Topographie Routière

Chapitre 2

RACCORDEMENTS PROGRESSIFS

Institut des Sciences et Techniques Appliquées
Année Universitaire 2024/2025

Chargé du cours MELOUKA Smaïn

RÔLE ET NÉCESSITÉ DU RACCORDEMENT PROGRESSIF

Le tracé en plan d'une route devant permettre d'assurer de bonnes conditions de sécurité et de confort à l'usager, l'entrée d'un virage ne peut être instantanée car la force centrifuge apparaîtrait brusquement au moment où le véhicule passerait de l'alignement à l'arc de cercle. Pour ces raisons, l'alignement et le cercle sont raccordés par une courbe à courbure progressive, le plus souvent une **clothoïde**, dont le rayon R décroit régulièrement de l'infini au point de tangence O avec l'alignement, à la valeur R au point de tangence avec le cercle.

TYPES DE RACCORDEMENTS PROGRESSIFS

Parmi les courbes mathématiques qui satisfont la condition désirée d'une variation continue de la courbe on peut utiliser :

1. ***La parabole cubique ;***

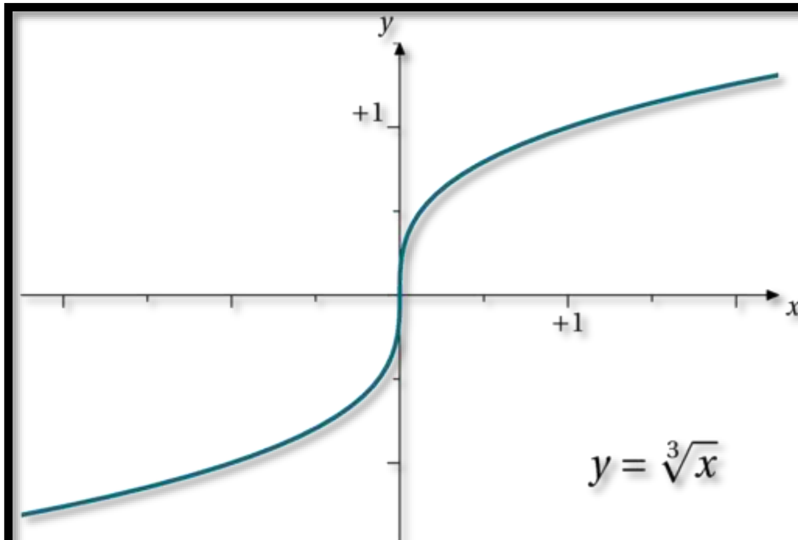
2. ***La lemniscate ;***

3. ***La clothoïde.***

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La parabole cubique

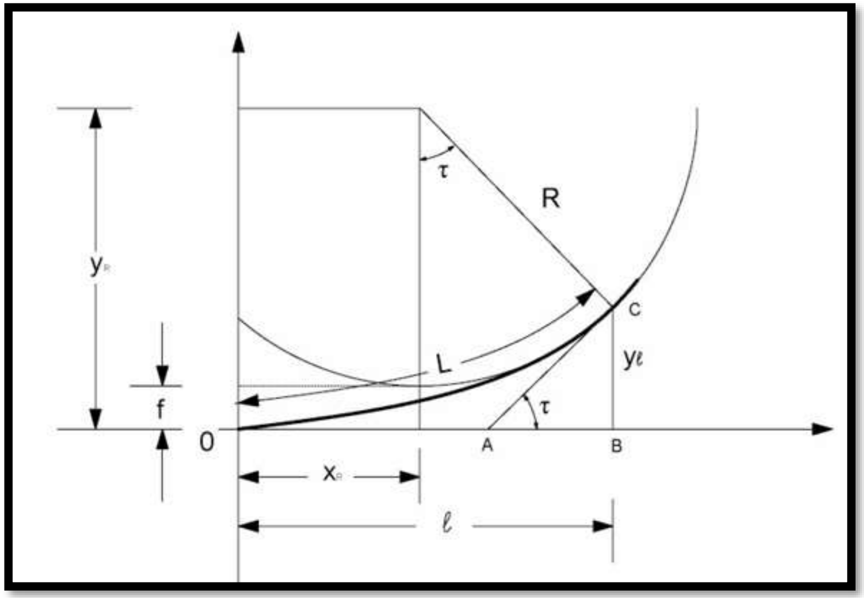
Cette courbe est d'un emploi limité, vu le maximum de sa courbure vite atteint. Elle ne convient qu'à des raccordements de très grands rayons ; utilisée dans les tracés de chemins de fer.



Parabole cubique

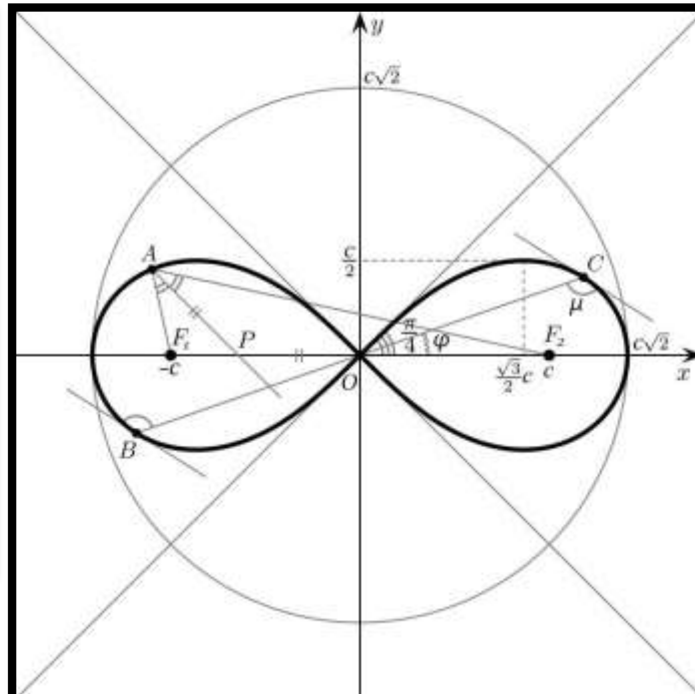
MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La parabole cubique [2]



