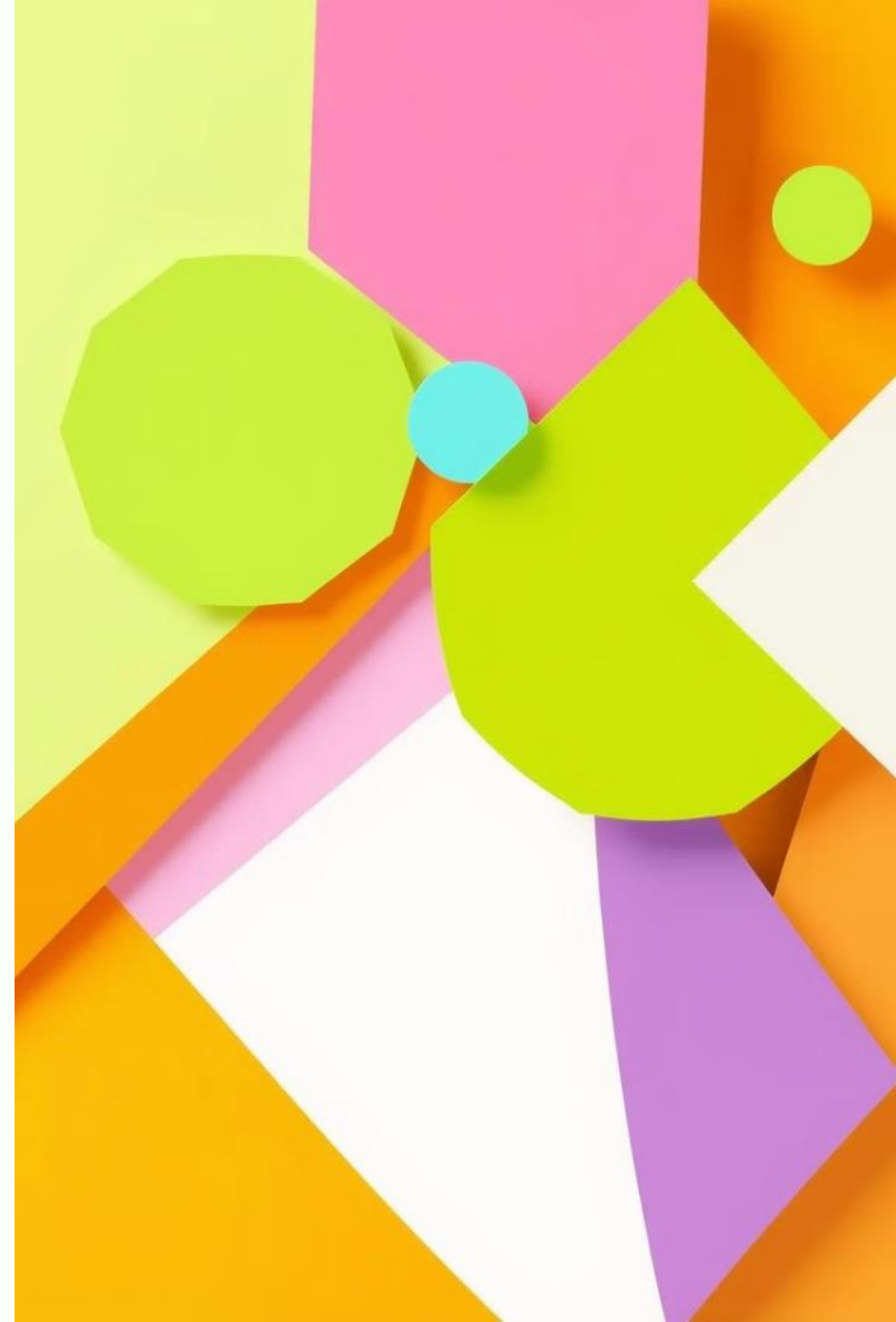


Chapitre 1. Introduction à l'Optimisation Mathématique

Ce cours vous guidera dans le monde fascinant de l'optimisation mathématique. Nous explorerons les concepts fondamentaux, les méthodes de résolution et les applications concrètes de cette discipline.

