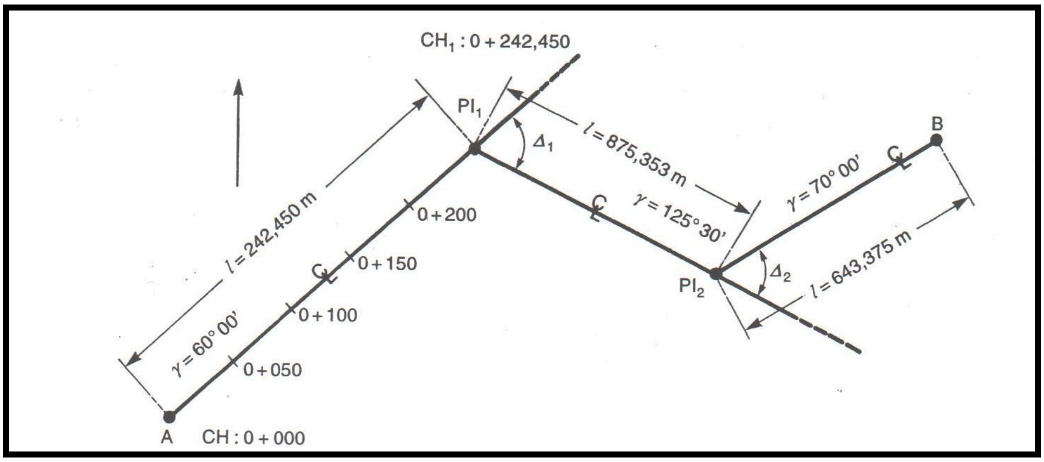
Université de Tlemcen
Institut des Sciences et Techniques Appliquées
Spécialité **Géomètre Topographe**

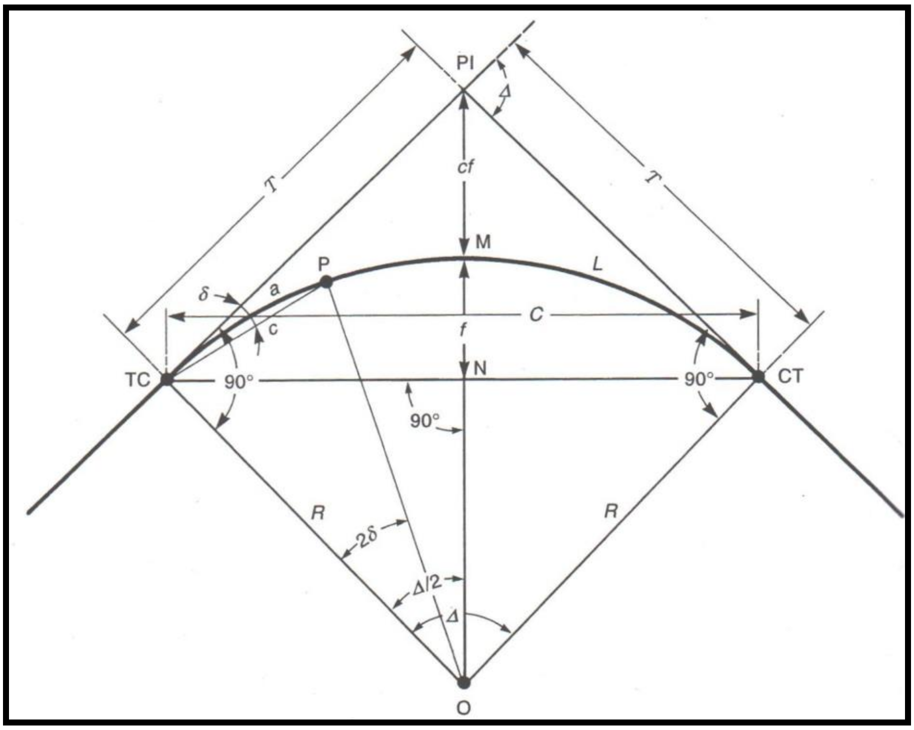
TOPOGRAPHIE
Melouka S.

Topographie routière
[Raccordements Circulaires]

Caractéristiques de la courbe circulaire simple



Le chaînage le long de la ligne centrale



La courbe circulaire simple

Le chaînage des points caractéristiques s'exprime comme suit :

$$\text{Ch TC} = \text{Ch PI} - T$$
$$\text{Ch CT} = \text{Ch TC} + L$$

TC = le point de raccordement de la tangente et de l'arc de cercle (commencement de la courbe)
CT = le point de raccordement de l'arc de cercle et de la tangente (fin de la courbe)
R = le rayon de la courbe circulaire
PI = le point d'intersection des alignements (ou des tangentes)
Δ = l'angle de déflexion entre les alignements
T = la longueur de la tangente
L = la longueur de la courbe selon l'arc
C = la corde principale, celle reliant le TC au CT
c = la corde intermédiaire
a = la longueur d'un arc intermédiaire
f = la flèche principale ou la flèche intermédiaire
cf = la contre-flèche principale
δ = l'angle de déviation entre la tangente et la corde intermédiaire
O = le centre de courbure de la courbe circulaire

$$T = R \operatorname{tg} \frac{\Delta}{2}$$

$$f = R - R\cos\frac{\Delta}{2} = R\left(1 - \cos\frac{\Delta}{2}\right)$$

$$cf = R\sec\frac{\Delta}{2} - R = R\left(\sec\frac{\Delta}{2} - 1\right)$$

$$\delta = \sin^{-1}\left(\frac{c}{2R}\right)$$

$$C = 2R\sin\left(\frac{\Delta}{2}\right)$$

$$a = L\left(\frac{2\delta}{\Delta}\right) = 2L\left(\frac{\delta}{\Delta}\right)$$

$$L = R\Delta_{\text{rad}} = \frac{\pi\Delta^\circ R}{180^\circ}$$

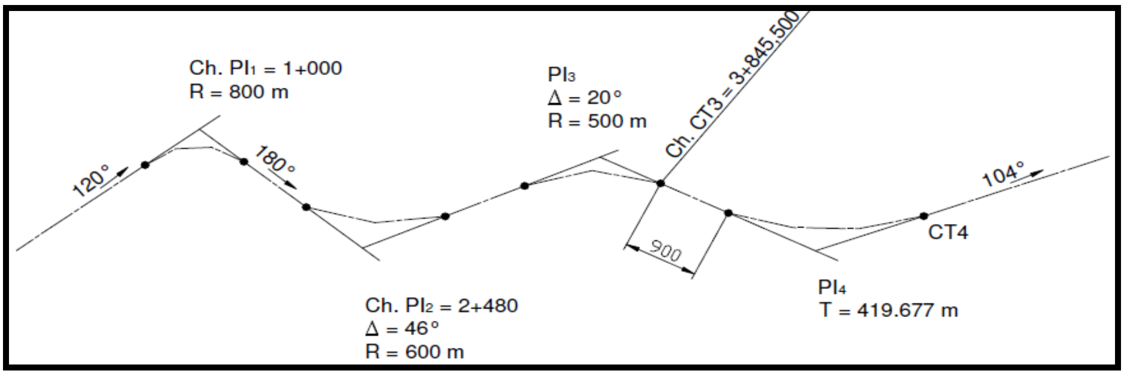
$$\delta^\circ = \frac{a\Delta^\circ}{2L} = \frac{90^\circ a}{\pi R}$$

