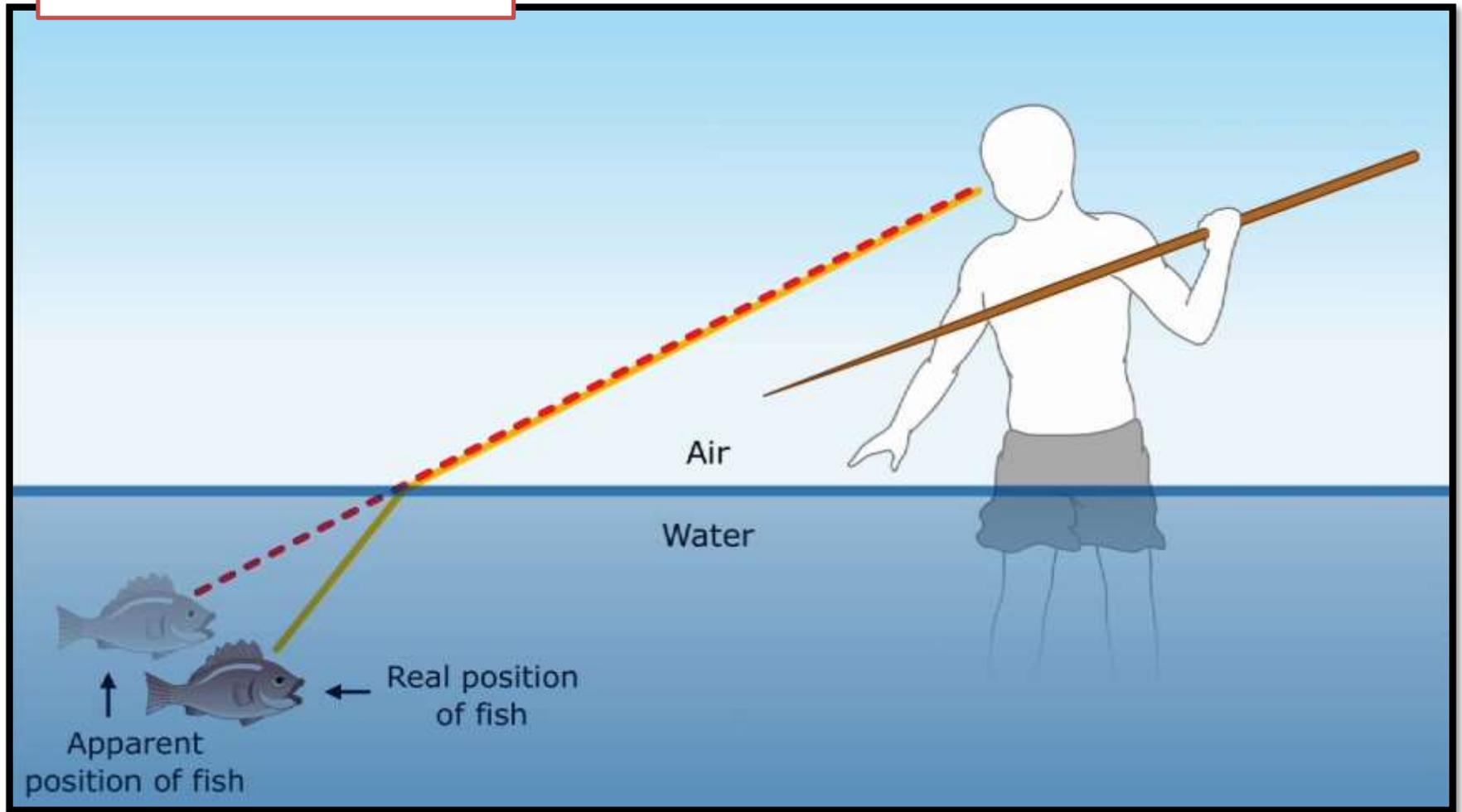
Erreurs Systématiques dues à une cause extérieure

*Erreurs dues à la **réfraction atmosphérique***

- **Réfraction verticale** : elle est due aux variations de densité de l'atmosphère, elle peut être évaluée et corrigée.
- **Réfraction latérale** : elle est due à la présence d'une paroi exposée au soleil. Elle est impossible à évaluer.

Il faut éviter les visées rasantes près d'obstacles importants, au dessus d'un cours d'eau, trop près du sol par temps chaud à cause du flamboiement de l'air.

Réfraction verticale



PRECISION DES MESURES

Erreurs Accidentelles

1. *Erreur de calage de l'axe principal:*
2. *Erreur de centrage sur le point stationné.*
3. *Erreur de pointé.*
4. *Erreurs de lecture.*
5. *Erreur de dérive du zéro : cette erreur est due à la torsion du trépied*
6. *Déplacement accidentel de l'appareil.*

*La multiplication des observations par la **réitération** (séquence, paire de séquences et tour d'horizon), ainsi que le procédé du **double retournement** élimine le maximum d'erreurs.*

Certaines erreurs sont automatiquement éliminées dans les instruments électroniques.