Dr. TRIQUI SARI Lamia

lamia.triqui@univ-tlemcen.dz
triquilamia@yahoo.fr



Théorie de la Complexité

Classes de Problèmes

- P : Résolu en temps polynomial.
- NP : Vérifiable en temps polynomial.
- NP-complet : Problèmes $N P$ les plus difficiles.
- NP-difficile : Aussi difficile qu'un problème $N P$ NP-complet.

Exemples

Problème dans P . Tri de nombres

Problème de décision : "Existe-t-il un chemin de poids maximal $\leq k \leq k$ dans un graphe ?" Problème dans NP.

Problème du voyageur de commerce (TSP) : Problème NP-complet.

Formulation Mathématique

Variables de Décision

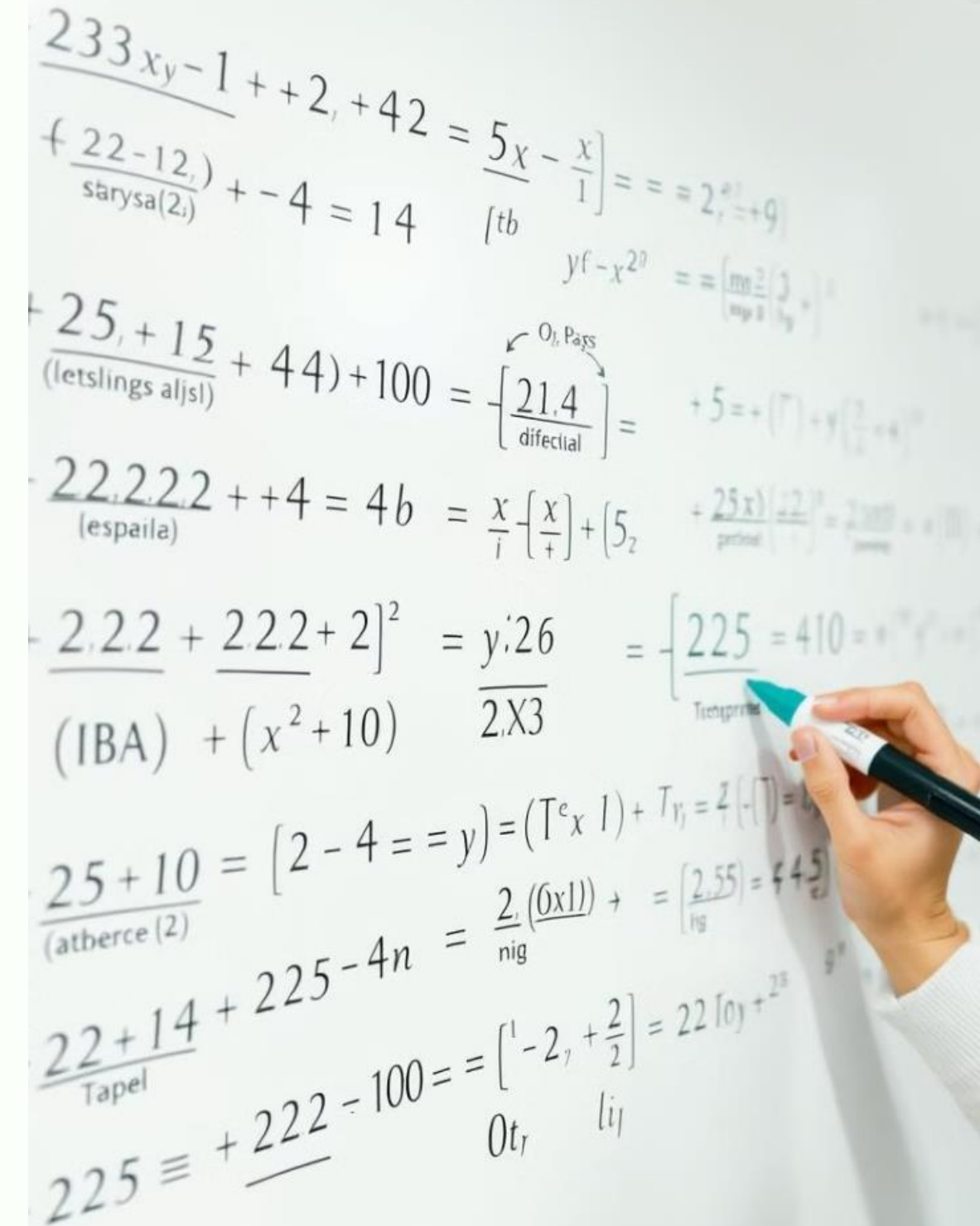
Ce que l'on cherche à optimiser.

