Université de Tlemcen
Institut des Sciences et Techniques Appliquées
Spécialité : Géomètre Topographe

TOPOGRAPHIE

Melouka S.

Topographie routière [Dévers et raccordement vertical]

Dévers et rayon minimal

On nomme dévers l'inclinaison transversale de la chaussée, qui sert à annuler l'effet de la sollicitation centrifuge qui s'exerce sur un véhicule circulant dans une courbe circulaire. Le dévers est fonction du type de route, de la vitesse de base et du rayon R de la courbe.

Soit la figure 19.39, dans laquelle :

- P = la force due à la pesanteur
- f = le coefficient de friction latérale (la résistance au glissement peut agir dans les deux sens, selon l'inclinaison de la chaussée et la vitesse du véhicule)
- v = la vitesse du véhicule
- R = le rayon de la courbe
- g = l'accélération due à la pesanteur
- α = l'inclinaison transversale de la chaussée

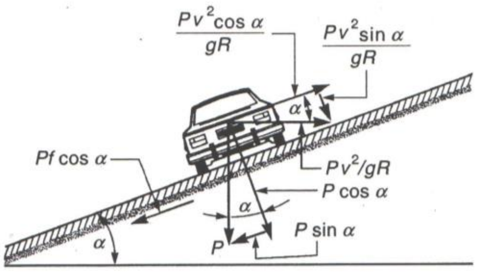


Figure 19.39 La sollicitation centrifuge qui s'exerce sur un véhicule dans une courbe.

La stabilité du véhicule est assurée si :

$$Pf\cos\alpha + P\sin\alpha - \frac{Pv^2\cos\alpha}{gR} = 0$$

En divisant cette équation par P cos α, on obtient :

$$f + \operatorname{tg}\alpha = \frac{v^2}{gR}$$

Comme le dévers, e, excède rarement 10 % (en général, il est compris entre 3 et 8 %), on peut poser que :

$$e = \operatorname{tg}\alpha \cong \alpha_{rad}$$

d'où

$$\frac{v^2}{gR} = f + e$$

ou encore

$$R = \frac{v^2}{g\,(f + e)}$$

Pour une vitesse donnée, le rayon de l'arc de cercle dépend donc du dévers et du coefficient de friction latérale. Pour être en mesure de calculer le rayon minimal d'une courbe, on doit connaître les valeurs maximales de f et de e pour une vitesse donnée.

La C.G.R.A. utilise la relation suivante pour le calcul de R_{min} :

$$R_{min} = \frac{v^2}{127\,(e + f)} \qquad (19.76)$$

où R_{min} = le rayon de la courbe circulaire (m)
v = la vitesse du véhicule (km/h)

Par ailleurs, l'association américaine A.A.S.H.O. a établi la valeur maximale sécuritaire du coefficient de friction latérale en fonction de la vitesse de base (tabl. 19.11).

Tableau 19.11 Le coefficient de friction latérale en fonction de la vitesse de base

Vitesse de base (km/h)	**Valeur max. du coefficient**
40	0,17
50	0,16
60	0,15
70	0,15
80	0,14
90	0,13
100	0,13
110	0,12
120	0,12
130	0,11
140	0,10

Exercice 1 *Rayon minimal*

Pour un dévers minimal de 8 % et une vitesse de base de 100 km/h, quel est le rayon minimal de l’arc de cercle ?

19.16 LA TRANSITION

Pour qu'il soit possible d'introduire progressivement le dévers requis pour une courbe circulaire, il faut qu'il y ait une transition entre l'alignement et la courbe circulaire. Si la spirale fait partie du raccordement des alignements, la longueur de la transition, l_T, est donc la longueur de la spirale. De plus, avant d'introduire progressivement le dévers, on doit prévoir la distance d sur l'alignement, afin de ramener la piste extérieure dans un plan horizontal (fig. 19.40).

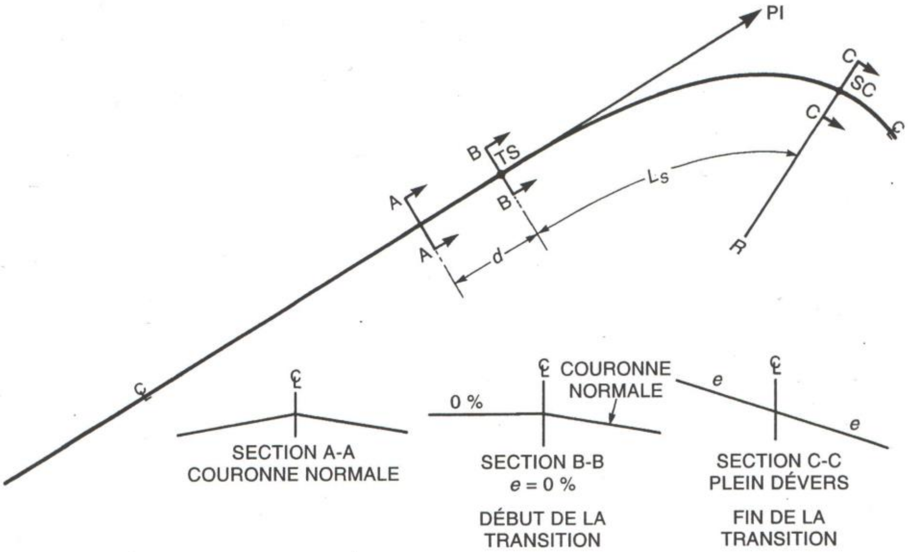


Figure 19.40 La transition du dévers avec une spirale.