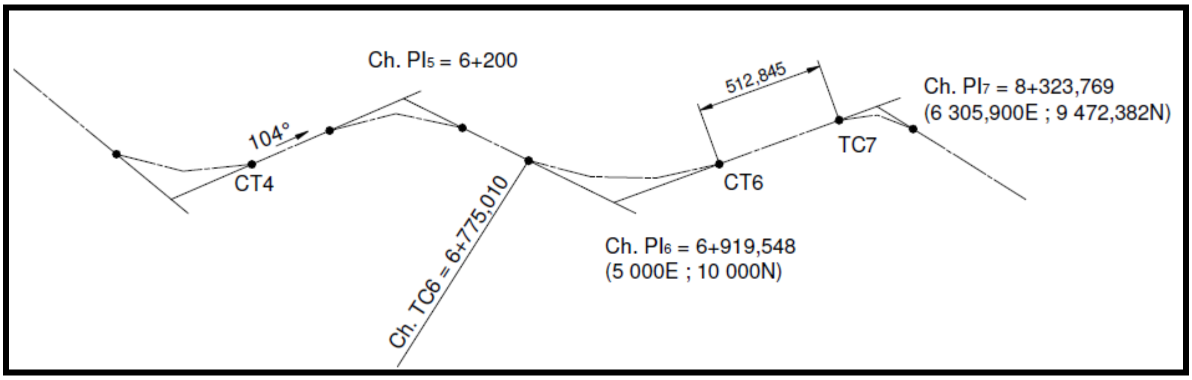
$$c = 2R\sin\delta$$

2

Exercice 1 *Raccordement circulaire simple*

Soit le tronçon routier suivant :

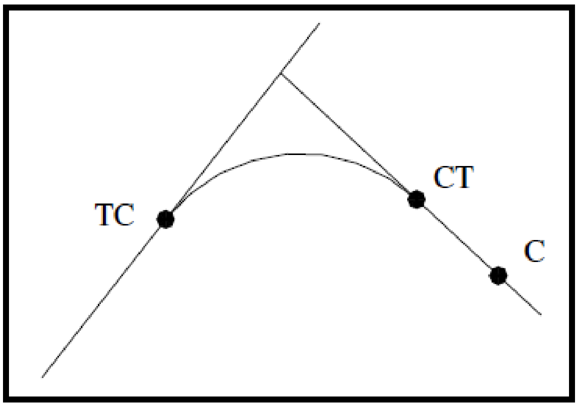




(1) Déterminer les chaînages TC1 et CT1 de la première courbe.
(2) Quelle est la distance entre CT1 et TC2 ?
(3) Quel est le chaînage de PI3 ?
(4) Quel est le chaînage de CT4 ?
(5) Quels sont les chaînages de CT6 et TC7 ?

Exercice 2 *Raccordement circulaire simple*

Soit le raccordement circulaire suivant :



Ch. C :	2+200,400
Rayon :	300,000 m
Gis TC-PI :	159°40’
Coordonnées C :	1 500,000 E ; 4 500,000 N
Coordonnées PI :	2 000,000 E ; 5 000,000 N

(1) Déterminer les chaînages TC, PI et CT.
(2) Comment implanter le chaînage 1+520 si une station totale est installée sur le TC et que l’orientation est faite sur le PI avec un gisement arbitraire de 0° ?
(3) Déterminer les coordonnées du chaînage 1+520.
(4) Comment implanter le chaînage 1+800 si une station totale est installée sur le point CT et que l’orientation est faîte sur le chaînage 1+520 avec un gisement arbitraire de 0° ?

Exercice 3 *Raccordement circulaire simple*

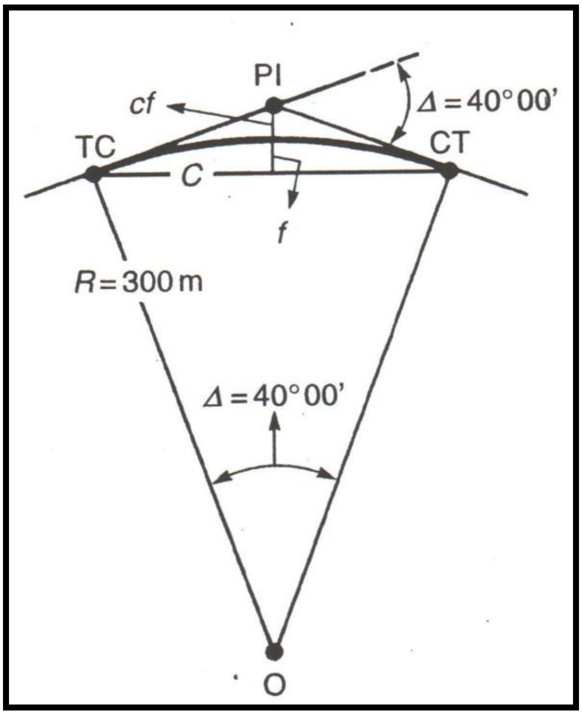
Si la contre-flèche d’une courbe circulaire mesure 207,107 m et que la flèche principale est de 146,447 m, quels sont le rayon et l’angle au centre de cette courbe ?

Exercice 4 *Raccordement circulaire simple*

Soit deux alignements horizontaux à relier par une courbe circulaire. Si R = 300,000 m, Δ = 40° et le chaînage du PI = 1 + 840,000 :

(1) Calculer les éléments de la courbe ;

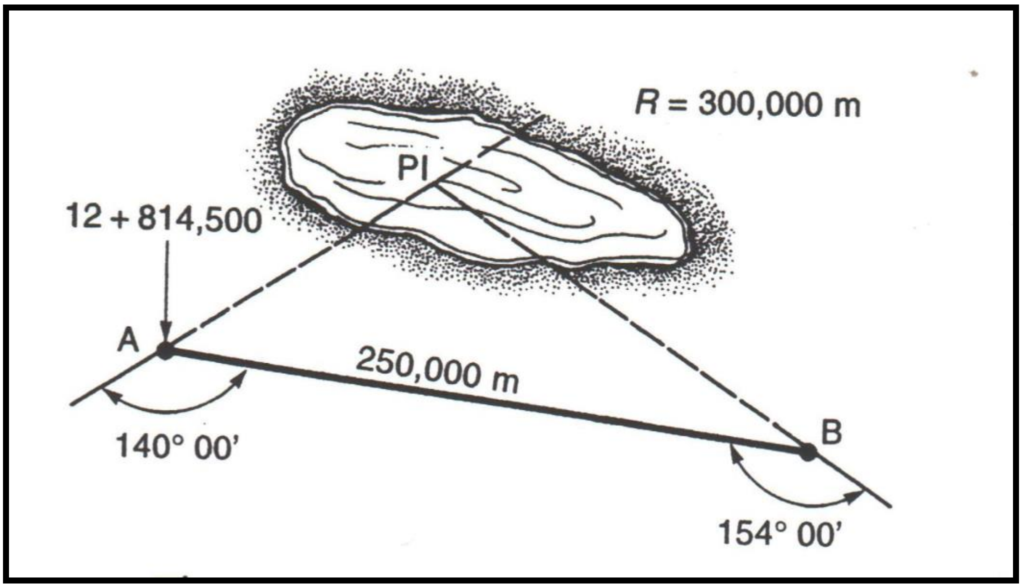
(2) Rédiger le carnet de notes qui permettra de piqueter cette courbe circulaire, si les chaînages sont des multiples de 30 m.