PRECISION DES MESURES

DOUBLE RETOURNEMENT

Le terme de double retournement sous entend, bien entendu, qu'il y a 2 retournements: celui de la lunette autour de l'axe des tourillons et celui du cercle autour de l'axe principal. Il est d'usage pour différencier les deux positions de repérer le cercle vertical par rapport à la lunette. Il peut être à gauche ou à droite de celle ci. On distingue donc les positions CG (cercle à gauche) et CD (cercle à droite)

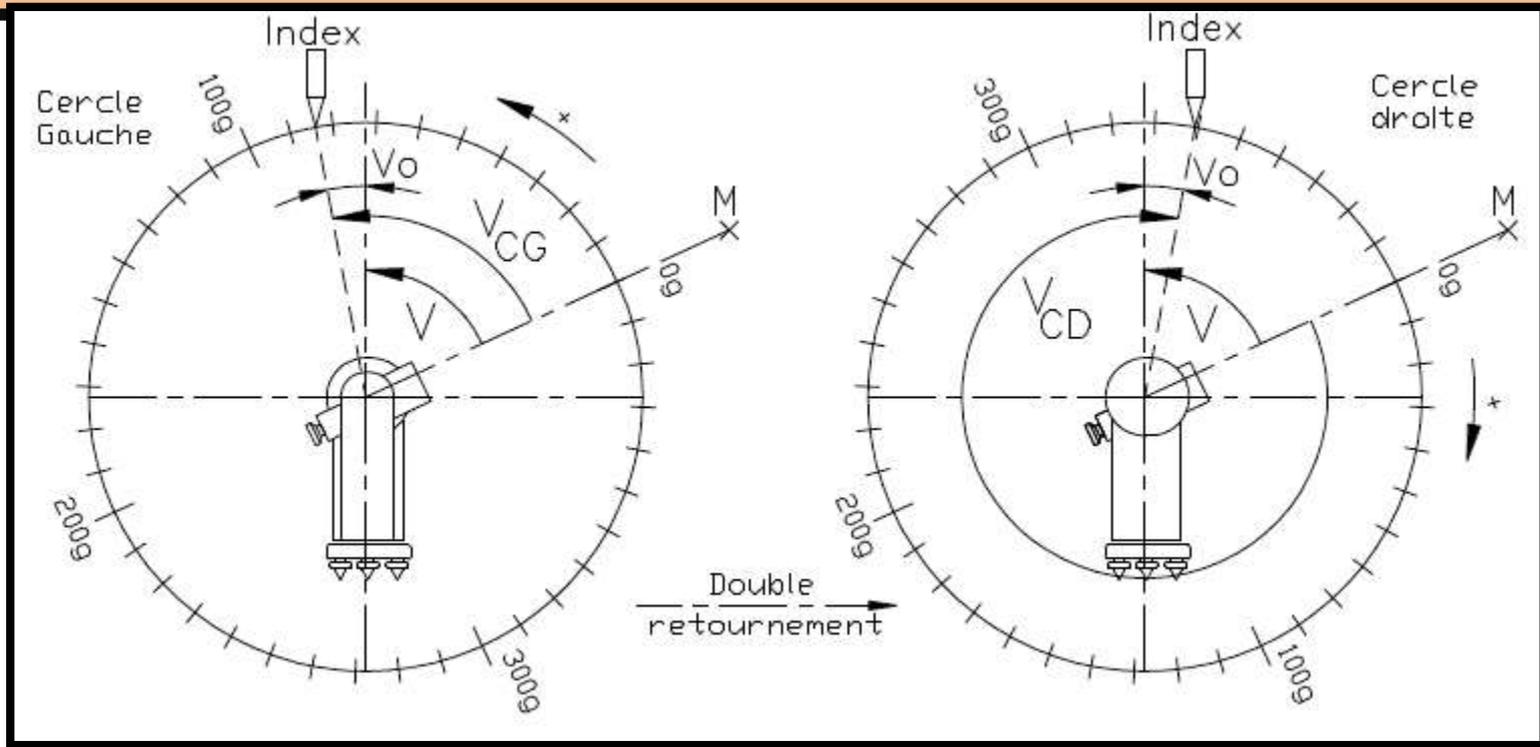
Ce procédé permet :

- *de doubler les lectures et donc de diminuer le risque de faute de lecture ;*
- *de ne pas toujours lire sur la même zone du limbe, donc de limiter l'erreur due aux défauts de graduation du limbe ;*
- *d'éliminer les défauts de collimation horizontale, de collimation verticale et de tourillonnement.*

L'erreur de centrage sur le point de station et l'erreur de calage de l'axe vertical ne sont pas éliminées par cette manipulation. Il convient donc de soigner ces opérations.

PRECISION DES MESURES

Erreur de collimation verticale



$$V = V_{CG} - V_0.$$

$$V = 400 - V_{CD} + V_0.$$

$$V_0 = \frac{(V_{CG} + V_{CD}) - 400}{2}$$

$$V = \frac{V_{CG} + (400 - V_{CD})}{2}$$

PRECISION DES MESURES

RÉITÉRATION

1. On appelle **séquence** un ensemble de lectures effectuées en une même station, avec une seule position du cercle vertical, une origine prédéterminée du limbe, et d'un contrôle de fermeture sur l'origine (référence).
2. On appelle **paire de séquences**, deux séquences successives avec décalage du limbe, retournement de la lunette (CG, CD) et inversement du sens d'observation.
3. On appelle **tour d'horizon** l'observation successive des points A, B, C, D,... A. Le point A choisi comme référence est observé de nouveau afin de boucler le tour complet et d'assurer un contrôle dit de fermeture.