Si le raccordement se fait uniquement par une courbe circulaire, le dévers doit nécessairement débuter sur l'alignement pour qu'il puisse atteindre ensuite sa plénitude sur l'arc de cercle (fig. 19.41).

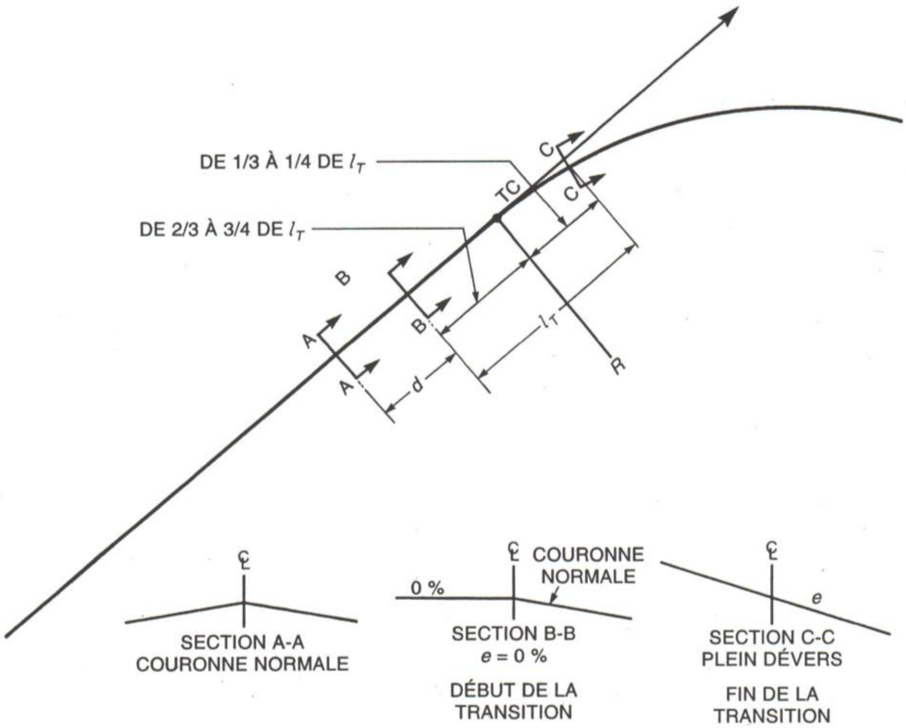


Figure 19.41 La transition du dévers avec une courbe circulaire seulement.

19.17 LA ROTATION DU PAVAGE

Habituellement, c'est la ligne centrale qu'on prend comme axe pour effectuer la rotation du pavage (fig. 19.42). Dans certains cas, la route peut être plus économique et de meilleure apparence si on effectue la rotation autour de la bordure intérieure (fig. 19.43) ou autour de la bordure extérieure (fig. 19.44).

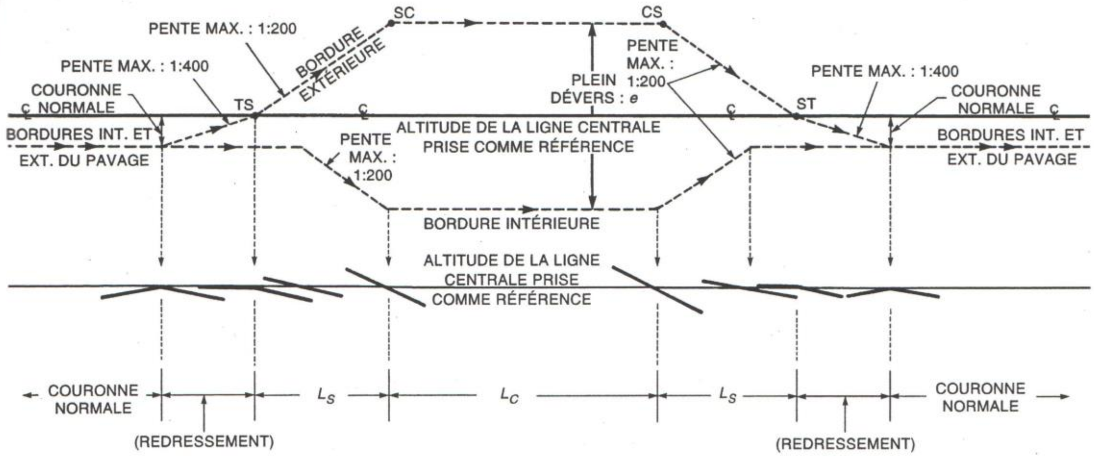


Figure 19.42 La rotation du pavage autour de la ligne centrale.