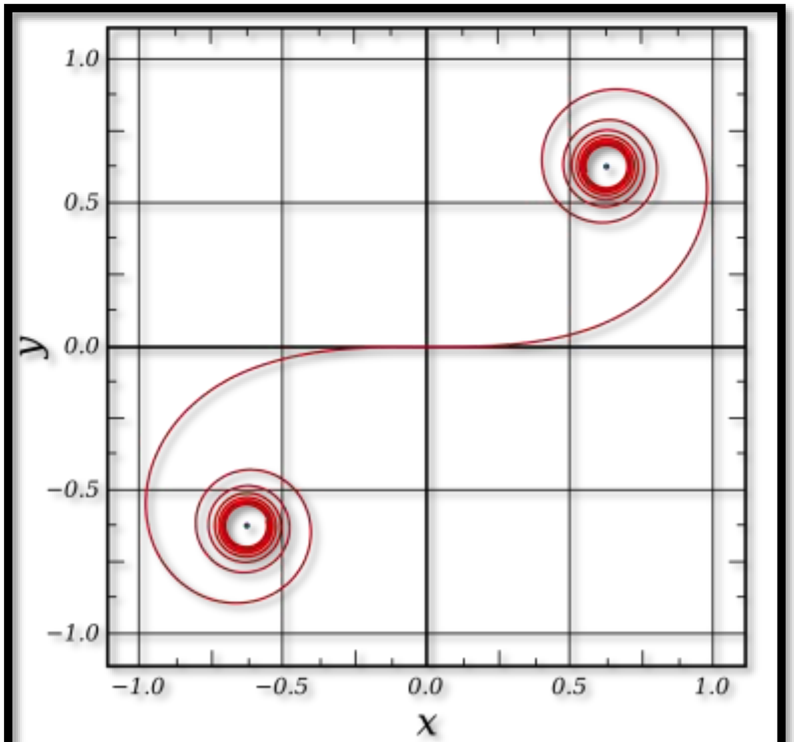
La lemniscate

Courbe utile pour certains problèmes de tracé de route, par exemple trèfle d'autoroute.



La clothoïde [1]

C'est une courbe utilisée sur les routes et les voies de chemin de fer pour raccorder une droite à un cercle. Cette courbe est plus connue sous la dénomination « **Spirale de Cornu** ».



MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La clothoïde [2]

C'est la trajectoire suivie par une voiture qui roule à vitesse constante V et dont le conducteur tourne le volant à une vitesse aussi constante. En effet le raccordement direct d'une droite à un cercle de rayon R pose beaucoup de problèmes : il faut tourner rapidement le volant et les passagers sont soumis brutalement à l'accélération radiale (V^2/R).

Elle permet le raccordement de deux éléments géométriques du tracé faisant entre eux un angle quelconque.

La clothoïde [3]

- Les coordonnées du point asymptotique J (centre) :

$$X_J = A\,\frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad \text{et} \quad Y_J = A\,\frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

- Expression mathématique de la clothoïde :

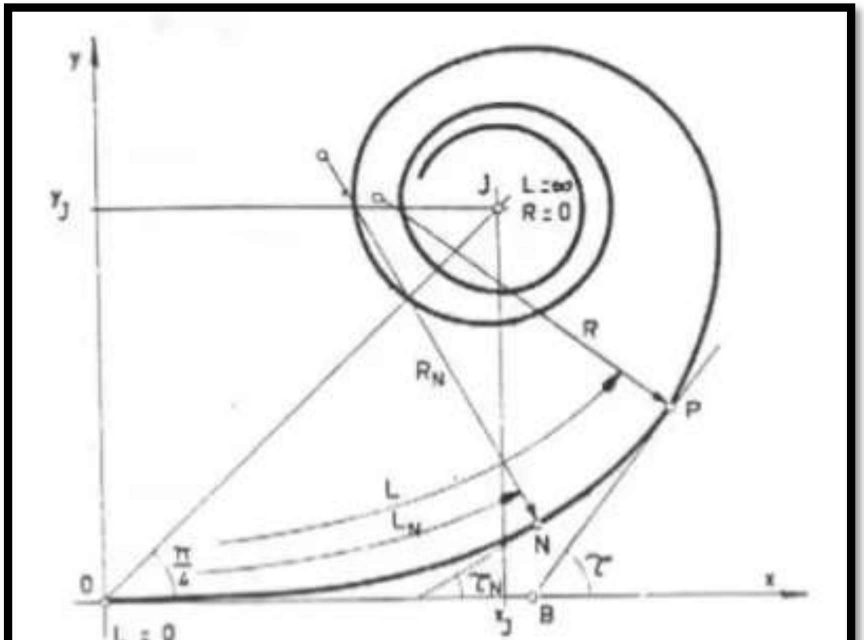
$$L \times R = A^2$$

Avec **R** : rayon de courbure en ce point (rayon du cercle osculateur)

L : longueur de la courbe entre l'origine et P

A : Paramètre de la clothoïde

La clothoïde est définie par une seule donnée : soit sa longueur **L**, soit son paramètre **A**.