Fonction Objectif

Ce que l'on maximise ou minimise.

Contraintes

Restrictions imposées aux variables.



The image shows a hand writing various mathematical expressions on a whiteboard. The expressions include:

- $$\frac{233x_y - 1}{sarysa(2_i)} + +2, +42 = \frac{5x}{1} - \frac{x}{1} = 2, +9$$
- $$\frac{22-12}{sarysa(2_i)} + -4 = 14$$
- $$\frac{25, +15}{(letsings aljst)} + 44 + 100 = \left[\frac{21.4}{difeclal} \right] = +5 = + (7) + y \left(\frac{2}{2} + 4 \right)$$
- $$\frac{22,22,2}{(espaila)} + +4 = 4b = \frac{x}{i} \left[\frac{x}{+} \right] + (5_2 + \frac{25x}{partiel} \left(\frac{2}{2} \right)^2 = 2,22 + + (11)$$
- $$\frac{2,2,2 + 2,2,2 + 2}{(IBA) + (x^2 + 10)} = y:26 = \left[\frac{225}{Tetaprite} = 410 = + (7) + y \left(\frac{2}{2} + 4 \right) \right]$$
- $$\frac{25 + 10}{(atherce (2))} = [2 - 4 = y] = (T^e_x 1) + T_{r_i} = 2 \left(\frac{7}{2} \right) = 7$$
- $$\frac{22 + 14}{Tapel} + 225 - 4n = \frac{2, (0x11)}{nig} + = \left[\frac{2,55}{nig} \right] = 44,5$$
- $$225 \equiv + \frac{222}{0t_r} - 100 = \left[\frac{1-2, + \frac{2}{2}}{li_j} \right] = 22 (0) + 22$$

1.2 Formulation mathématique des problèmes d'optimisation

Objectifs :

- Apprendre à traduire des problèmes réels en modèles mathématiques d'optimisation.

Contenu :

1. Éléments d'un problème d'optimisation :

1. **Variables de décision** : Ce que l'on cherche à optimiser.
2. **Fonction objectif** : Ce que l'on maximise ou minimise.
3. **Contraintes** : Restrictions imposées aux variables.



The image shows a hand writing various mathematical expressions on a whiteboard. The expressions are somewhat nonsensical, appearing to be a mix of random numbers, letters, and mathematical symbols. Some of the visible expressions include:

- $233x_y - 1 + +2, +42 = \frac{5x}{x} - \frac{x}{1} = = 2, +9$
- $+ \frac{22-12}{sarysa(2)} + -4 = 14$
- $\frac{25, +15}{(letsings alisi)} + 44 + 100 = - \left[\frac{21.4}{defectal} \right] = +5 = + (7) + 9 \left(\frac{1}{2} + 4 \right)$
- $\frac{22.222}{(espaia)} + +4 = 4b = \frac{x}{1} - \left[\frac{x}{+} \right] + (5, + \frac{25x}{1} + \frac{22}{1} = 200 + 10)$
- $\frac{2.22 + 222 + 2}{(IBA) + (x^2 + 10)} = y:26 = - \left[\frac{225}{longue} = 410 = +^{10} \right]$
- $\frac{25 + 10}{(atherce (2))} = (2 - 4 = = y) = (T^c_x 1) + T_{11} = 2 \left(- \left[\frac{1}{1} \right] = \right)$
- $\frac{22 + 14}{Tapel} + 225 - 4n = \frac{2}{nig} (6x11) + = \left(\frac{2.55}{19} = 44.5 \right)$
- $225 \equiv + \frac{222}{0t_1} - 100 = = \left[\begin{matrix} 1-2, + \frac{2}{2} \\ li_1 \end{matrix} \right] = 22 [0_1 +^{25}$

2. Exemple : Problème de production

Une usine produit deux types de produits A et B .