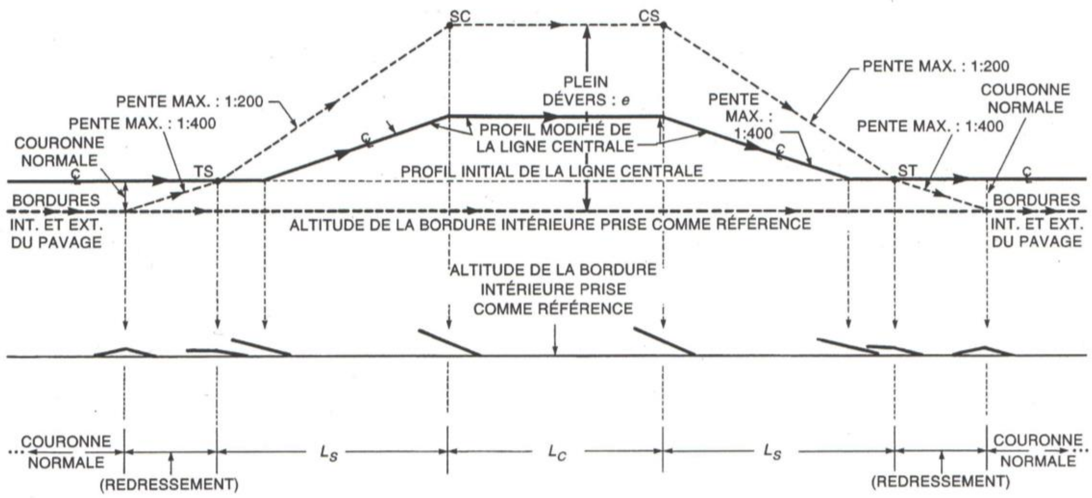


Figure 19.43 La rotation du pavage autour de la bordure intérieure.

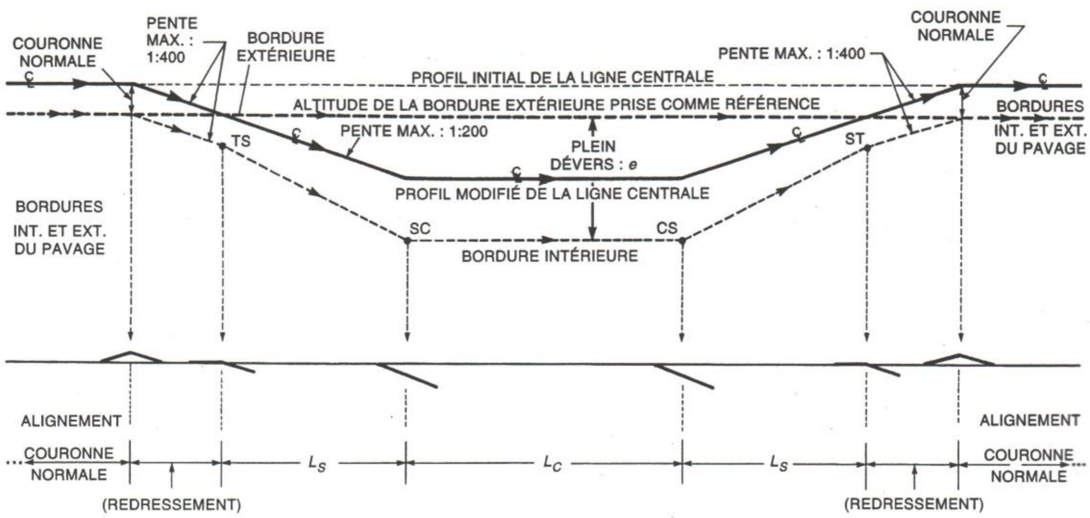
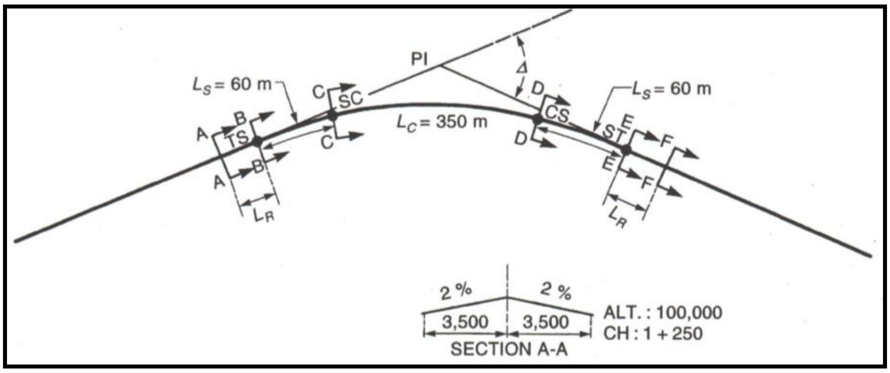


Figure 19.44 La rotation du pavage autour de la bordure extérieure.

Exercice 2 *Rotation du pavage*

Déterminer les altitudes des bordures intérieure et extérieure ainsi que le chaînage des sections caractéristiques du raccordement de la figure qui suit, si la rotation se fait autour de la ligne centrale, la route a une pente uniforme de – 3% et de dévers e de 6%.



Profil longitudinal et raccordement vertical

La figure 19.46 représente le relief d'un terrain le long de la ligne centrale d'une route projetée. Dans le plan vertical, tout comme dans le plan horizontal, la route doit épouser une forme qui réponde aux normes de sécurité et de confort pour l'usager. Les ondulations et les accidents du terrain doivent être évités ou corrigés en conséquence. En fonction du profil naturel du terrain, on adopte des alignements qu'on doit relier par des courbes appropriées. La pente de ces alignements s'exprime en pourcentage (dénivelée par 100 m horizontal). Le sens croissant du chaînage détermine le signe de la pente. Les points caractéristiques de la courbe sont le point d'intersection PI, le début de la courbe DCV et la fin de la courbe FCV.

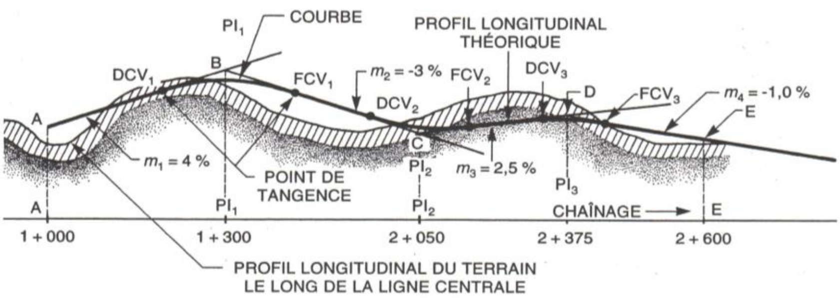


Figure 19.46 Le profil longitudinal.