J= point asymptotique de la clothoide (centre).

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La clothoïde [4]

Le choix d'une clothoïde doit respecter les conditions suivantes :

1. ***Condition optique*** la clothoïde doit satisfaire la condition de visibilité de la route en annonçant le virage et assurer un confort visuel à l'usager du raccordement.

$$A_{min} = R/3 \qquad et \qquad A_{max} = R$$

2. ***Condition d'existence*** (changement de la courbure de manière continue et régulière) pour que l'arc de cercle puisse exister, il faut que :

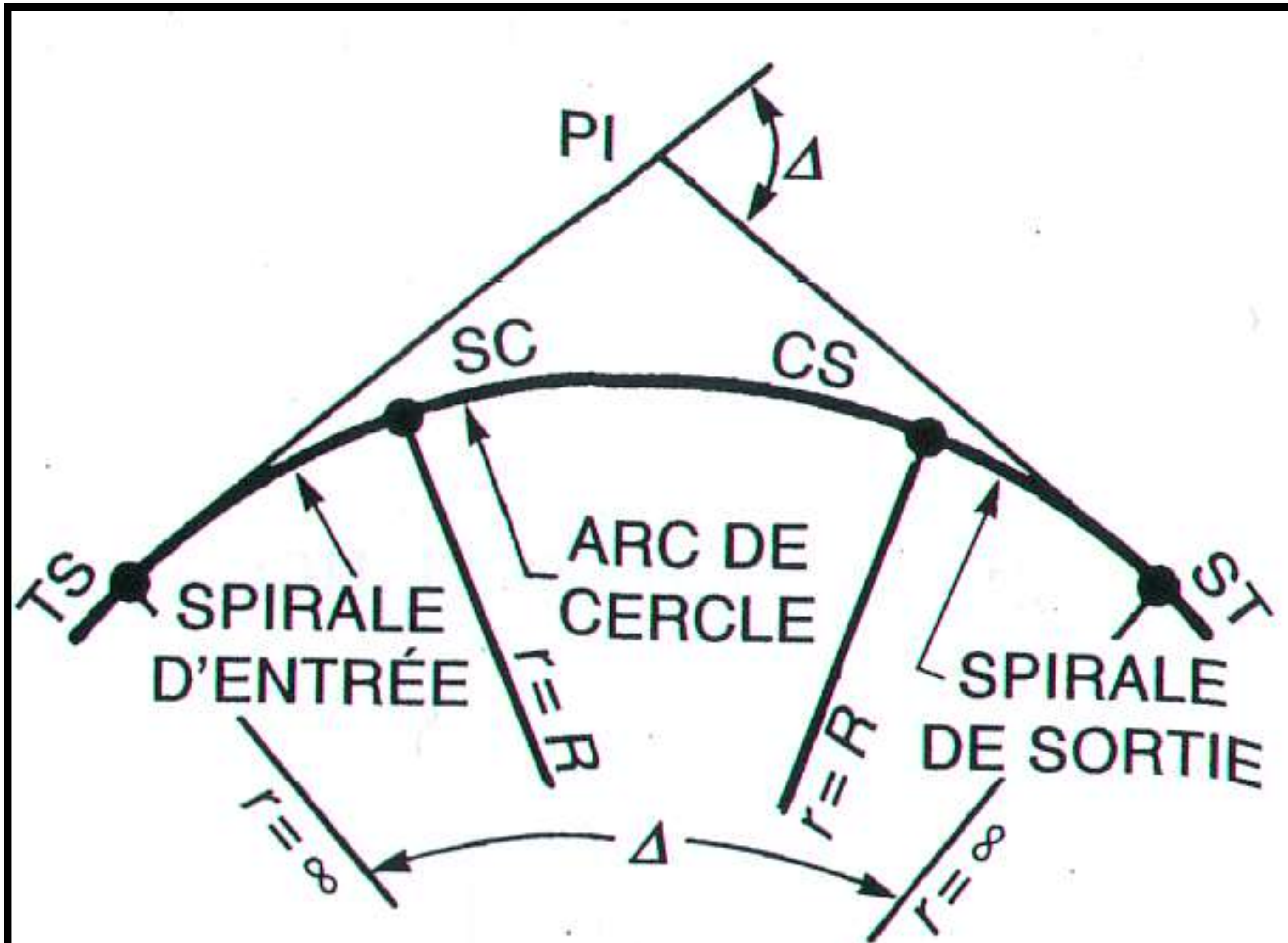
$$A < \frac{R}{10} \times \sqrt{\frac{\pi}{2} \times \Delta}$$

2. ***Condition du confort dynamique*** elle consiste à limiter pendant le temps du parcours de raccordement, la variation par unité de temps de l'accélération transversale.

3. ***Condition du gauchissement*** le raccordement doit assurer à la route un aspect satisfaisant dans les zones de variation de dévers.