4

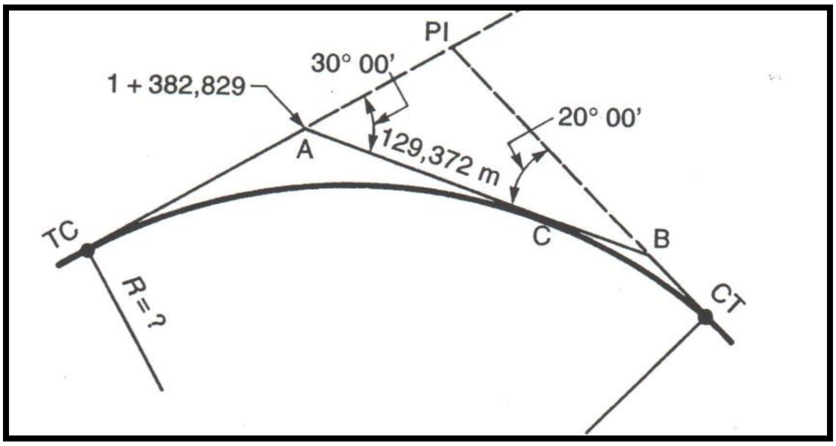
Exercice 5 *Raccordement circulaire simple (PI inaccessible)*

On doit relier deux alignements horizontaux par une courbe circulaire. En fonction de la figure qui suit, rédiger le carnet de notes qui permettra de piqueter cette courbe.



Exercice 6 *Raccordement circulaire simple*

On désire raccorder deux alignements horizontaux par une courbe circulaire simple, tangente à la droite AB au point C. le chaînage du point A est de 1 + 382,829 et la distance AB, de 129,372 m. Calculer le rayon de courbure et le chaînage du TC et du CT de cette courbe.

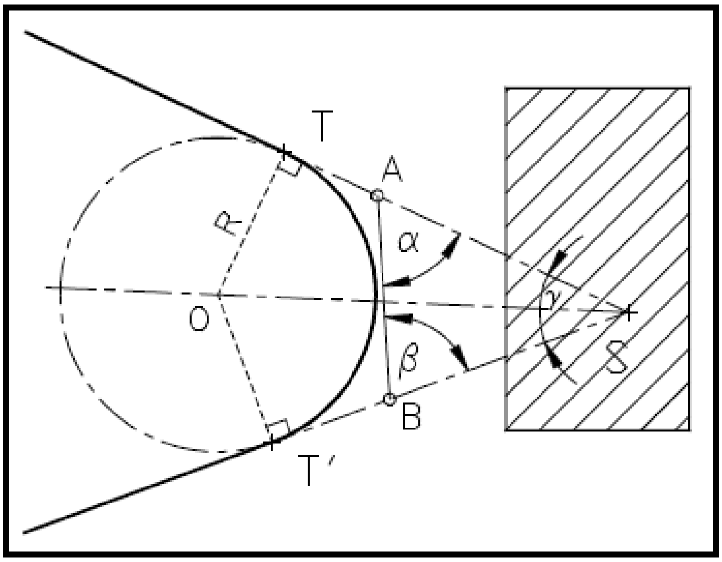


Exercice 7 *Raccordement circulaire simple*

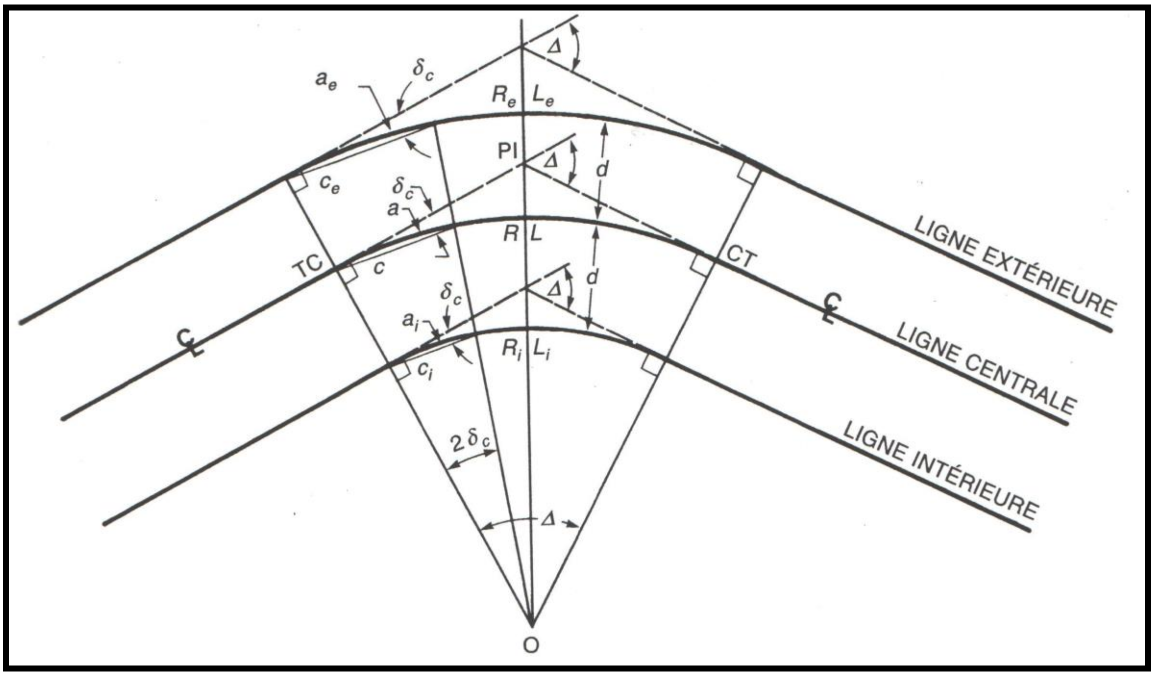
Soit un raccordement circulaire simple de rayon R = 208,660 m entre deux alignements droits ST et ST'. Le sommet S est inaccessible. Un opérateur stationne un théodolite en deux points A et B des alignements et effectue les mesures du tableau ci-dessous.

Station	Pt. visé	Hz_{CG} (gon)	Hz_{CD} (gon)	*Dh* (m)
A	**B**	15,332	215,333	271,06
	T	147,049	347,049	
B	**T'**	87,145	287,146	
	A	205,616	5,616	271,08

Calculer les distances d'implantation des points de tangence T et T'



Caractéristiques des courbes circulaires simples en parallèle



Les courbes circulaires simples en parallèle

R, L = le rayon et la longueur de la courbe centrale
R_e, L_e = le rayon et la longueur de la courbe extérieure
R_i, L_i = le rayon et la longueur de la courbe intérieure
a, c = l'arc et la corde le long de la ligne centrale
a_e, c_e = l'arc et la corde le long de la ligne extérieure
a_i, c_i = l'arc et la corde le long de la ligne intérieure
d = la distance radiale qui sépare la courbe centrale de la courbe extérieure ou intérieure