19.19 LA COURBE VERTICALE

Supposons qu'on doive raccorder deux alignements d'un profil longitudinal par une courbe verticale qui a la propriété d'assurer un changement de pente uniforme pour passer du premier au second alignement (fig. 19.47).

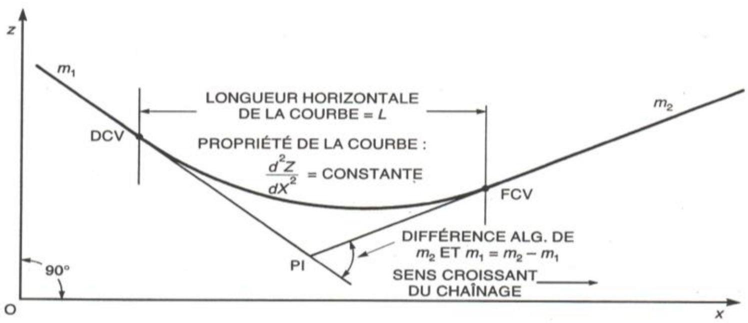


Figure 19.47 La courbe verticale.

Si on choisit un système de coordonnées rectangulaires, soit X et Z, avec l'axe des x pris horizontalement (en conformité avec le chaînage), la propriété recherchée de la courbe verticale se traduit par l'expression mathématique suivante :

$$\frac{d^2 Z}{d X^2} = \mathrm{K}_1 \tag{19.77}$$

En intégrant cette équation différentielle, on obtient :

$$\frac{dZ}{dX} = \mathrm{K}_1\ X + \mathrm{K}_2$$

et

$$Z = \frac{1}{2}\mathrm{K}_1\ X^2 + \mathrm{K}_2\ X + \mathrm{K}_3 \rightarrow a\ X^2 + b\ X + c \tag{19.78}$$

Or, l'équation 19.78 représente une parabole ayant a, b et c comme paramètres. Par conséquent, la courbe verticale est une parabole.

19.19.1 Les propriétés de la parabole

Avec une parabole à axe vertical et tangente à l'axe des x (fig. 19.48), l'équation 19.78 devient :

$$Z = aX^2 \tag{19.79}$$

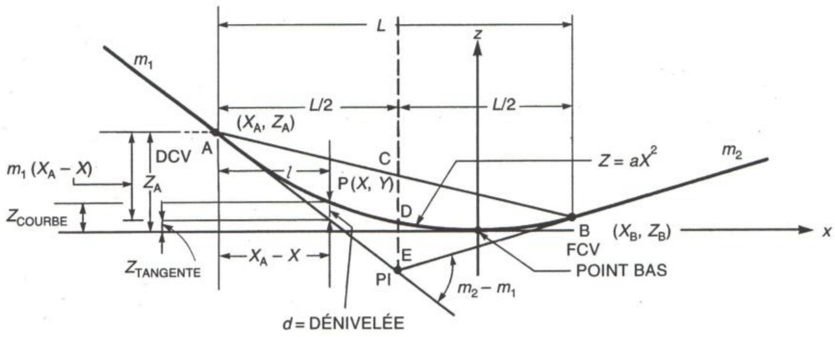


Figure 19.48 La courbe verticale parabolique : $Z = aX^2$.

La pente en un point quelconque de la parabole est celle-ci :

$$m = Z' = 2\,aX$$

On obtient les coordonnées du point d'intersection E ou PI en résolvant deux équations linéaires à deux inconnues, soit :

$$Z_E - Z_A = m_A\left(X_E - X_A\right) = 2\,aX_A\left(X_E - X_A\right) \tag{19.80}$$

et

$$Z_E - Z_B = m_B\left(X_E - X_B\right) = 2\,aX_B\left(X_E - X_B\right) \tag{19.81}$$

En soustrayant l'équation 19.81 de l'équation 19.80 et en substituant à Z l'équation 19.79, on obtient :

$$aX_B^2 - aX_A^2 = 2\,aX_AX_E - 2\,aX_A^2 - 2\,aX_BX_E + 2\,aX_B^2$$

$$2\,aX_E\left(X_B - X_A\right) = a\left(X_B^2 - X_A^2\right)$$

$$X_E = \frac{X_B + X_A}{2} \tag{19.82}$$

En substituant l'équation 19.82 à l'équation 19.80, on a :

$$Z_E = aX_AX_B \tag{19.83}$$

Le chaînage du PI (équat. 19.82) correspond donc à la moyenne des chaînages du DCV et du FCV et la distance du PI à chaque extrémité est par le fait même égale à $L/2$.

L'altitude du point milieu C de la corde est :

$$Z_C = \frac{1}{2}\left(Z_A + Z_B\right) = \frac{a}{2}\left(X_A^2 + X_B^2\right) \tag{19.84}$$

L'altitude de la courbe au point D équivaut à :

$$Z_D = aX_D^2 = a\left(\frac{X_A + X_B}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{a}{2}\left(X_A^2 + X_B^2\right) + aX_AX_B\right\}$$

Dans cette équation, si on substitue les équations 19.83 et 19.84, on obtient :

$$Z_D = \frac{1}{2}\left(Z_C + Z_E\right) \tag{19.85}$$

Au chaînage du PI, l'altitude de la courbe représente la moyenne arithmétique de l'altitude du point milieu C de la corde et de celle du PI.