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

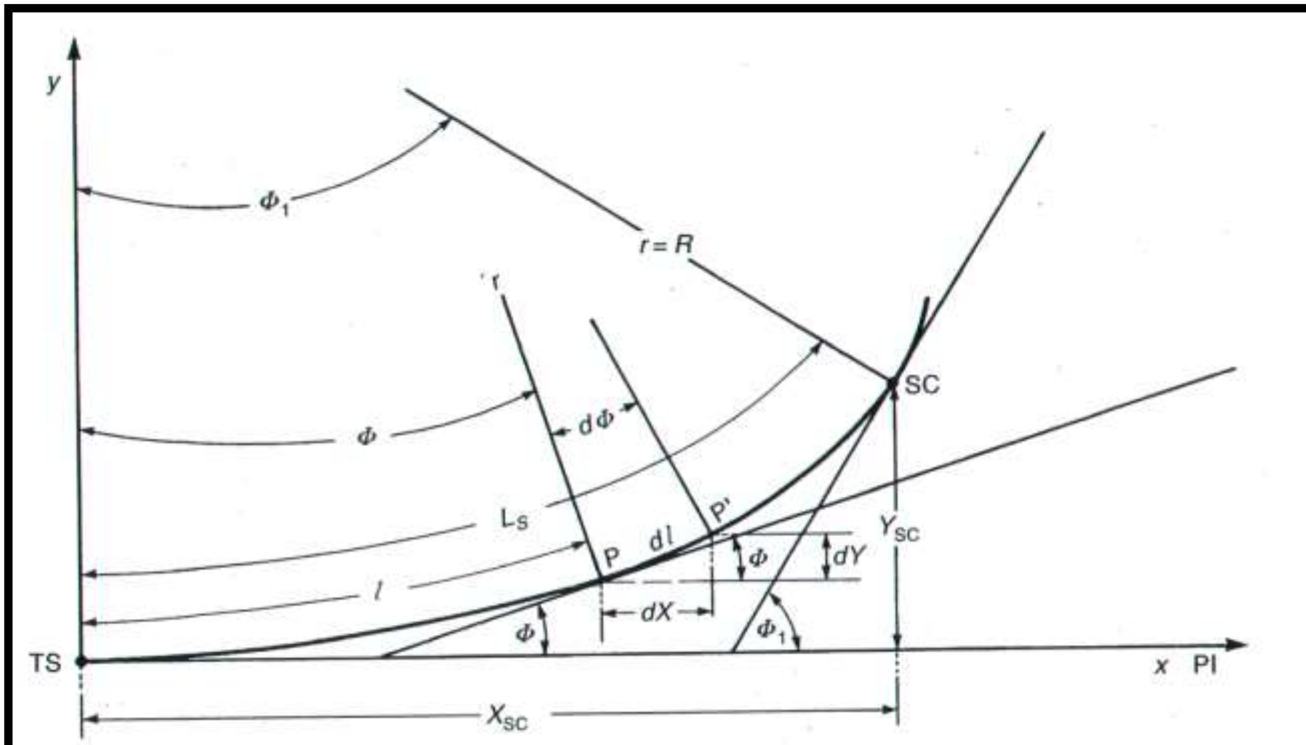
La clothoïde [5]



MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La spirale théorique

La courbe théorique obéit à une loi simple et exacte. C'est une courbe dont le rayon de courbure décroît, à un taux constant, depuis la tangence jusqu'à la courbe circulaire.



La spirale théorique

La caractéristique de la spirale mise sous forme mathématique donne :

$$r = K\left(\frac{1}{l}\right)$$

Si $l = L_S$, alors $r = R$ et, par conséquent :

$$rl = RL_S = K$$

d'où

$$\frac{1}{r} = \frac{l}{RL_S} \qquad (1)$$

Par ailleurs, on peut dire que :

$$dl = rd\Phi_{rad}$$

$$\frac{1}{r} = d\Phi/dl \qquad (2)$$

Si on regroupe les équations (1) et (2), on obtient:

$$\frac{l}{RL_S} = d\Phi/dl$$

$$d\Phi = \frac{l\,dl}{RL_S}$$

$$\Phi = \int \frac{l\,dl}{RL_S} = \frac{l^2}{2RL_S} + K$$

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La spirale théorique

Or, si $l = 0$, alors $\Phi = 0$ et, par conséquent :

$$K = 0$$

$$\Phi = l^2/2RL_S \qquad (3)$$

Si $l = L_S$, on a :

$$\Phi = \Phi_1$$

Et l'équation (3) devient

$$\Phi_1 = L_S/2R \qquad (4)$$

Ou encore

$$\Phi_1{}^{\circ} = \frac{L_S}{2R} \times \frac{180^{\circ}}{\pi} = \frac{90^{\circ}\, L_S}{\pi R} \qquad (5)$$

De plus dans la figure on a :

$$dX = dl \cos \Phi$$

$$dY = dl \sin \Phi$$

$$X = \int dl \cos \Phi$$

$$\cos \Phi = 1 - \frac{\Phi^2}{2\,!} + \frac{\Phi^4}{4\,!} - \frac{\Phi^6}{6\,!} + \ldots$$

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La spirale théorique

Or, d'après l'équation (3), on sait que :

$$\Phi = \frac{l^2}{2RL_S}$$

alors :

$$X = \int \left(1 - \frac{l^4}{8R^2 L_S{}^2} + \frac{l^8}{384 R^4 L_S{}^4} - \frac{l^{12}}{46\,080 R^6 L_S{}^6} + \ldots \right) dl$$

$$= l - \frac{l^5}{40 R^2 L_S{}^2} + \frac{l^9}{3456 R^4 L_S{}^4} - \frac{l^{13}}{599\,040 R^6 L_S{}^6} + \ldots + \mathrm{K}$$

Or, si $l = 0$, alors $X = 0$ et $\mathrm{K} = 0$, d'où :

$$X = l - \frac{l^5}{40 R^2 L_S{}^2} + \frac{l^9}{3456 R^4 L_S{}^4} - \frac{l^{13}}{599\,040 R^6 L_S{}^6} + \ldots \qquad (6)$$