- Variables : x_1 (quantité de A) et x_2 (quantité de B).
- Fonction objectif : Maximiser le profit $P = 50x_1 + 40x_2$.
- Contraintes :
 $x_1 + 2x_2 \leq 100$ (capacité de production)
 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ (non-négativité).

Exercice :

Formuler un problème d'optimisation pour une entreprise qui veut minimiser ses coûts de transport entre plusieurs entrepôts.

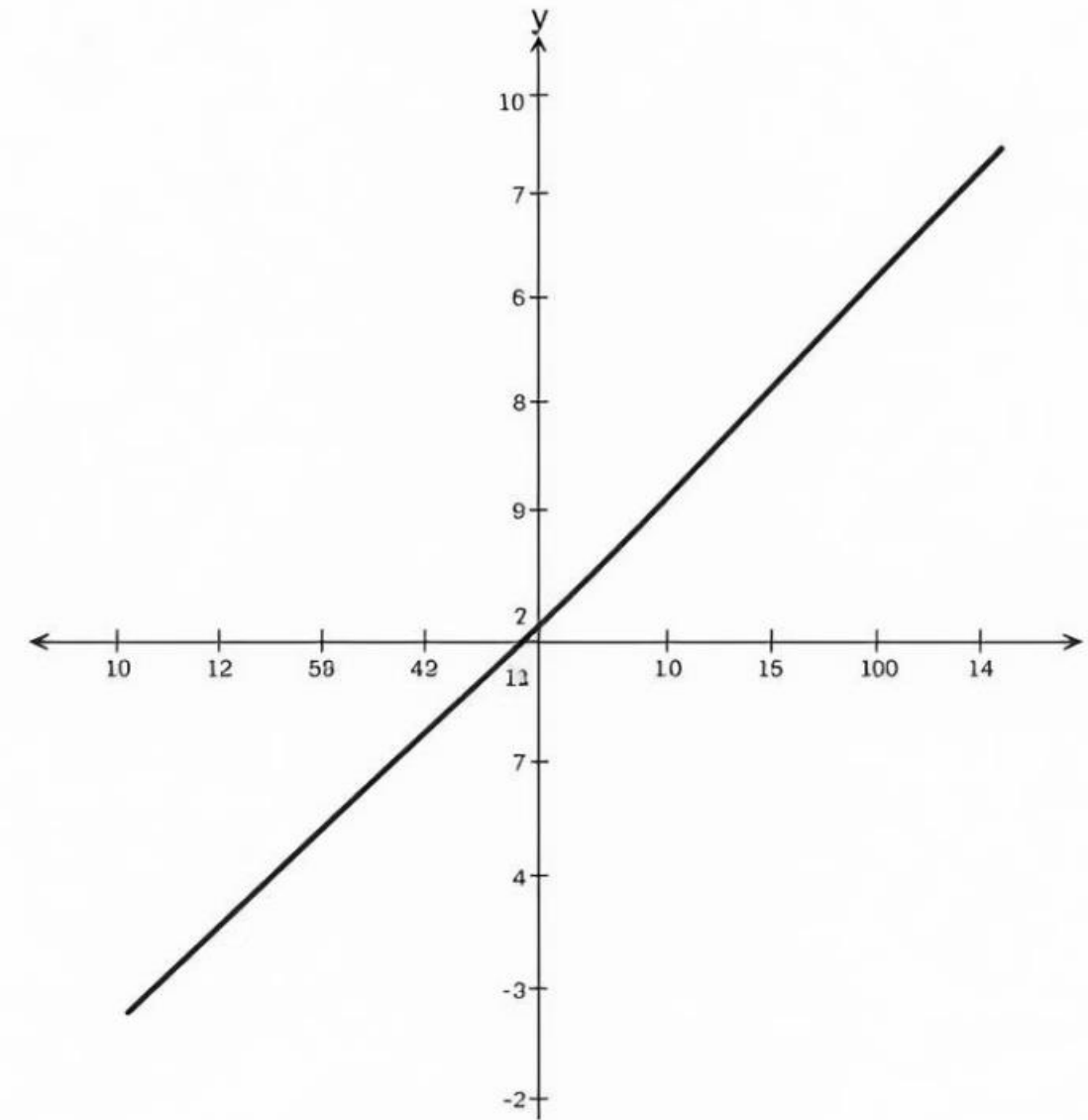
Notions de Base

1 *Solution Admissible*

Satisfait toutes les
contraintes.

2 *Solution Optimale*