La dénivelée d à la tangente pour un point quelconque P (fig. 19.48) s'obtient par différence d'altitude entre la courbe et la tangente en ce point, d'où :

$$\begin{aligned} d &= Z_{\text{courbe}} - Z_{\text{tangente}} \\ &= aX^2 - \left[Z_A + m_1\left(X - X_A\right)\right] \end{aligned}$$

Or, puisqu'on sait que :

$$\begin{aligned} Z_A &= a{X_A}^2 \\ m_1 &= 2aX_A \end{aligned}$$

on peut déduire que :

$$\begin{aligned} d &= aX^2 - \left[aX_A^2 + 2aX_A\left(X - X_A\right)\right] \\ &= aX^2 - aX_A^2 - 2aX_AX + 2aX_A^2 \\ &= aX_A^2 - 2aX_AX + aX^2 \rightarrow a\left(X_A - X\right)^2 \\ &= a\left(X_A - X\right)^2 \end{aligned} \tag{19.86}$$

La dénivelée d à la tangente, en un point quelconque, est proportionnelle au carré de sa distance à partir du point de tangence DCV.

Remarque : Pour trouver l'altitude en un point de la courbe, il faut calculer l'altitude de la tangente au même chaînage et ajouter, de façon algébrique, la dénivelée d à la tangente. Prenons l'équation 19.86 :

$$d = a\left(X_A - X\right)^2$$

On sait que :

$$d_{PI} = a\left(L/2\right)^2$$

par conséquent :

$$d = d_{PI}\left(\frac{X_A - X}{L/2}\right)^2 \tag{19.87}$$

19.19.2 La longueur de la courbe

La longueur de la courbe dépend de la forme de celle-ci (convexe ou concave), de la vitesse de base et de la différence algébrique des pentes des alignements à relier. Le tableau 19.13 donne la longueur de la courbe à utiliser dans les différents cas possibles. Ce tableau se base sur les normes publiées par la C.G.R.A. Il est à noter que la longueur d'une courbe de forme convexe est généralement plus grande que celle d'une courbe concave (fig. 19.49a et b). Nous donnons ci-dessous la signification des symboles utilisés dans la figure 19.49 :

L = la longueur de la courbe (m)
A = la différence algébrique des pentes
S = la distance d'arrêt minimale pour visibilité (m)
H = la hauteur de l'oeil du conducteur
h = la hauteur de l'obstacle
H' = la hauteur des phares du véhicule
1° = l'angle entre le plan de roulement et le faisceau des phares
K = L/A

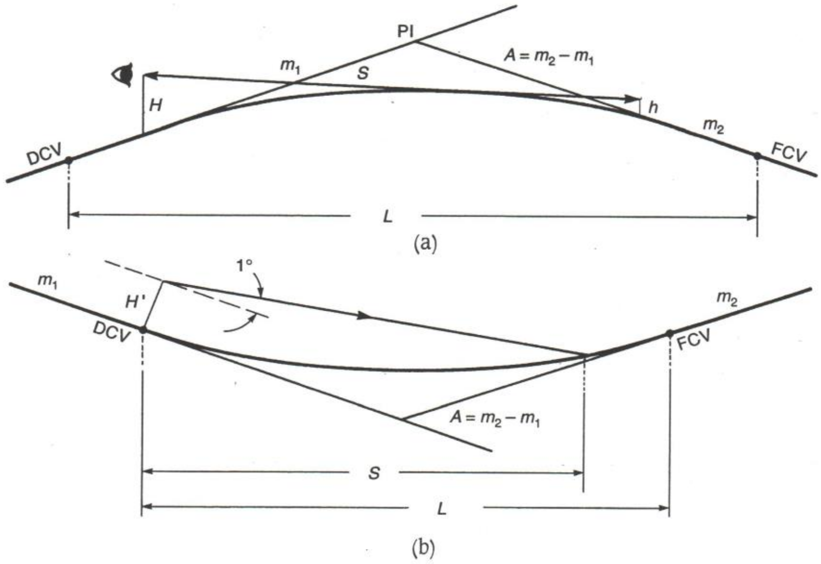


Figure 19.49 La longueur de la courbe : a) courbe verticale convexe; b) courbe verticale concave.

Tableau 19.13 La longueur minimale de la courbe à utiliser

v (km/h)	S		K = L/A			
	minimale (m)	souhaitable (m)	Convexe		Concave	
			minimale	souhaitable	éclairage	confort
40	45	45	4	5	7	4
50	65	65	7	10	11	6
60	85	90	15	20	20	10
70	110	120	22	35	25	15
80	140	150	35	55	30	20
90	170	180	55	85	40	20
100	200	210	70	110	50	25
110	220	240	85	140	55	25
120	240	260	105	170	60	30
130	260	280	120	200	65	–
140	270	300	130	220	70	–

19.19.3 L'équation générale de la parabole

En prenant un système de coordonnées rectangulaires avec l'axe des x horizontal et situé à l'altitude zéro, c'est-à-dire au niveau moyen de la mer, et l'axe des z passant par le DCV (fig. 19.51) on peut exprimer les paramètres a, b et c en fonction de m_1, m_2 et L dans l'équation générale de la parabole.