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La spirale théorique

Par ailleurs, pour Y, on a :

$$Y = \int dl \sin \Phi$$

$$\sin \Phi = \Phi - \frac{\Phi^3}{3\,!} + \frac{\Phi^5}{5\,!} - \frac{\Phi^7}{7\,!} + \ldots$$

En remplaçant Φ par $l^2/2RL_S$, on obtient :

$$Y = \int \left(\frac{l^2}{2RL_S} - \frac{l^6}{48R^3L_S{}^3} + \frac{l^{10}}{3840R^5L_S{}^5} - \frac{l^{14}}{645\,120R^7L_S{}^7} + \ldots \right) dl$$

$$= \frac{l^3}{6RL_S} - \frac{l^7}{336R^3L_S{}^3} + \frac{l^{11}}{42\,240R^5L_S{}^5} - \frac{l^{15}}{9\,676\,800R^7L_S{}^7} + \ldots + \mathrm{K}$$

Or, si $l = 0$, alors $Y = 0$ et $\mathrm{K} = 0$. Ainsi :

$$Y = \frac{l^3}{6RL_S} - \frac{l^7}{336R^3L_S{}^3} + \frac{l^{11}}{42\,240R^5L_S{}^5} - \frac{l^{15}}{9\,676\,800R^7L_S{}^7} + \ldots \qquad (7)$$

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

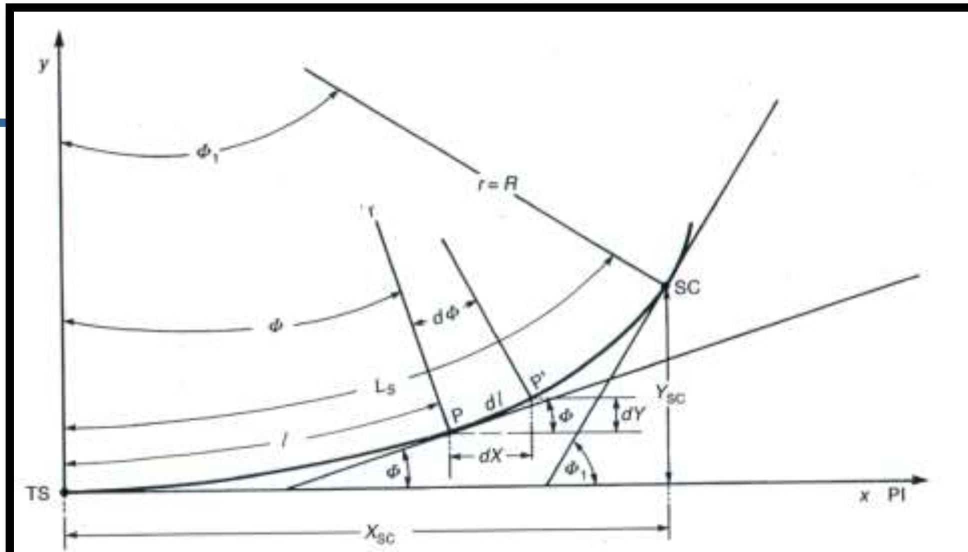
La spirale théorique

Les équations (6) et (7) représentent l'équation de la spirale en coordonnées rectangulaires.

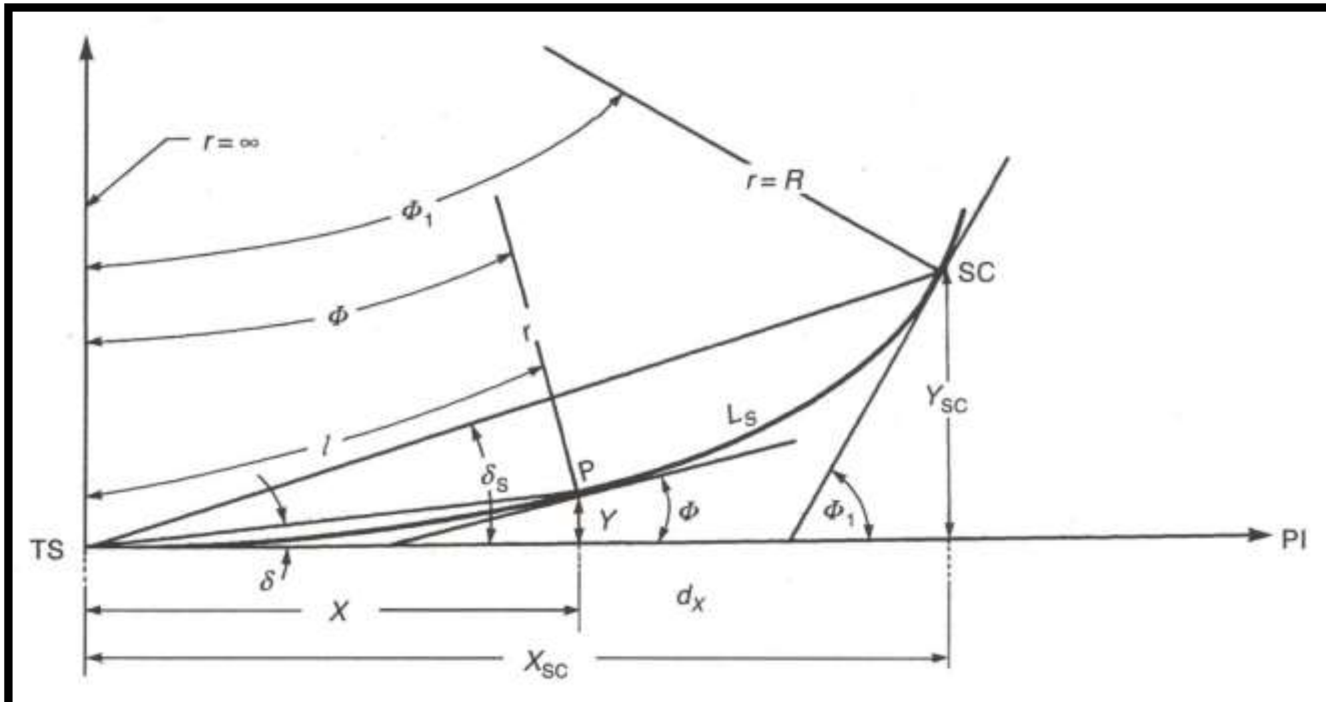
Dans ces expressions, si on prend $l = L_s$ *, on obtient pour SC :*