$$L = \frac{\pi \Delta^\circ R}{180^\circ}$$

$$R_e = R + d$$

$$L_e = \frac{\pi \Delta^\circ}{180^\circ}(R + d)$$

$$R_i = R - d$$

$$L_i = \frac{\pi \Delta^\circ}{180^\circ}(R - d)$$

$$L_e = L\left(\frac{R + d}{R}\right)$$

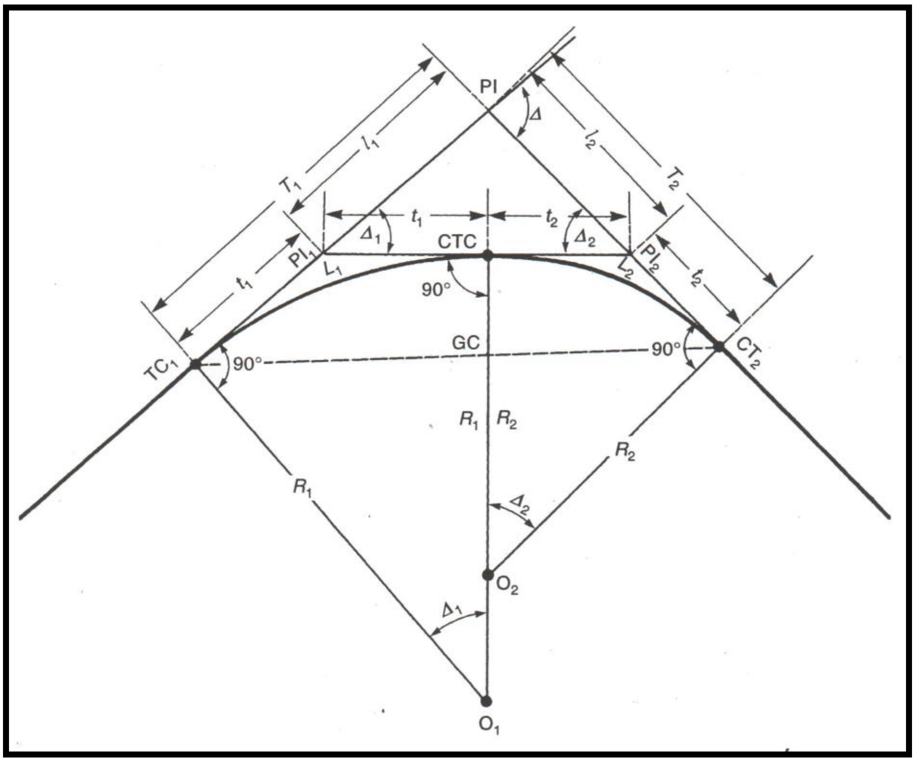
$$L_e - L = L - L_i = \frac{\pi \Delta^\circ d}{180^\circ}$$

$$L_i = L\left(\frac{R - d}{R}\right)$$

Exercice 8 *Courbes circulaires en parallèle*

Rédiger le carnet de notes qui permettra de piqueter les trois arcs concentriques de la figure précédente, en tenant compte des données suivantes : le chaînage du PI = 1 + 814,000, R = 400,000 m, l'angle de déflexion Δ = 42,5° et la distance d = 20,000 m. le piquetage des arcs extérieur et intérieur doit se faire avec les mêmes angles de déviation que ceux utilisés pour la courbe centrale, et le chainage de la ligne centrale doit être un multiple de 30 m.

Caractéristiques du raccordement circulaire composé double



Raccordement circulaire double

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$$

$t_1 + t_2$ = distance horizontale entre PI_1 et PI_2

$$t_1 = R_1 \operatorname{tg} \Delta_1/2$$
$$t_2 = R_2 \operatorname{tg} \Delta_2/2$$

$$l_1 = (t_1 + t_2)\frac{\sin \Delta_2}{\sin \Delta}$$

$$l_2 = (t_1 + t_2)\frac{\sin \Delta_1}{\sin \Delta}$$

$$T_1 = t_1 + l_1$$
$$T_2 = t_2 + l_2$$

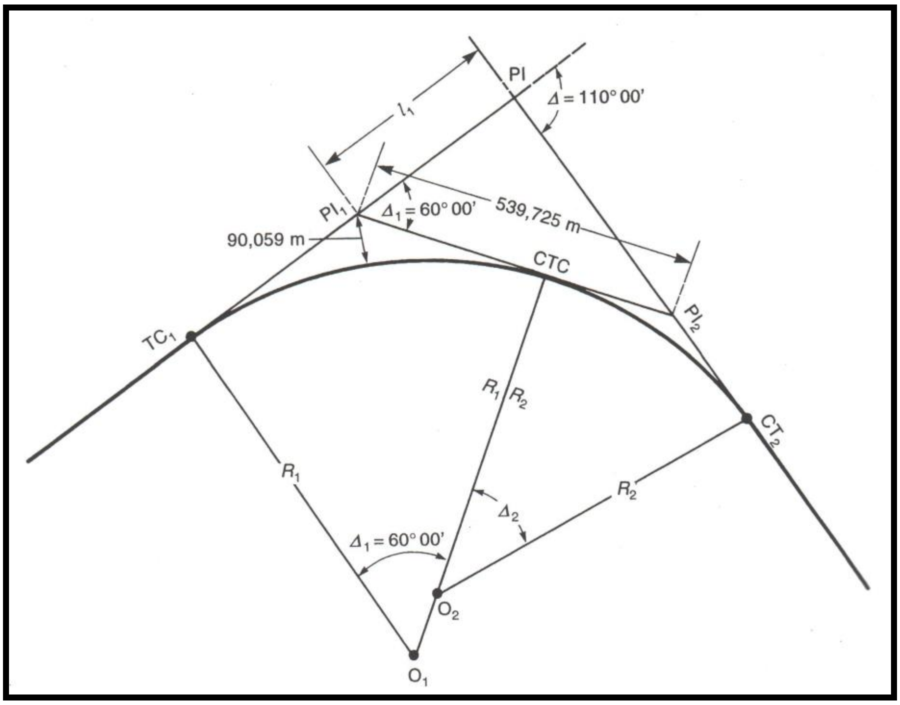
$$L_1 = \frac{\pi \Delta_1^\circ R_1}{180^\circ}$$
$$L_2 = \frac{\pi \Delta_2^\circ R_2}{180^\circ}$$

$$GC = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 - 2T_1T_2\cos(180^\circ - \Delta)}$$

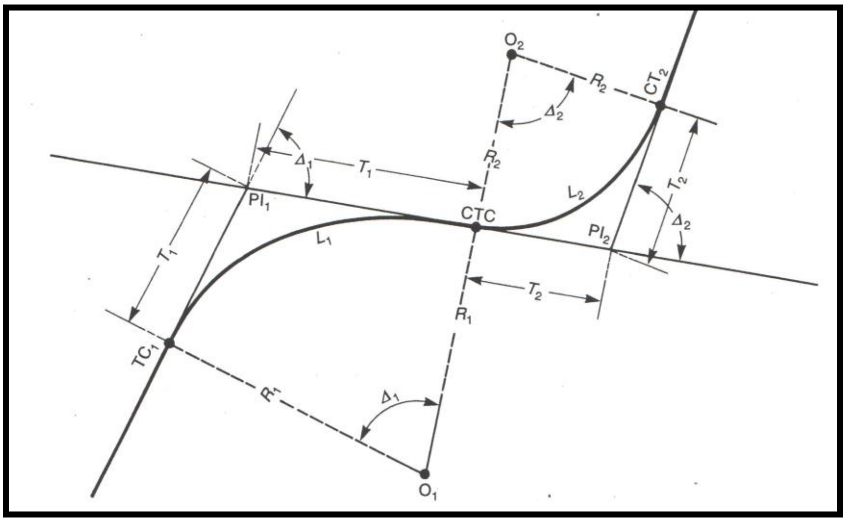
$$\text{Ch TC}_1 = \text{Ch PI} - T_1$$
$$\text{Ch CTC} = \text{Ch TC}_1 + L_1$$
$$\text{Ch CT}_2 = \text{Ch CTC} + L_2$$

Exercice 9 *Raccordement circulaire double*

On doit relier deux alignements horizontaux par une courbe circulaire composée de deux arcs de cercle. On sait que la valeur de la contre-flèche mesurée sur la bissectrice de la première courbe circulaire = 90,059 m, la distance horizontale entre PI_1 et PI_2 = 539,725 m, le chaînage du PI = 0 + 862, Δ_1 = 60,000°. Compte tenu de ces données, calculer le chaînage des points caractéristiques.