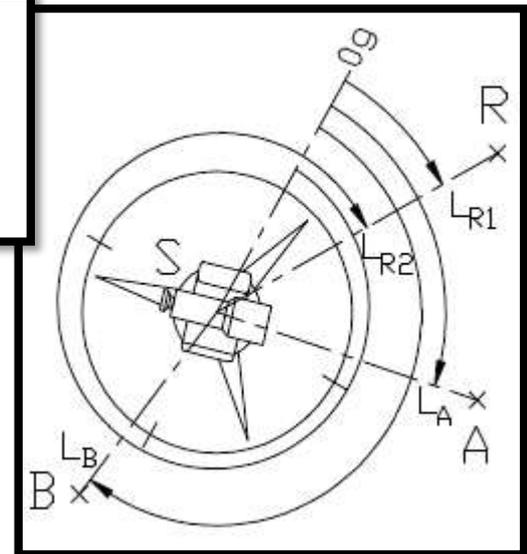
PRECISION DANS LA MESURE

SÉQUENCE

On appelle séquence un ensemble de $(n + 1)$ lectures effectuées à partir d'une même station sur n directions différentes avec la même position des cercles horizontaux et verticaux, le contrôle de fermeture sur la référence et la répercussion sur les n lectures de l'écart de fermeture sur la référence (sur laquelle on réduira les angles à zéro).

- la fermeture de la séquence : $FS = |L_{R1} - L_{R2}|$
- la moyenne sur la référence : $L_R = (L_{R1} + L_{R2})/2$
- la lecture sur chaque point : $L'_j = L_j - L_R$

La **fermeture angulaire** de chaque séquence est soumise à des tolérances réglementaires dont les valeurs correspondent à :
1,5 mgon en canevas de précision et **2,8 mgon** en canevas ordinaire.

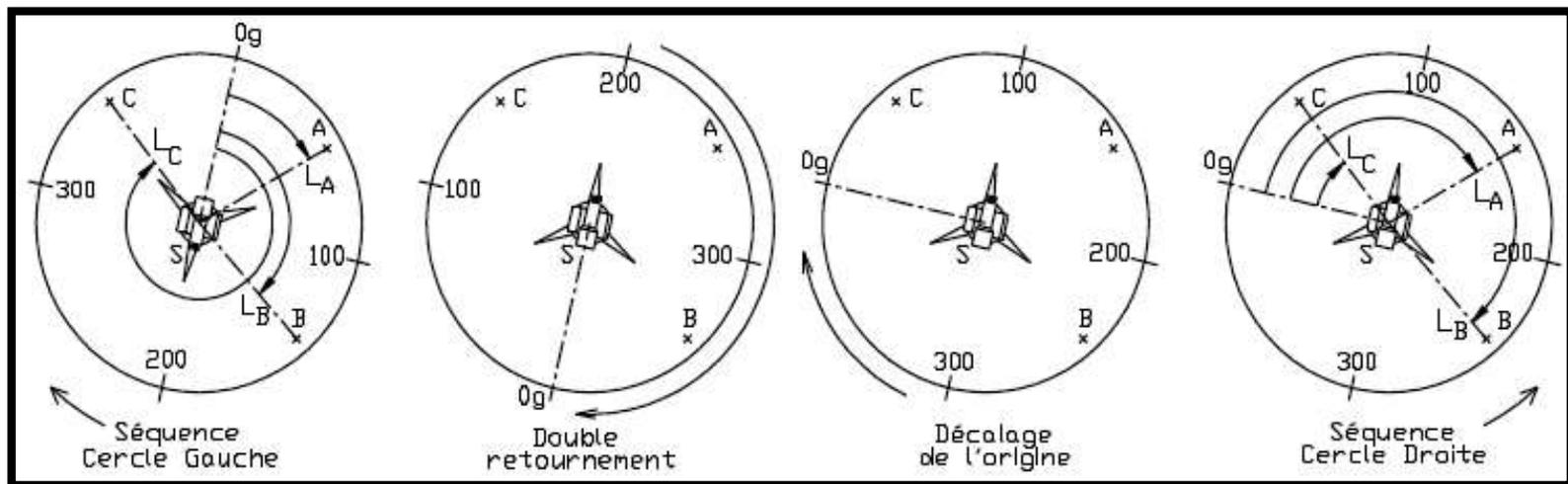


PRECISION DANS LA MESURE

PAIRE de SÉQUENCES

Une paire de séquence est l'association de deux séquences successives avec un décalage de l'origine du limbe, le retournement de la lunette et l'inversion du sens d'observation.

Cette méthode permet de minimiser certaines erreurs systématiques



PRECISION DANS LA MESURE

PAIRE DE SÉQUENCES RÉDUITE

C'est une paire de séquences sans fermeture et sans décalage du limbe. On l'utilise en lever de détails ou pour la mesure d'angles uniques.