$$X_{SC} = L_S - L_S{}^3/40R^2 + L_S{}^5/3456R^4 - \ldots$$

$$Y_{SC} = L_S{}^2/6R - L_S{}^4/336R^3 + L_S{}^6/42\,240R^5 - \ldots$$



La spirale théorique (les angles de déviation)



L'angle de déviation est donné par la relation :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{Y}{X} \qquad (8)$$

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La spirale théorique (les angles de déviation)

Si on reporte les équations (6) et (7) dans l'équation (8) on obtient :

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{l^3/6RL_S - l^7/336R^3{L_S}^3 + \ldots}{l - l^5/40R^2{L_S}^2 + \ldots}$$

$$\delta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{l^2}{6RL_S} + \frac{l^6}{840R^3{L_S}^3} + \ldots\right)$$

Après développement, on obtient :

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{l^3/6RL_S - l^7/336R^3{L_S}^3 + \ldots}{l - l^5/40R^2{L_S}^2 + \ldots}$$

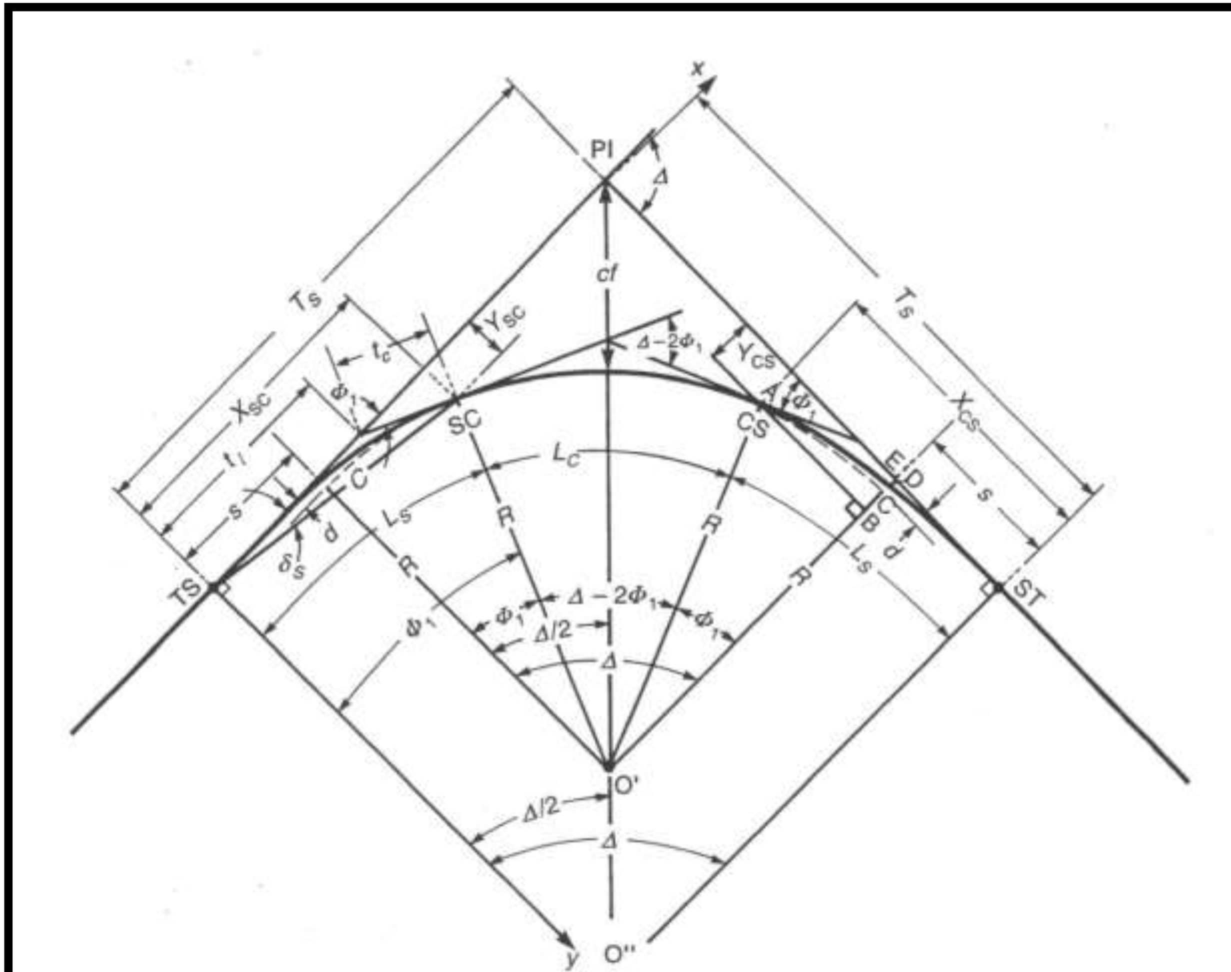
$$\delta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{l^2}{6RL_S} + \frac{l^6}{840R^3{L_S}^3} + \ldots\right)$$