Caractéristiques de la courbe circulaire renversée



Raccordement circulaire renversé

Distance de PI_1 à PI_2	$= T_1 + T_2$
Distance O_1O_2	$= R_1 + R_2$
Ch TC_1	$= \text{Ch } PI_1 - T_1$
Ch CTC	$= \text{Ch } TC_1 + L_1$
Ch CT_2	$= \text{Ch CTC} + L_2$

Exercice 10 *Raccordement circulaire renversé*

Calculer le chaînage des points caractéristiques ainsi que la distance O_1O_2 du raccordement circulaire renversé de la figure qui précède, sachant que :

Ch PI_1 = 2 + 450,148

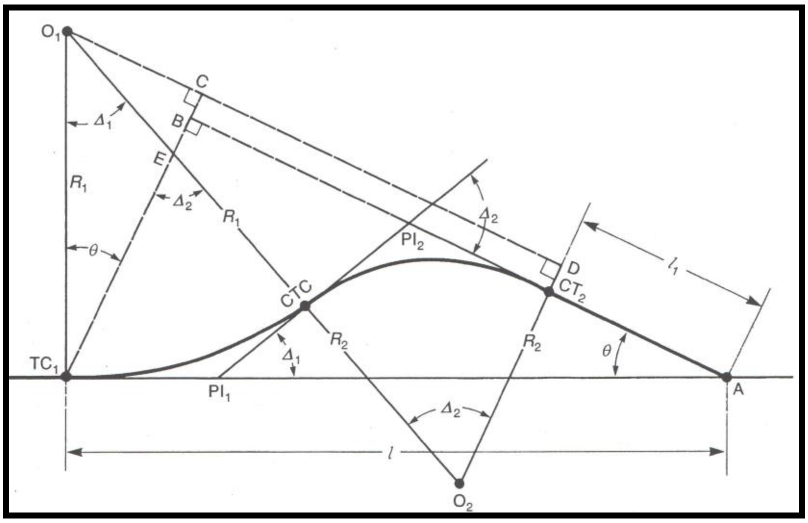
Δ_1 = 50,000°

Δ_2 = 60,000°

R_1 = 800,000 m

La distance entre PI_1 et PI_2 est égale à 719,456 m.

Caractéristiques de la courbe circulaire renversée entre deux alignements sécants (non parallèles)



Raccordement circulaire renversé entre deux alignements sécants

$$(\text{de TC}_1 \text{ à B}) = l \sin\theta$$

$$(\text{de TC}_1 \text{ à C}) = R_1 \cos\theta$$

$$\cos\Delta_2 = \frac{O_2D}{O_1O_2} = \frac{R_2 + (\text{de CT}_2 \text{ à D})}{R_1 + R_2}$$

$$\Delta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{R_2 + R_1\cos\theta - l\sin\theta}{R_1 + R_2}\right)$$

$$\Delta_2 = \Delta_1 + \theta$$

$$\Delta_1 = \Delta_2 - \theta$$

$$l_1 + (\text{de B à CT}_2) = l\cos\theta$$

$$(\text{de B à CT}_2) = CD = DO_1 - CO_1$$

$$DO_1 = (R_1 + R_2)\sin\Delta_2$$

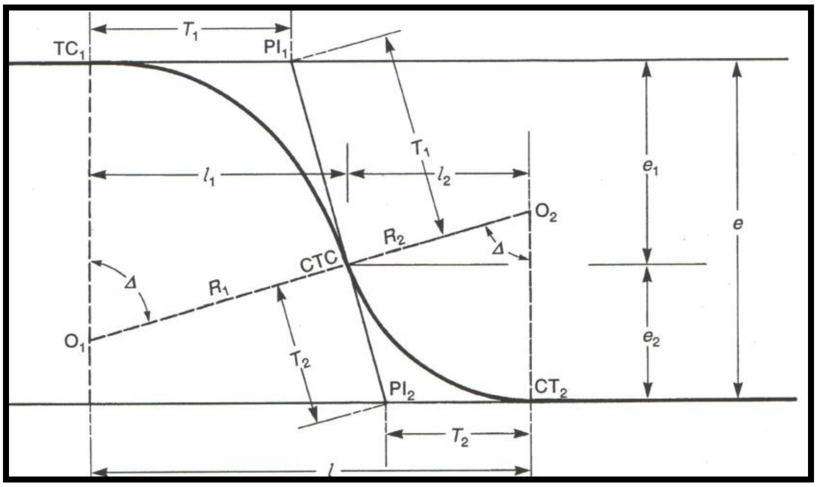
$$CO_1 = R_1 \sin\theta$$

$$l_1 = l\cos\theta + R_1\sin\theta - (R_1 + R_2)\sin\Delta_2$$

Exercice 11 *Raccordement circulaire renversé entre deux alignements sécants*

Calculer la distance l_1 qui sépare le CT_2 du point d'intersection A des deux alignements de la figure précédente si la distance entre le TC_1 et A = 314,264 m, R_1 = 300,000 m, R_2 = 160,000 m et l'angle θ = 36.333°.

Caractéristiques du raccordement circulaire renversé entre deux alignements parallèles



Raccordement circulaire renversé entre deux alignements parallèles

$$l = l_1 + l_2$$

$$l_1 = R_1 \sin \Delta$$

$$l_2 = R_2 \sin \Delta$$

$$l = (R_1 + R_2) \sin \Delta$$

$$e_1 = R_1 - R_1 \cos \Delta$$

$$e_2 = R_2 - R_2 \cos \Delta$$

$$e = e_1 + e_2$$

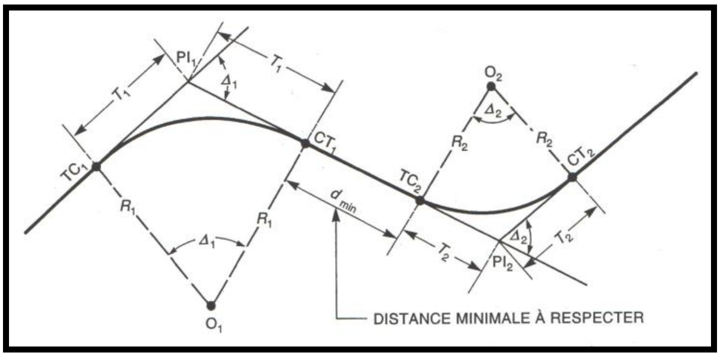
$$e = (R_1 + R_2)(1 - \cos \Delta)$$

$$R = R_1 = R_2$$

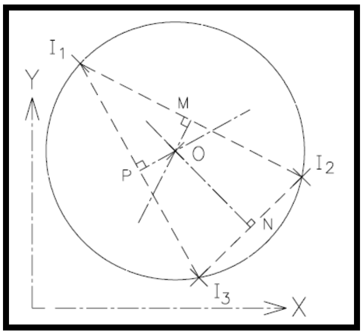
$$l = 2R \sin \Delta$$

$$e = 2R(1 - \cos \Delta)$$

Raccordement circulaire pseudo-renversé



Cercle défini par trois points



On cherche le centre et le rayon du cercle passant par trois points donnés. Les données sont I_1, I_2 et I_3.
Les trois médiatrices des trois côtés du triangle inscrit (I_1-I_2-I_3) se coupent au centre du cercle O.
On peut, par exemple, calculer l'intersection des médiatrices issues de M et N à partir des formules de Delambre.
Les coordonnées de M, milieu de I_1I_2 et de N, milieu de I_2I_3, sont les suivantes :