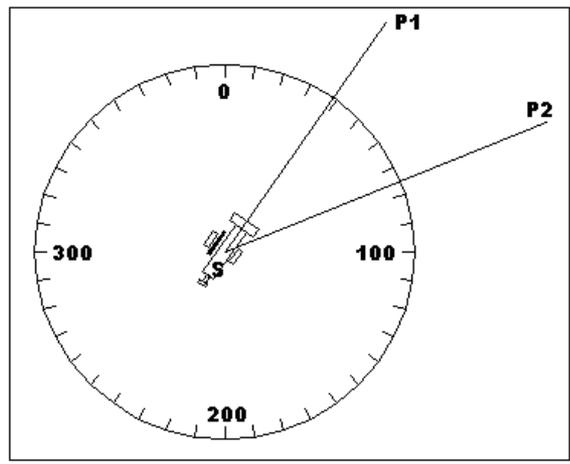
Station	Points	Lecture CG (gon)	Lecture CD (gon)	Moyenne
1	A	114,75	↑ 314,71	114,73
	B	207,23	7,28	207,23
	C	373,64	173,60	373,62
	D	↓ 86,19	286,14	86,16

TOUR D'HORIZON

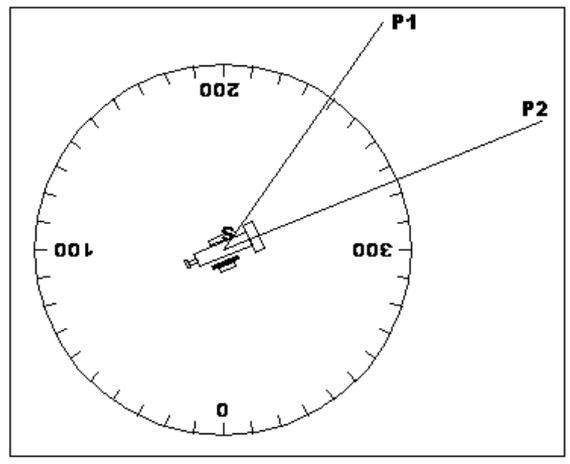
C'est le résultat final de la combinaison des observations angulaires (séquences) en une même station et rapportées à une même référence.

PRECISION DANS LA MESURE

DOUBLE RETOURNEMENT
(Paire de séquences réduite)



CERCLE GAUCHE



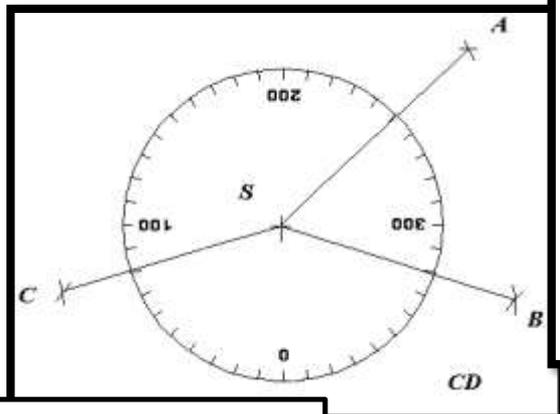
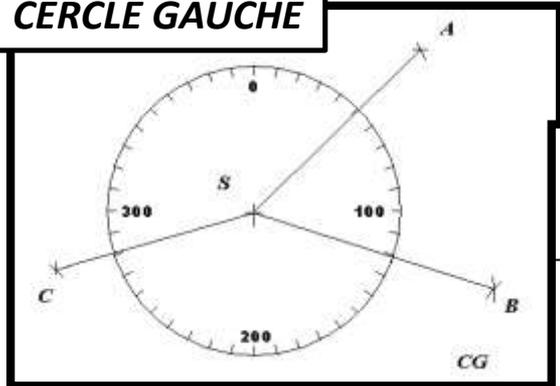
CERCLE DROITE

Station	points visés	lectures azimutales		lectures moyennes	lectures réduites à 0	angles
		CG	CD			
S	P1	(1) 39.371	(4) 239.373	39.372	0	36.116
	P2	(2) 75.487	(3) 275.489	75.488	36.116	

PRECISION DANS LA MESURE

DOUBLE RETOURNEMENT

CERCLE GAUCHE



CERCLE DROITE

Station	Points visés Désignation	0 CG	200 CD	Moyenne réduite à 0
S	A	50.200	250.204	0.000
		50.201	250.203	
	B	120.300	320.306	70.101
		70.099	70.103	
C	280.400	80.404	230.200	
	230.199	230.201		
A	A	50.202	250.202	0.000
		50.201	250.203	
		0.000	0.000	