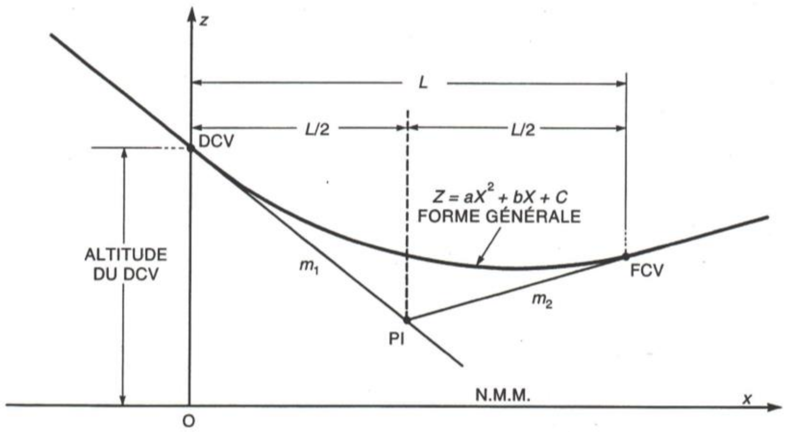


Figure 19.51 Les expressions des paramètres a, b et c.

D'après l'équation 19.78, on sait que :

$$Z = aX^2 + bX + c$$

quand

$$X = 0 \rightarrow Z = 0 + 0 + c = \text{altitude du DCV}$$

d'où

$$c = Z_{\text{DCV}} \tag{19.88}$$

La dérivée première de l'équation 19.78 est celle-ci :

$$Z' = \frac{dZ}{dX} = 2\,aX + b$$

La pente au point où $X = 0$, c'est-à-dire au DCV, correspond à :

$$Z' = 2\,aX + b = 0 + b = m_1$$

d'où

$$b = m_1 \tag{19.89}$$

Étant donné que la pente au point où $X = L$, c'est-à-dire au FCV, équivaut à :

$$Z' = 2\,aX + b = 2\,a\,(L) + b = m_2$$

alors :

$$a = \frac{m_2 - b}{2L} = \frac{m_2 - m_1}{2L} \tag{19.90}$$

En reportant les équations 19.88, 19.89 et 19.90 dans l'équation 19.78, on obtient :

$$Z = \left(\frac{m_2 - m_1}{2L}\right) X^2 + m_1 X + Z_{\text{DCV}} \tag{19.91}$$

L'analyse de l'équation 19.91 permet de constater que le premier terme correspond à la dénivelée d à la tangente, tandis que la somme des deux autres termes donne l'altitude de la tangente (remarque, art. 19.19.1). Puisqu'on connaît l'altitude du DCV, les pentes m_1 et m_2 et la longueur L, on peut se servir de l'équation 19.91 pour calculer directement les altitudes des points de la courbe en fonction des différentes valeurs de X (chaînage). L'exemple 19.18 présente une résolution de problème au moyen de l'équation 19.91.

19.19.4 Le point bas ou le point haut de la courbe

La pente au point bas ou au point haut de la courbe est égale à zéro. Ainsi, en différenciant l'équation 19.91, on obtient :

$$Z' = \left(\frac{m_2 - m_1}{L}\right) X_{\text{bas ou haut}} + m_1 = 0$$

d'où

$$X_{\text{bas ou haut}} = \frac{m_1 L}{m_1 - m_2} \tag{19.92}$$

En substituant l'équation 19.92 dans l'équation 19.91, on a :

$$Z_{\text{bas ou haut}} = \left(\frac{m_2 - m_1}{2L}\right)\left(\frac{m_1 L}{m_1 - m_2}\right)^2 + m_1\left(\frac{m_1 L}{m_1 - m_2}\right) + Z_{\text{DCV}}$$

et, après réduction :

$$Z_{\text{bas ou haut}} = \frac{m_1^2 L}{2\,(m_1 - m_2)} + Z_{\text{DCV}} \tag{19.93}$$

Par ailleurs, le chaînage du point bas ou du point haut correspond au chaînage de DCV + X du point bas ou du point haut.

$$\text{Ch du point bas ou haut} = \text{Ch DCV} + \frac{m_1 L}{m_1 - m_2} \tag{19.94}$$

19.19.5 Le taux de changement de pente

On obtient le taux de changement de pente en faisant la dérivée seconde de l'équation 19.91 :

$$Z'' = \frac{m_2 - m_1}{L} = \text{taux de changement de pente} \tag{19.95}$$

Pour l'exemple 19.17, le taux de changement de pente est donc :

$$\frac{-0{,}02 - 0{,}04}{330} = \frac{-0{,}06}{330} = -1{,}818\ \%/100\ \text{m}$$

19.19.6 La courbe verticale à tangentes inégales

Dans certains cas, en raison des exigences de terrain ou de structures, il peut s'avérer plus commode d'utiliser une parabole à tangentes inégales. La figure 19.52 montre une courbe verticale parabolique non symétrique, qui relie les alignements de pente m_1 et m_2.

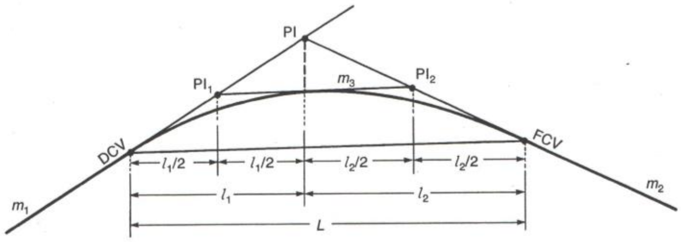


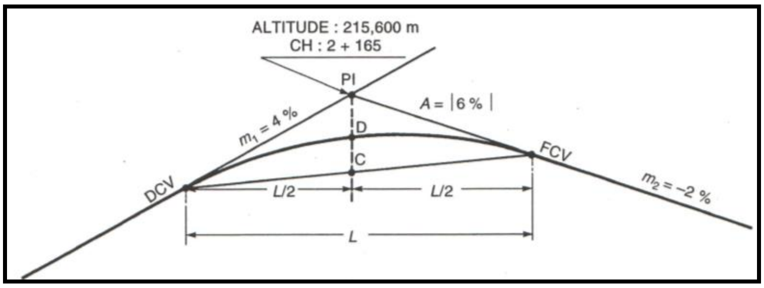
Figure 19.52 La courbe verticale à tangentes inégales.