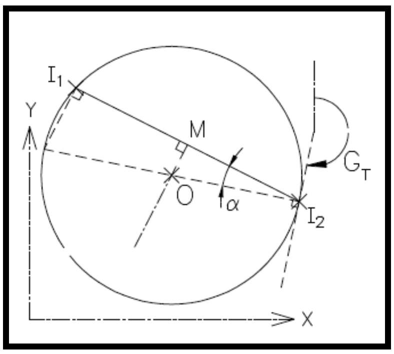
$$M \left(\frac{X_{I1}+X_{I2}}{2} \; ; \; \frac{Y_{I1}+Y_{I2}}{2}\right) \text{ et } N \left(\frac{X_{I2}+X_{I3}}{2} \; ; \; \frac{Y_{I2}+Y_{I3}}{2}\right)$$

Les gisements nécessaires sont : $G_{MO} = G_{I1I2} + 100$ et $G_{NO} = G_{I2I3} + 100$
Les formules de Delambre donnent X_O et Y_O.
Le rayon se calcule par $R = OI_1 = OI_2 = OI_3$; ce calcul sert également de contrôle.

Exercice 12 *Cercle défini par trois points*

Donnez les caractéristiques du cercle passant par I_1 (45,34 ; 98,75), I_2 (121,54 ; 44,54) et I_3 (73,13 ; 33,21).

Cercle défini par deux points et la tangente en un des deux points



On cherche le centre et le rayon du cercle passant par deux points donnés et tangents à une droite donnée passant par un des deux points. Les données sont I_1, I_2 et G_T.
La médiatrice de I_1I_2 et la perpendiculaire à la tangente passant par I_2 se coupent au centre du cercle O. On peut, par exemple, calculer l'intersection de ces deux droites à partir des formules de Delambre.
Les coordonnées de M, milieu de I_1I_2 sont :

$$M \left(\frac{X_{I1}+X_{I2}}{2}\ ;\ \frac{Y_{I1}+Y_{I2}}{2}\right)$$

On a $G_{MO} = G_{I1\,I2} + 100$ et $G_{I2\,O} = G_T + 100$.

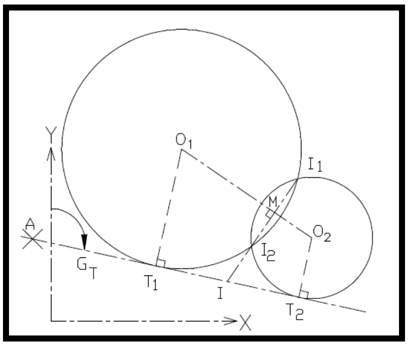
Les formules de Delambre donnent les coordonnées (X_O ; Y_O).
Le rayon R est calculé par : $R = I_1 O = I_2 O$.
À titre de **vérification**, ou bien si le rayon R est la seule valeur cherchée, on peut aussi calculer :
$\alpha = G_{I2\,I1} - G_{I2\,O} = G_{I2\,I1} - (G_T + 100)$ et en déduire

$$R = \frac{I_1I_2}{2\cos\alpha}$$

Exercice 13 *Cercle défini par deux points et la tangente en un des deux points*

Trouvez les caractéristiques du cercle passant par I_1 (45,34 ; 33,21) et I_2 (121,54 ; 98,75). Le gisement de la tangente en I_2 étant $G_T = 94{,}125$ gon.

Cercle passant par deux points et tangent à une droite



On cherche les deux cercles tangents à une droite donnée et passant par deux points connus I_1 et I_2 non situés sur cette droite. Les données sont les points A, I_1, I_2 et le gisement G_T.
Les centres O_1 et O_2 sont calculés par intersection (formules de Delambre) de la médiatrice de I_1I_2 avec les deux perpendiculaires à la tangente issues de T_1 et T_2.
Les coordonnées de M, milieu de I_1I_2, sont :

$$M \left(\frac{X_{I1}+X_{I2}}{2}\ ;\ \frac{Y_{I1}+Y_{I2}}{2}\right)$$

La droite I_1I_2 étant connue, on peut calculer $G_{I1\,I2}$. Le gisement de la médiatrice $O_1\,O_2$ est alors :

$$G_{O1O2} = G_{I1\,I2} - 100$$

La puissance du point I par rapport aux deux cercles donne :

$$I\,I_1 \,.\, I\,I_2 = IT_1^{\,2} = IT_2^{\,2}.$$

On calcule les coordonnées du point I par intersection de la tangente définie par A et G_T et de la droite (I_1I_2) définie par les deux points I_1 et I_2 (formules de Delambre).
On peut maintenant calculer IT_1 et IT_2 en appliquant :

$$IT_1 = IT_2 = \sqrt{I\,I_1 \cdot I\,I_2}$$

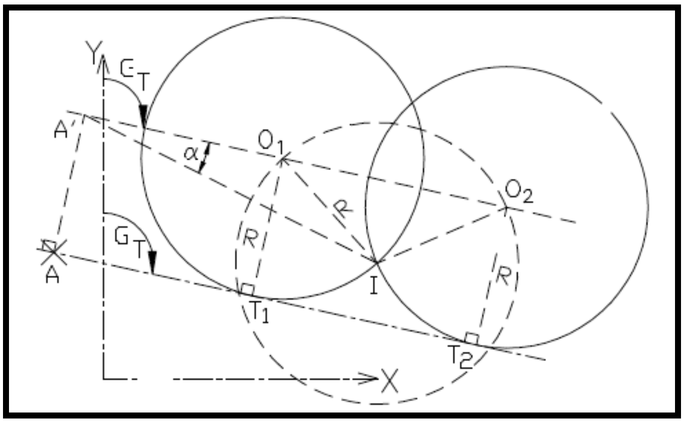
On peut donc calculer les coordonnées de T_1 et T_2 à partir de celles de I.

Comme $G_{T1\,O1} = G_{T2\,O2} = G_T - 100$, les formules de Delambre donnent O_1 et O_2.
Les rayons R_1 et R_2 sont calculés à partir de $R_1 = O_1T_1$ et $R_2 = O_2T_2$.
On vérifie que $I_1\,O_1 = I_2\,O_1 = R_1$ et $I_1\,O_2 = I_2\,O_2 = R_2$.

Exercice 14 *Cercle passant par deux points et tangent à une droite*

Calculez les caractéristiques des deux cercles passant par I_1 (612,32 ; 593,48) et I_2 (628,33 ; 547,67) et tangents à la droite passant par A (500 ; 500) et de gisement $G_T = 113{,}964$ gon.