Pt. Visé & Croquis	0 - 25 CG gon	100 - 125 CD gon	50 - 75 CG gon	150 - 175 CD gon	Moyennes par paire réduites à 0
80	8,8059	108,8134	58,8102	58,8096	
	8,8103	108,8095	58,8094	158,8122	
Moyenne	8,8081	108,8115	58,8098	158,8109	0,0000
52	61,5961	161,5961	111,5959	211,5963	
	61,5966	161,5959	111,5954	211,5961	52,7864
Moyenne Réduction	61,5964	161,5960	111,5957	211,5962	52,7855
	52,7877	52,7850	52,7855	52,7856	52,7859
81	165,4357	265,4351	215,4352	315,4362	
	165,4361	265,4357	215,4353	315,4354	156,6258
Moyenne Réduction	165,4359	265,4354	215,4353	315,4358	156,6251
	156,6273	156,6244	156,6251	156,6252	156,6255
53	241,4045	341,4051	291,4048	391,4038	
	241,4039	341,4053	291,4055	391,4052	232,5949
Moyenne Réduction	241,4042	341,4052	291,4052	391,4045	232,5944
	232,5956	232,5942	232,5950	232,5939	232,5946
51	359,1980	59,1989	9,1979	109,1988	
	359,1986	59,1978	9,1981	109,1992	350,3885
Moyenne Réduction	359,1983	59,1984	9,1980	109,1990	350,3881
	350,3897	350,3874	350,3878	350,3884	350,3883
80	8,8075	108,8100	58,8091	158,8107	
	8,8108	108,8111	58,8121	158,8101	
Moyenne	8,8092	108,8106	58,8106	158,8104	0,0000
Moyennes sur la référence :					
80	8,8086	108,8110	58,8102	158,8107	
Écart de fermeture angulaire des séquences (mgon) :					Tolérance :
	1,0	-0,9	0,8	-0,5	2,8 mgon

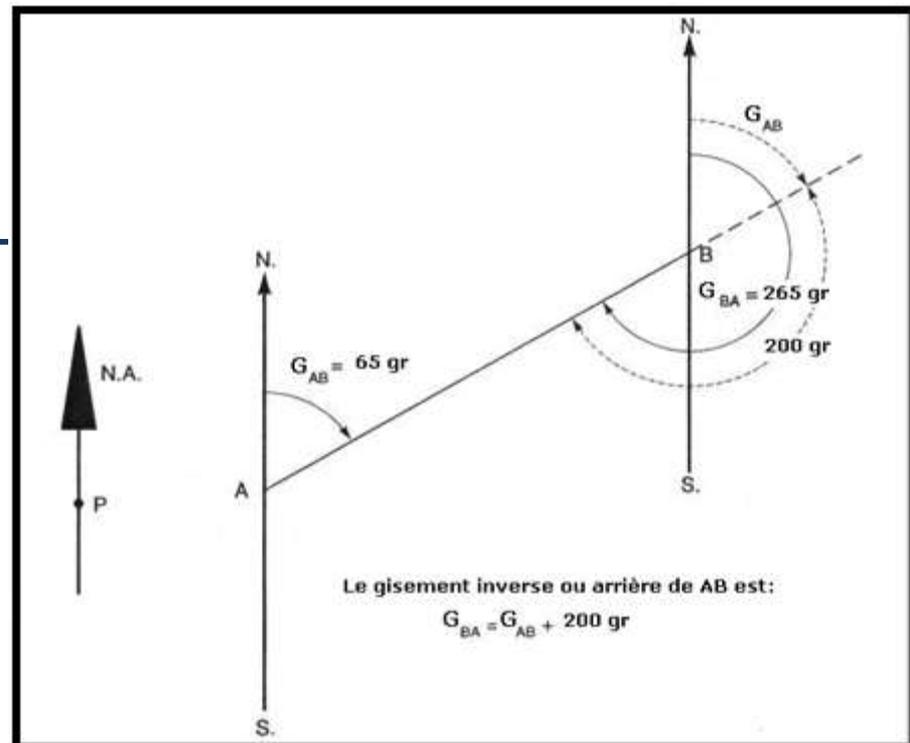
ORIENTATION D'UNE LIGNE

LE GISEMENT

L'orientation d'une ligne correspond à l'angle horizontal qu'elle forme avec une ligne de référence appelée méridien. Cette ligne de référence peut être :

- **Le méridien astronomique**
- **Le méridien géographique**
- **Le méridien magnétique**
- **Le méridien conventionnel ou arbitraire ou du quadrillage**

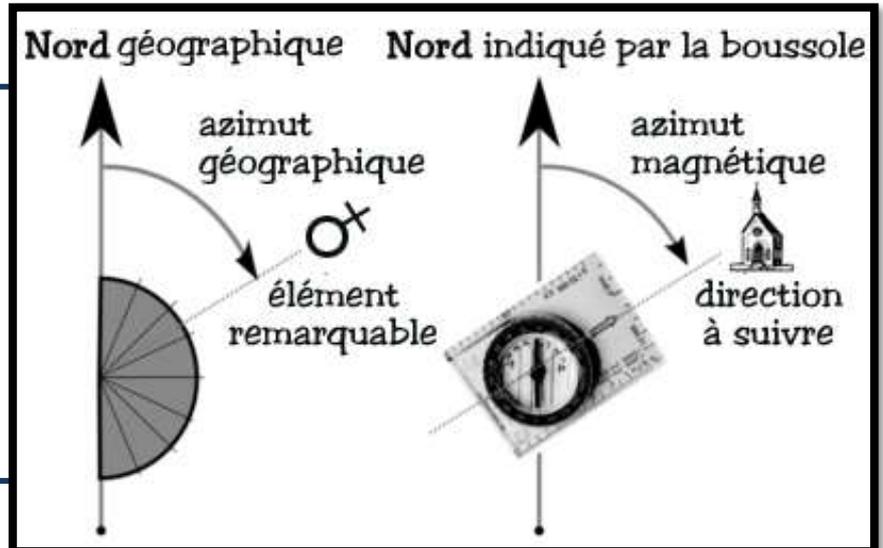
Le **gisement** d'une ligne AB est l'angle horizontal mesuré positivement dans le sens des aiguilles d'une montre entre le méridien de référence passant par l'origine de cette ligne et sa direction