Compte tenu des propriétés déjà démontrées pour la courbe verticale, il s'agit de mener une tangente à la courbe, au chaînage du PI, et de calculer deux courbes paraboliques distinctes ayant m_1, m_3 et l_1 comme pentes et longueur pour la première courbe et m_3, m_2 et l_2 pour la seconde.

Remarque : Pour obtenir m_3, il faut calculer l'altitude des points d'intersection PI_1 et PI_2 et diviser leur différence d'altitude par la demi-somme de l_1 et l_2, ou $L/2$.

Exercice 3 *Raccordement vertical*

Supposons qu'on doive raccorder deux alignements d'un profil longitudinal, dont les pentes sont respectivement de 4% et – 2%, par une courbe verticale parabolique. Si le chaînage du PI = 2 + 165 et la vitesse de base = 80 km/h, calculer les altitudes de la courbe à tous les 30 m. Il est à noter que PI est à l'altitude 215,600 m.

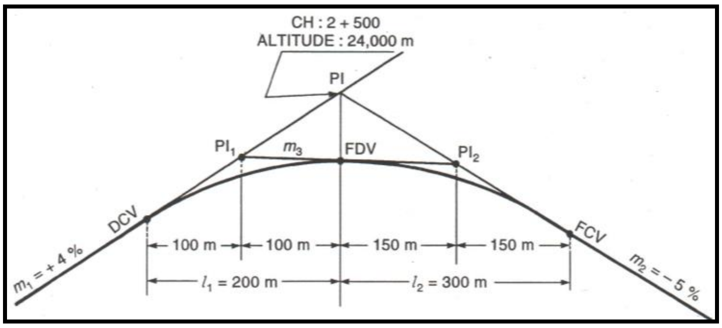


Exercice 4 *Raccordement vertical*

Nous avons résolu l'exercice 3 au moyen de la méthode de la dénivelée de la tangente au PI. Voyons maintenant comment résoudre ce cas à l'aide de l'équation 19.91. Calculer l'altitude et le chaînage du point haut.

Exercice 5 *Raccordement vertical par une courbe à tangentes inégales*

On doit relier deux alignements d'un profil longitudinal, qui ont respectivement 4 % et -5 % de pente, par une courbe parabolique à tangentes inégales. Si l_1 = 200 m, l_2 = 300 m, le chaînage du PI = 2 + 500 et l'altitude du PI = 24,000 m, calculer à tous les 50 m l'altitude de cette courbe.



Exercice 6 *Rotation du pavage*

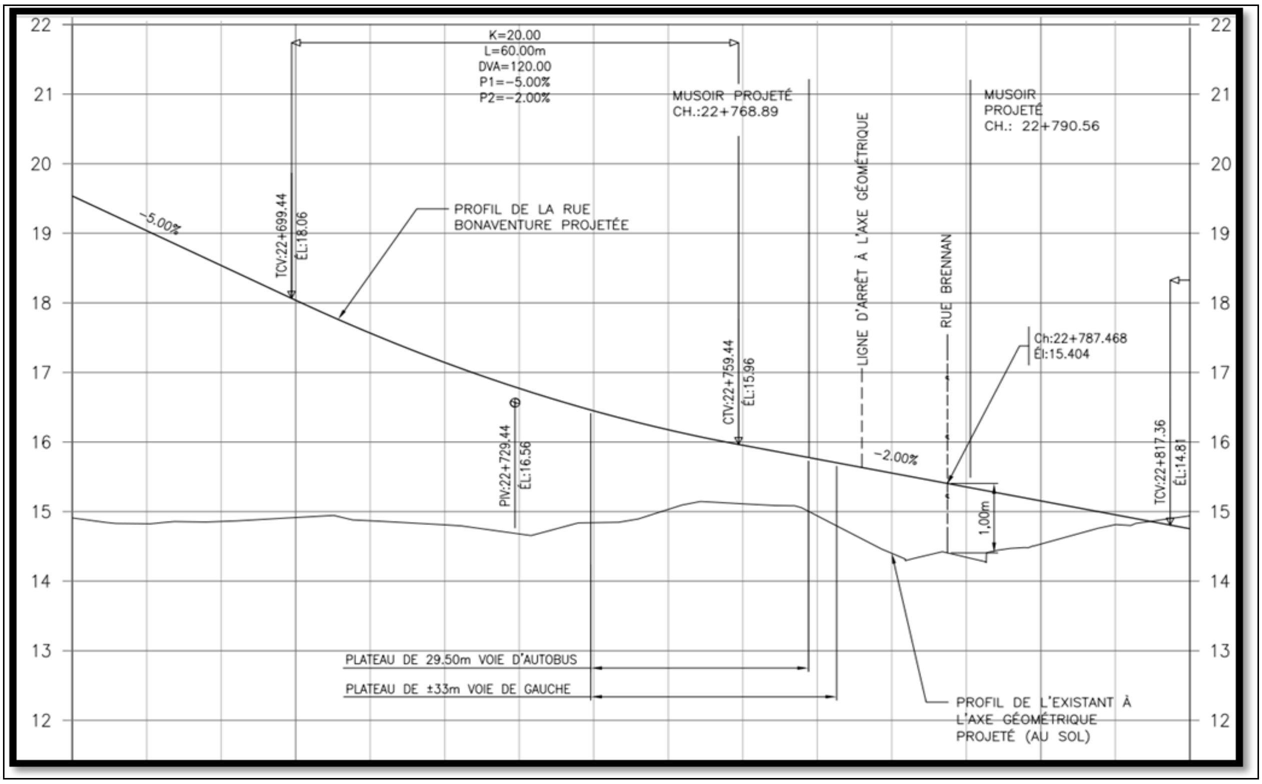
Soit un raccordement progressif d'une route rurale (2 voies, 2 sens) avec les caractéristiques suivantes :