Cercle donné par un rayon, un point et une tangente



On cherche les deux cercles de même rayon R connu centrés en O_1 et O_2, passant par le point I et tangents à une droite donnée ne passant pas par I. Les données sont les points I et A, le gisement G_T et le rayon R.
Une solution possible est de remarquer que les centres O_1 et O_2 sont situés à l'intersection du cercle de centre I et de rayon R avec la parallèle à la tangente située à la distance R de cette dernière.
On calcule le point A' par rayonnement depuis le point A, c'est-à-dire :
$X_{A'} = X_A + R \sin (G_T - 100)$
$Y_{A'} = Y_A + R \cos (G_T - 100)$

Si I est à droite de la tangente, c'est-à-dire $G_{AI} > G_T$, remplacez dans ces formules $(G_T - 100)$ par $(G_T + 100)$.
Les points O_1 et O_2 sont les intersections entre la droite issue de A' et le cercle de centre I et de rayon R.
En posant a = $G_{A'I} - G_T$, on obtient les coordonnées suivantes :

$$X_{O1} = X_{A'} + \left[\mathrm{A'I}\cdot\cos\alpha - \sqrt{R^2 - (\mathrm{A'I}\cdot\sin\alpha)^2}\right].\sin G_T$$

$$Y_{O1} = Y_{A'} + \left[\mathrm{A'I}\cdot\cos\alpha - \sqrt{R^2 - (\mathrm{A'I}\cdot\sin\alpha)^2}\right].\cos G_T$$

$$X_{O2} = X_{A'} + \left[\mathrm{A'I}\cdot\cos\alpha + \sqrt{R^2 - (\mathrm{A'I}\cdot\sin\alpha)^2}\right].\sin G_T$$

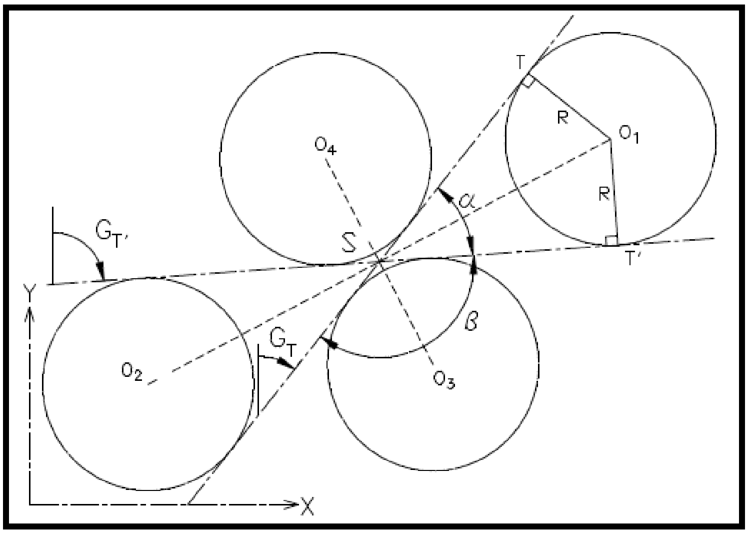
$$Y_{O2} = Y_{A'} + \left[\mathrm{A'I}\cdot\cos\alpha + \sqrt{R^2 - (\mathrm{A'I}\cdot\sin\alpha)^2}\right].\cos G_T$$

On vérifie que $G_{O1O2} = G_T$ et $IO_1 = IO_2 = R$.

Exercice 15 *Cercle donné par un rayon, un point et une tangente*

Déterminez les centres des deux cercles de rayon R = 150,00 m, passant par I (230,46 ; 152,52), tangents à la droite issue de l'origine et de gisement $G_T = 106{,}666$ gon.

Cercle défini par son rayon et deux tangentes



C'est le cas de la recherche des cercles permettant de raccorder deux alignements routiers : on connaît le rayon du cercle, choisi en fonction du type de routes à raccorder, et les alignements droits donc leur point d'intersection S ; on cherche la position du centre du raccordement circulaire. Il existe quatre solutions possibles.

Les coordonnées de l'intersection S, les gisements G_T et $G_{T'}$ et le rayon R sont donnés.

La démarche de calcul étant la même pour les quatre cercles, il faut calculer d'abord le cercle centré en O_1, puis en déduire les coordonnées de O_2, de O_3 et de O_4.

Connaissant les coordonnées du point S, on peut calculer les coordonnées du centre O_1 depuis ce point. On voit que : 14

$$\alpha = G_{T'} - G_T \,,\quad G_{SO_1} = G_T + \frac{\alpha}{2} = \frac{G_T + G_{T'}}{2} \quad \text{et} \quad G_{SO_2} = 200 + G_{SO_1}$$

Donc, en simplifiant, on obtient :

$$O_1 \left| \begin{array}{l} X_S + \dfrac{R}{\sin(\alpha/2)} \cdot \sin\left(\dfrac{G_{T'} + G_T}{2}\right) \\[2ex] Y_S + \dfrac{R}{\sin(\alpha/2)} \cdot \cos\left(\dfrac{G_{T'} + G_T}{2}\right) \end{array} \right. \qquad O_2 \left| \begin{array}{l} X_S + \dfrac{R}{\sin(\alpha/2)} \cdot \sin\left(\dfrac{G_{T'} + G_T}{2} + 200\right) \\[2ex] Y_S + \dfrac{R}{\sin(\alpha/2)} \cdot \cos\left(\dfrac{G_{T'} + G_T}{2} + 200\right) \end{array} \right.$$

De même, le calcul de O_3 et O_4 fait appel à l'angle b = 200 – a, donc :

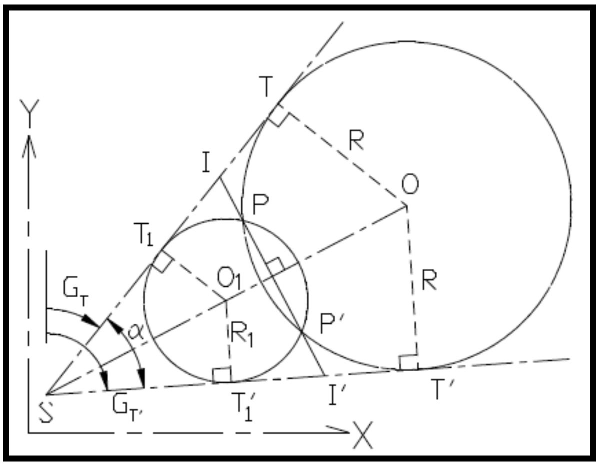
$$O_3 \left| \begin{array}{l} X_S + \dfrac{R}{\sin(\beta/2)} \cdot \sin\left(\dfrac{G_{T'} + G_T}{2} + 100\right) \\[2ex] Y_S + \dfrac{R}{\sin(\beta/2)} \cdot \cos\left(\dfrac{G_{T'} + G_T}{2} + 100\right) \end{array} \right. \qquad O_4 \left| \begin{array}{l} X_S + \dfrac{R}{\sin(\beta/2)} \cdot \sin\left(\dfrac{G_{T'} + G_T}{2} + 300\right) \\[2ex] Y_S + \dfrac{R}{\sin(\beta/2)} \cdot \cos\left(\dfrac{G_{T'} + G_T}{2} + 300\right) \end{array} \right.$$

Pour vérifier, on peut calculer les coordonnées de T (ou T'), avec ST = $R/\tan(\alpha/2)$ et contrôler que $O_1T = R$.

Exercice 16 *Cercle défini par son rayon et deux tangentes*

Trouver les centres des quatre cercles de rayon 150,00 m, tangents aux deux droites suivantes : sommet S (380,22 ; 505,86), gisements 42,724 gon et 95,620 gon.