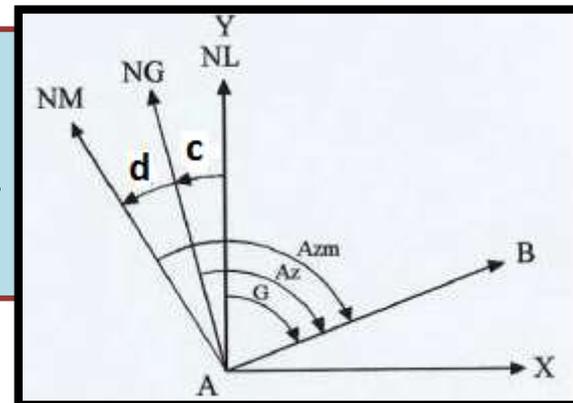
ORIENTATION D'UNE LIGNE

L'AZIMUT

L'azimut d'une ligne est l'angle compris entre 0 et 400 gr, mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre, à partir de la direction nord du méridien géographique ou magnétique local jusqu'à la ligne.



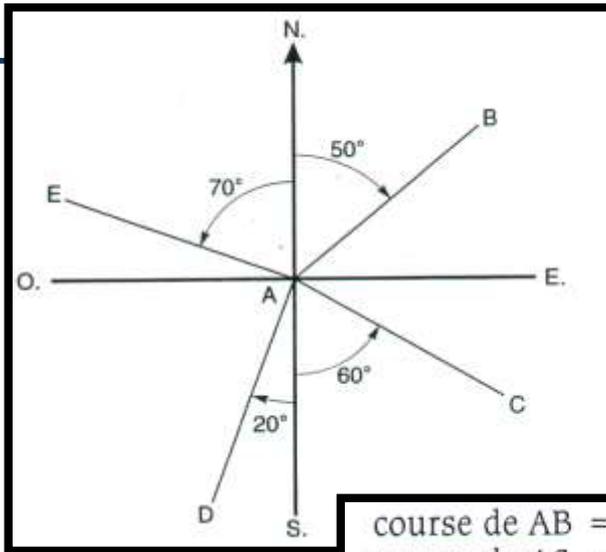
La différence entre le gisement et l'azimut est égale à la convergence « c » et ou la déclinaison magnétique « d » des méridiens au point considéré.



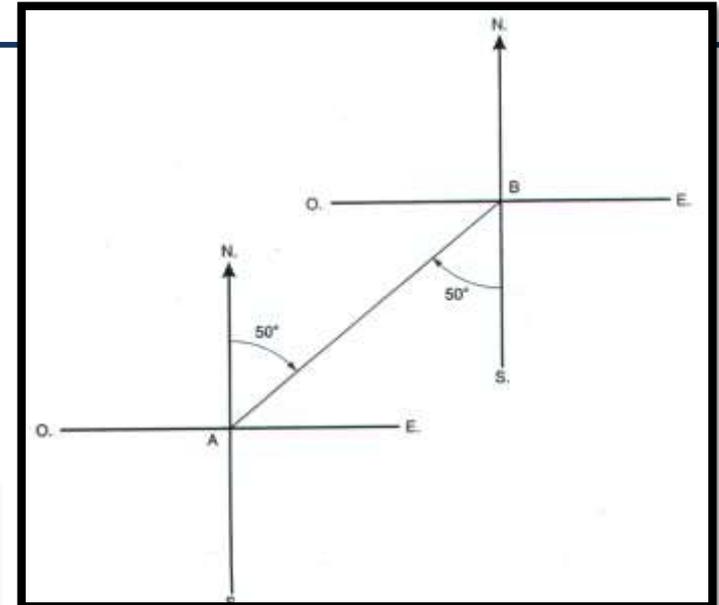
ORIENTATION D'UNE LIGNE

LA COURSE

La course d'une ligne est l'angle aigu qu'on mesure à partir de la direction nord ou sud du méridien local, et ce vers l'est ou vers l'ouest, jusqu'à la ligne considérée. Par convention, on représente la course par la lettre N. ou S. qu'on inscrit devant la valeur de l'angle et par la lettre E. ou O., après la valeur de l'angle.



course de AB = N. 50° E.
course de AC = S. 60° E.
course de AD = S. 20° O.
course de AE = N. 70° O.