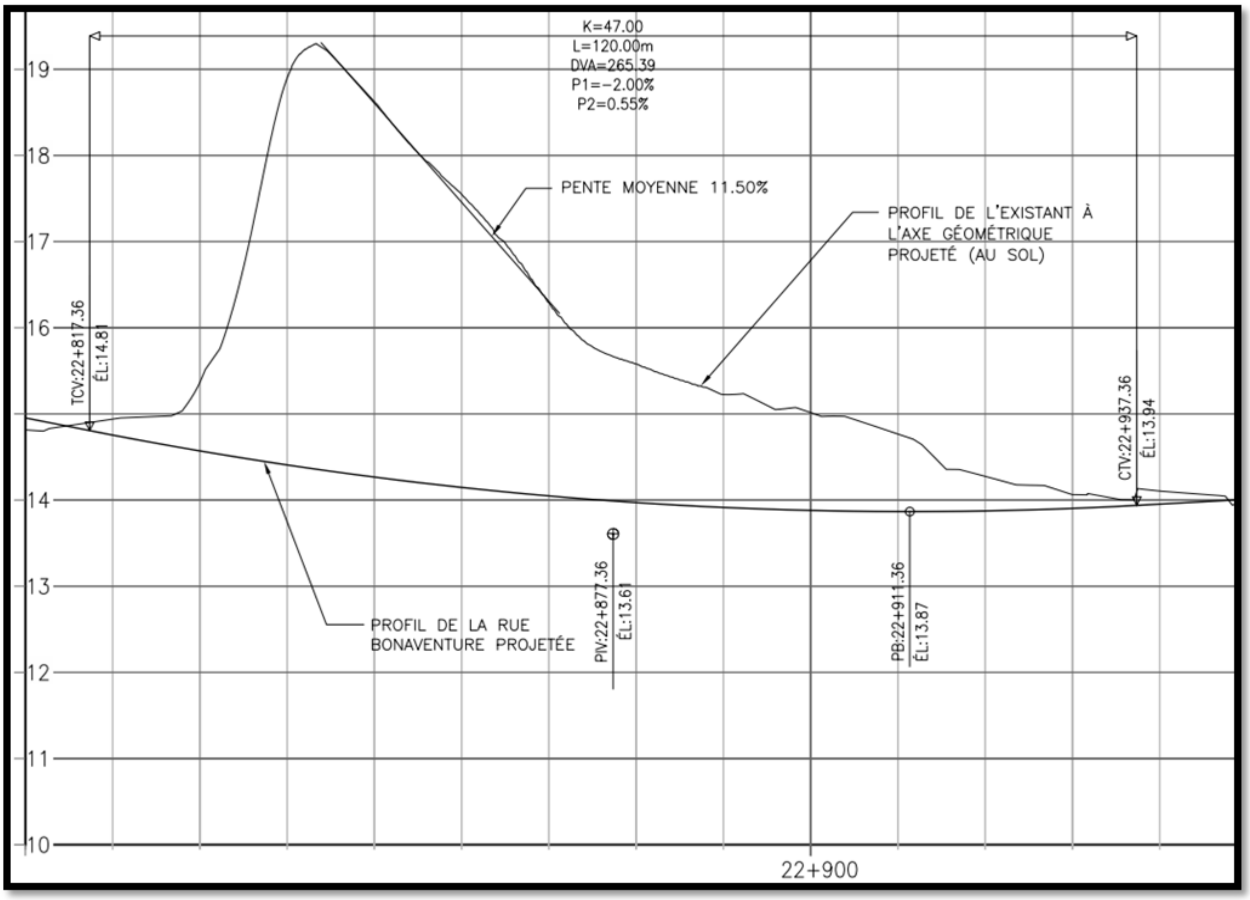
- Vitesse de conception 120 km/h
- Rayon de la courbe circulaire 540 m
- Largeur de la voie 3,70 m
- Couronne normale 2%

1) Déterminer le dévers à utiliser au niveau de la courbe circulaire
2) Calculer la longueur minimale requise pour le redressement.
3) Quelle serait la longueur minimale de la transition (spirale) à utiliser si :
   a/ la rotation est faite autour de la ligne centrale ;
   b/ la rotation est faite autour de bordure extérieure.

Exercice 7 *Raccordement vertical*

Soit le profil en long suivant :





1) Pour le premier raccordement vertical : Donner la pente P1, l'altitude (élévation) du point CTV, la valeur de K et le taux de changement de pente.
2) Pour le deuxième raccordement vertical : Donner l'altitude et le chaînage du point PIV, le chaînage et l'altitude du point CTV, le chaînage et l'altitude du point bas et l'altitude au chaînage 22+900.