Ou encore :

$$\delta = \delta_S\,(l/L_S)^2$$

MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

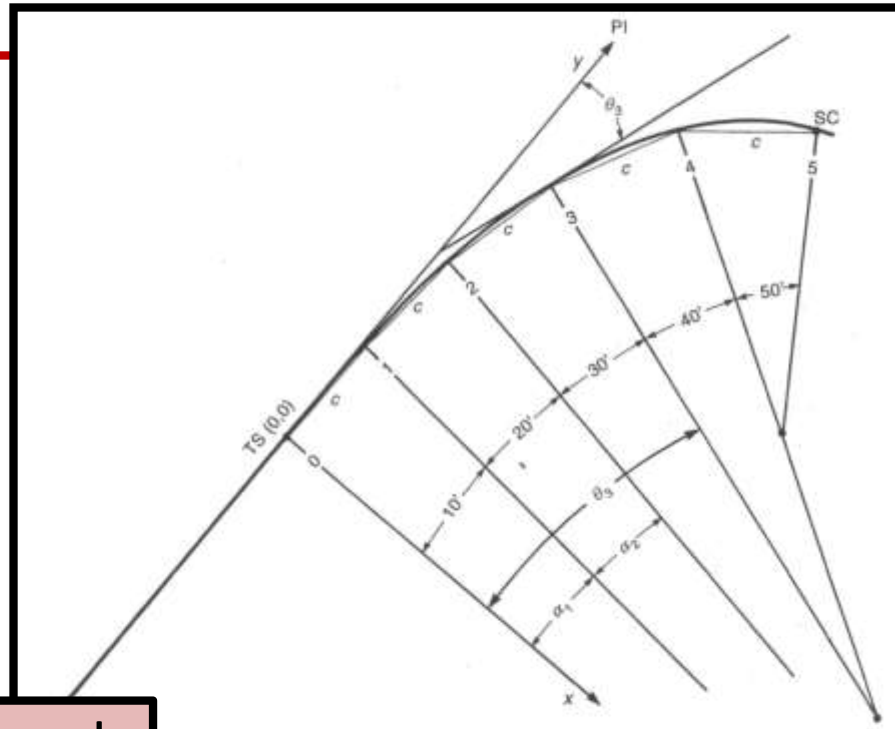
Le raccordement de l'arc de cercle à la spirale



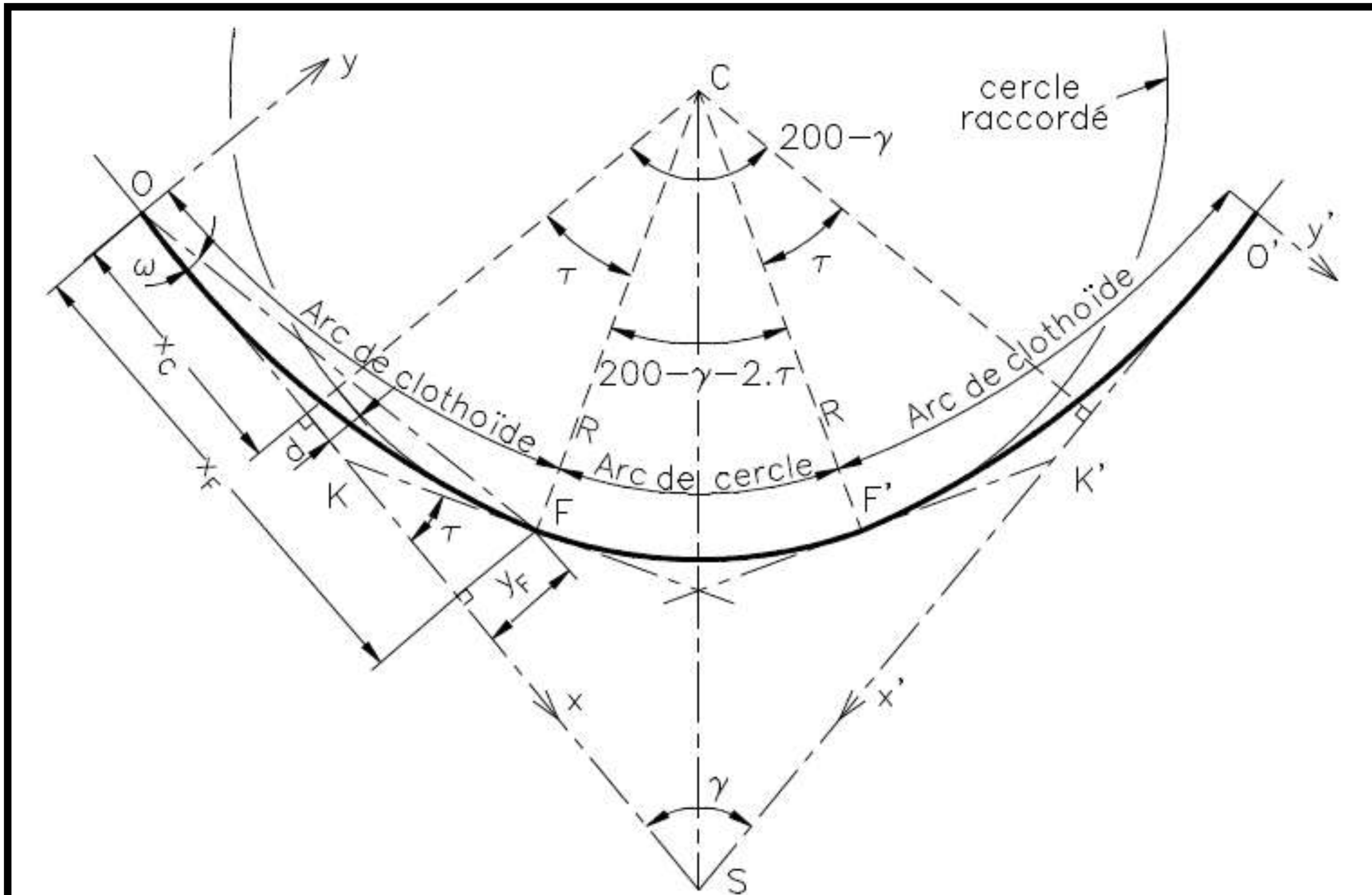
MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