Course inverse

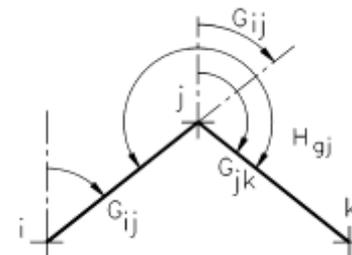
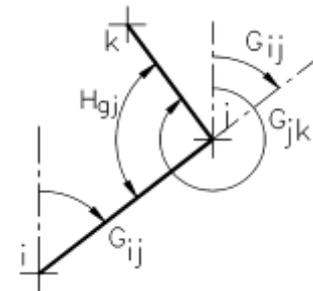
ORIENTATION D'UNE LIGNE

TRANSMISSION DES
GISEMENTS

Ce calcul consiste à déterminer les gisements de tous les côtés du parcours à partir du gisement de la direction de référence et des angles mesurés aux sommets. Au sommet « *j* » on peut écrire :

$$G_{jk} = G_{ij} + H_{gj} + 200$$

ou
$$G_{jk} = G_{ij} + H_{gj} - 200$$



ORIENTATION D'UNE LIGNE

TRANSMISSION DES GISEMENTS

Hg_j est appelé l'angle gauche ou l'angle topographique, il est mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre

Dans la pratique, on utilise l'une ou l'autre des formules et on ajoute 400 gr à tout résultat négatif, ou on retranche 400 gr à tout résultat supérieur à 400 gr.

La formule générale est donc :

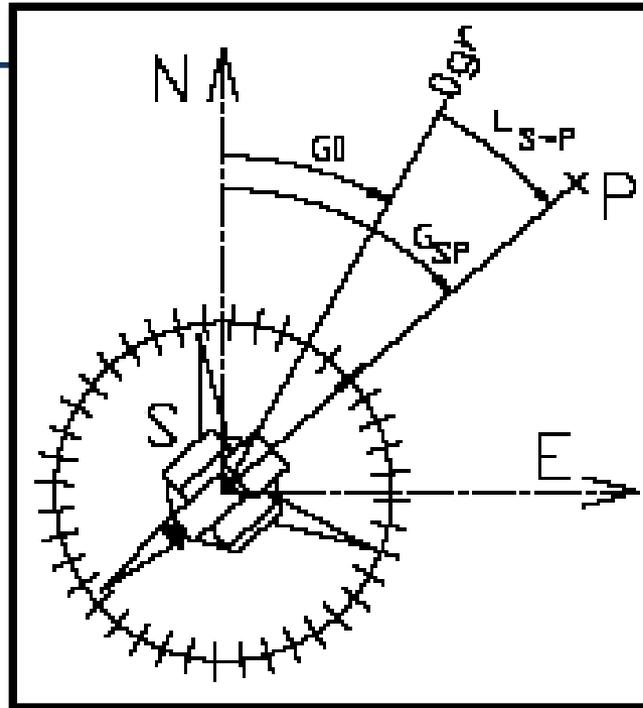
$$G_{jk} = G_{ij} + H_{gj} \pm 200$$

LE GISEMENT

LE G_0 DE LA STATION

Le G_0 est le gisement du zéro du cercle horizontal

$$G_{SP} = G_0 + L_{S \rightarrow P}$$



LE GISEMENT

LE $G0_{\text{moyen}}$ DE LA STATION

Pour améliorer la précision de l'orientation de la station, plusieurs lectures sur des points connus en coordonnées sont déterminées : ces points sont appelés « points anciens ». Pour obtenir une orientation correcte, il faut au minimum deux visées (trois ou quatre sont préférables) réparties sur les quatre quadrants autour du point de station S.

Le $G0_{\text{moyen}}$ est alors la moyenne pondérée des $G0i$. Elle n'est pondérée que si les visées sont d'inégale longueur (la pondération est proportionnelle à la longueur de chaque visée car plus une visée est longue plus son orientation angulaire théorique est précise).

- n est le nombre de visées d'orientation (nombre de $G0i$ calculés).
- p_i représente le poids de chaque visée, c'est-à-dire sa longueur en kilomètre : $p_i = D_i$ [km].

$$G0_{\text{moyen}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} p_i \cdot G0i}{\sum_{i=1}^{i=n} p_i}$$

APPLICATIONS [1]

Application 1

Effectuer les conversions suivantes :