Cercle défini par un point et deux tangentes



C'est un cas pratiquement identique à celui qui précède, sauf que le rayon est inconnu mais on impose un point de passage fixe P appelé « point obligé », un passage à niveau par exemple. Les données sont les coordonnées des points S et P, les gisements G_T et $G_{T'}$.
Il existe deux cercles passant par le point P et tangents à ST et ST' : le cercle centré en O_1 et celui centré en O.
Ils définissent deux points d'intersection P et P' symétriques par rapport à la droite SO. Le calcul des rayons et des centres se fait à partir des points T et T_1, eux-mêmes déterminés à partir des points I et I'.
Les coordonnées du point I, intersection des droites ST et PP', sont calculées par les formules de Delambre :

- Droite ST passant par le point S et de gisement G_T.
- Droite PP' passant par le point P et de gisement $(G_T + G_{T'})/2 + 100$.

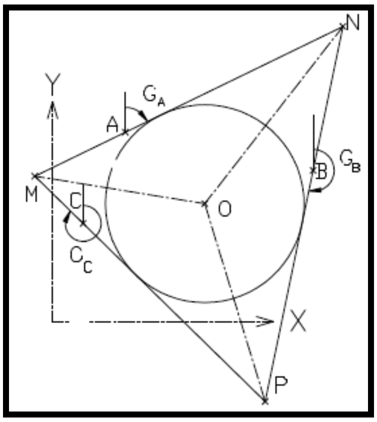
On effectue le même calcul des coordonnées du point I', intersection des droites ST' et PP'. La puissance du point I par rapport aux deux cercles est $IP.IP' = (IT)^2 = (IT_1)^2$.
Comme IP = I'P', on a IP' = I'P. On en déduit IT et IT_1 qui permettent de calculer les coordonnées des points T et T_1 à partir du point I.
Alors $R = ST.\tan(\alpha/2)$ et $R_1 = ST_1.\tan(\alpha/2)$, avec $\alpha = G_T - G_{T'}$
On est ramené au cas du paragraphe précédent où l'on connaissait le rayon du cercle.

Exercice 17 *Cercle défini par un point et deux tangentes*

Trouvez les cercles passant par P (200,00 ; 122,00) et tangents aux droites suivantes :

- droite passant par S (50,00 ; 50,00) et de gisement 20,050 gon ;
- droite passant par S et de gisement 135,130 gon.

Cercle défini par trois tangentes



On cherche le cercle tangent à trois droites données. Il faut être attentif à l'orientation des tangentes suivant le quadrant du point de tangence. Les données sont les trois droites définies respectivement par les coordonnées de trois points A, B et C et les gisements des trois directions G_A, G_B et G_C.
Le centre du cercle se trouve à l'intersection des bissectrices MO, NO et PO. Il sera déterminé à partir des points M, N ou P, eux-mêmes déterminés par l'intersection (formules de Delambre) des droites données.
Par exemple, il sera déterminé à partir des points M et N, eux-mêmes déterminés par l'intersection :

- des droites AM et CM pour le point M ;
- des droites AN et BN pour le point N.

Le point O est déterminé par intersection des droites MO et NO définies par :

- les points M et N maintenant connus.
- les gisements de MO et NO :

$$G_{MO} = \frac{G_C - 200 + G_A}{2}$$

$$G_{NO} = \frac{G_A + 200 + G_B}{2}$$

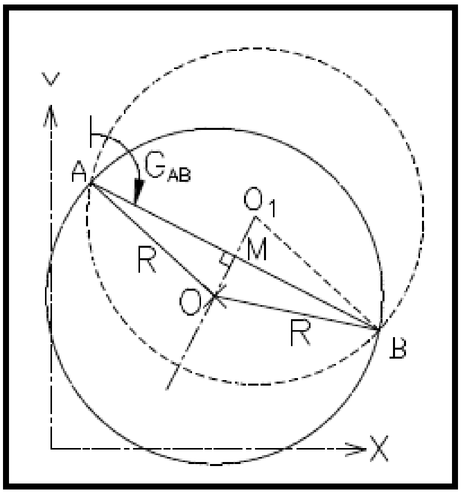
On vérifie en calculant de O à partir de N et P ou bien à partir de M et P.

Exercice 18 *Cercle défini par trois tangentes*

Trouvez le cercle tangent aux trois droites suivantes :

- A (20 ; 50), G_A = 78 gon ;
- B (60 ; 40), G_B = 206 gon ;
- C (10 ; 30), G_C = 353 gon.

Cercle défini par son rayon et deux points



On cherche les deux cercles de rayon R connu passant par deux points A et B donnés. Les données sont les coordonnées des deux points A, B et le rayon R.
Les coordonnées des points O et O_1 sont déterminées depuis M, milieu de A et B.
A et B étant connus, on calcule G_{AB} et D_{AB}.
Les coordonnées de M sont :

$$M = \left(\frac{X_A + X_B}{2}, \frac{Y_A + Y_B}{2} \right)$$

Les gisements de MO et MO_1 sont : $G_{MO} = G_{AB} + 100$
$G_{MO1} = G_{AB} - 100$

Les distances MO ou MO_1 sont :

$$D_{MO} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{D_{AB}}{2}\right)^2}$$

Finalement :

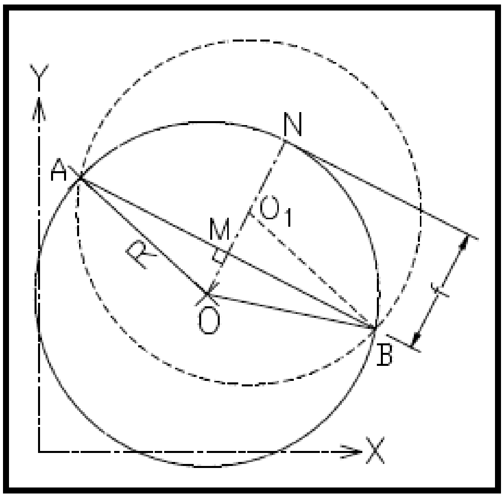
$$O \left| \begin{array}{l} \dfrac{X_A+X_B}{2} + \sqrt{R^2 - \dfrac{D^2_{AB}}{4}} \cdot \sin(G_{AB}+100) \\ \dfrac{Y_A+Y_B}{2} + \sqrt{R^2 - \dfrac{D^2_{AB}}{4}} \cdot \cos(G_{AB}+100) \end{array} \right. \qquad O_1 \left| \begin{array}{l} \dfrac{X_A+X_B}{2} + \sqrt{R^2 - \dfrac{D^2_{AB}}{4}} \cdot \sin(G_{AB}-100) \\ \dfrac{Y_A+Y_B}{2} + \sqrt{R^2 - \dfrac{D^2_{AB}}{4}} \cdot \cos(G_{AB}-100) \end{array} \right.$$

On vérifie que $OA = OB = O_1A = O_1B = R$.

Exercice 19 *Cercle défini par son rayon et deux points*

Trouvez les cercles passant par B (202,78 ; 136,89) et A (245,56 ; 123,32), dont le rayon est de 23,16 m.

Cercle défini par deux points et une flèche



On cherche les deux cercles passant par deux points A et B donnés et dont on connaît la flèche par rapport à la corde AB.
Les données sont les coordonnées des deux points A, B et la flèche f = MN.
On revient au cas précédent en remarquant que dans le triangle AMO :

$$R^2 = (R-f)^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \text{ d'où } \boxed{R = \frac{f^2 + \frac{AB^2}{4}}{2f}}$$

Exercice 20 *Cercle défini par deux points et une flèche*

Trouvez les cercles passant par B (202,78 ; 136,89) et A (245,56 ; 123,32), dont la flèche (entre cercle et corde AB) a pour valeur 28,87 m.