La spirale pratique

La spirale pratique diffère de la spirale théorique par la longueur des arcs de cercle qui la forment. La spirale théorique est une succession d’arcs de cercle infiniment petits, tandis que la spirale pratique est constituée de cordes de même longueur. Celles-ci sont sous-tendues par des angles au centre α en progression arithmétique, dont le premier terme et la raison sont 10’, ce qui donne une variation uniforme du rayon de courbure. L’angle au centre, α_n, de la nième corde est égal à 10 n.

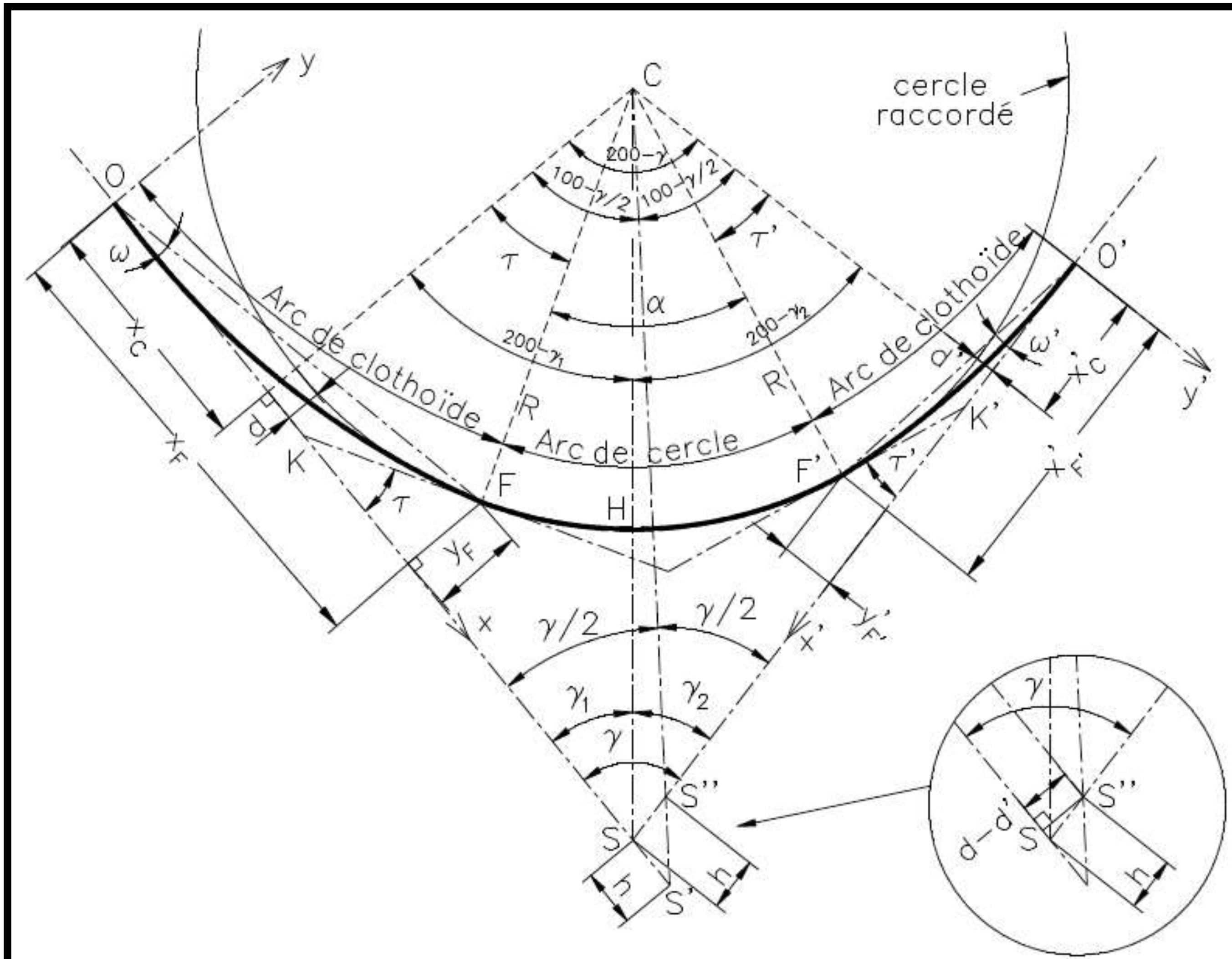


LA CLOTHOÏDE SYMÉTRIQUE



MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz

LA CLOTHOÏDE DISSYMÉTRIQUE



MELOUKA Smaïn, smain.melouka@univ-tlemcen.dz