$$37^{\circ} 42' = \dots\dots\dots^{\circ}$$

$$47,25^{\circ} = \dots\dots^{\circ} \dots\dots' \dots\dots''$$

$$120^{\circ} 35' 42'' = \dots\dots\dots^{\circ} = \dots\dots\dots \text{ gon}$$

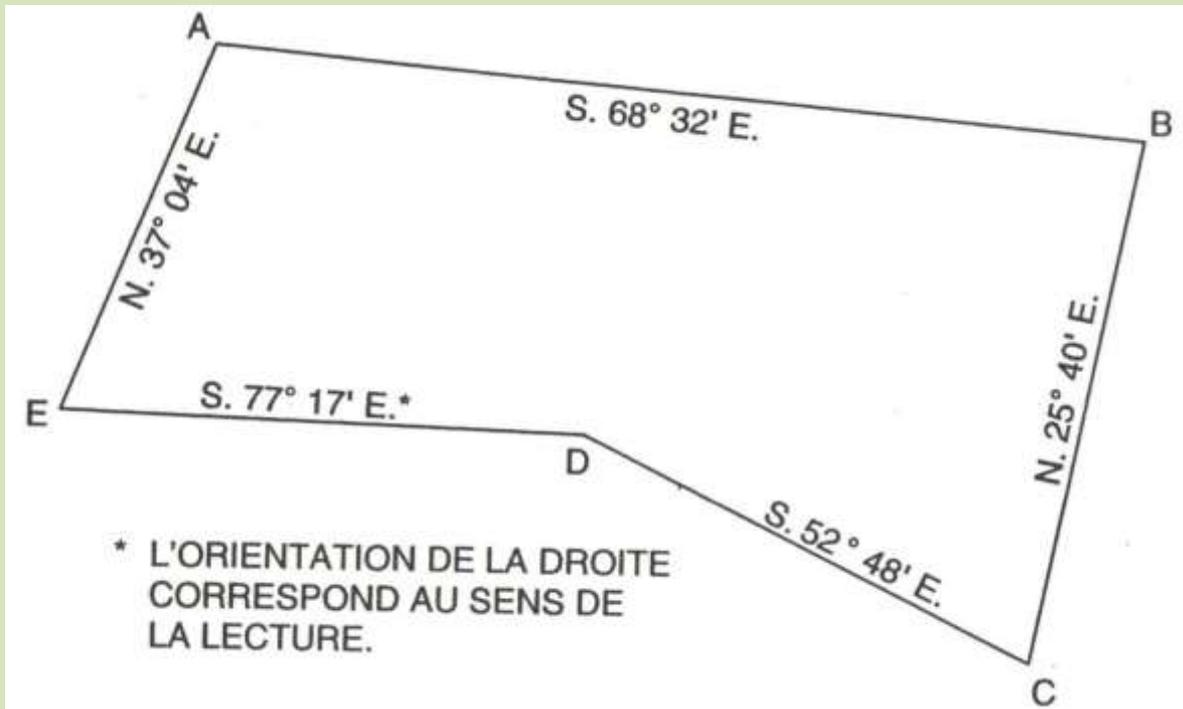
$$20,32 \text{ gr} = \dots\dots\dots^{\circ} = \dots\dots^{\circ} \dots\dots' \dots\dots''$$

$$238,469^{\circ} = \dots\dots\dots \text{ gr} = \dots\dots\dots \text{ rad}$$

APPLICATIONS [2]

Application 2

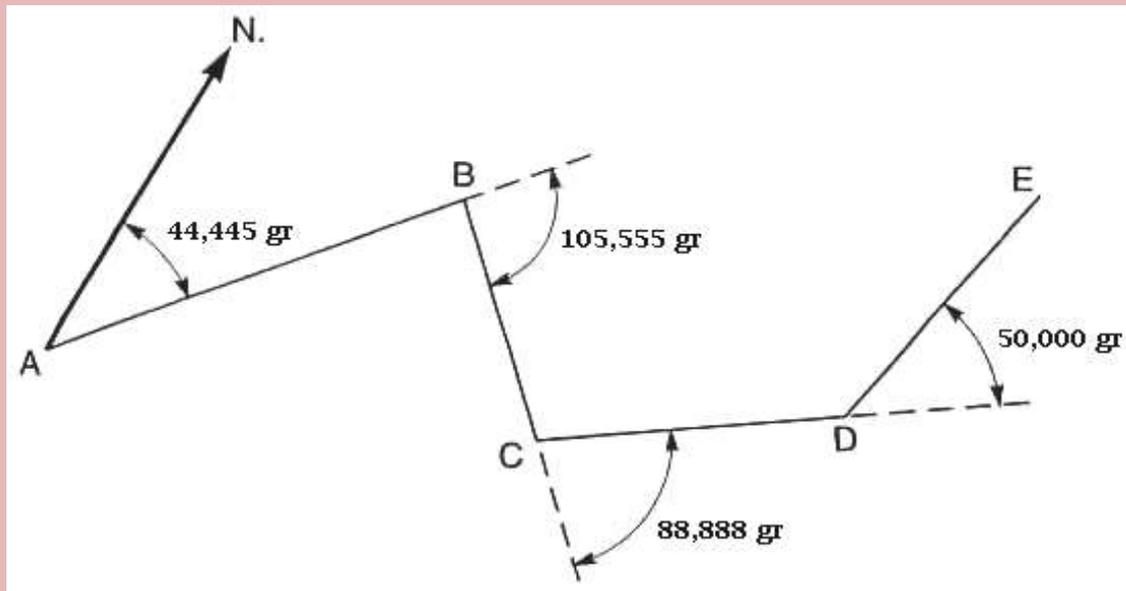
La figure qui suit illustre une polygonale, dont les courses sont indiquées sur chacun des côtés. a) Quel est le gisement de chacun des côtés? b) Quel est l'angle de déflexion à chacun des sommets?



APPLICATIONS [3]

Application 3

Calculer les gisements de la polygonale de la figure suivante.



APPLICATIONS [4]

Application 4

Calculer le gisement et la course de chacun des côtés de la polygone suivante :