Solution admissible qui
optimise la fonction objectif.





Méthodes de l'Optimisation Combinatoire



Méthode Exhaustive

Tester toutes les solutions possibles.



Approches Heuristiques

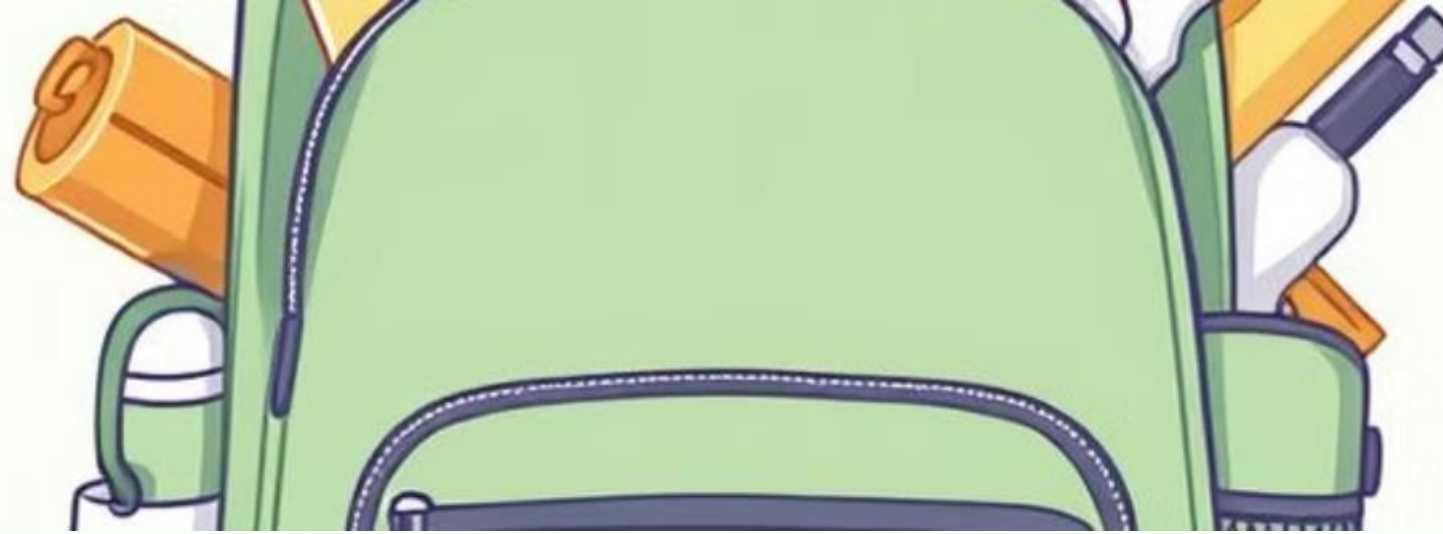
Algorithmes génétiques, recuit simulé.



Branch-and-Bound

Découper un problème en sous-problèmes plus simples.





Exemple : Problème de Sac à Dos

Problème

Objets de poids w_i et de valeur v_i , un sac de capacité W .

Solution Heuristique

Trier les objets par valeur/poids et les ajouter tant que possible.

1

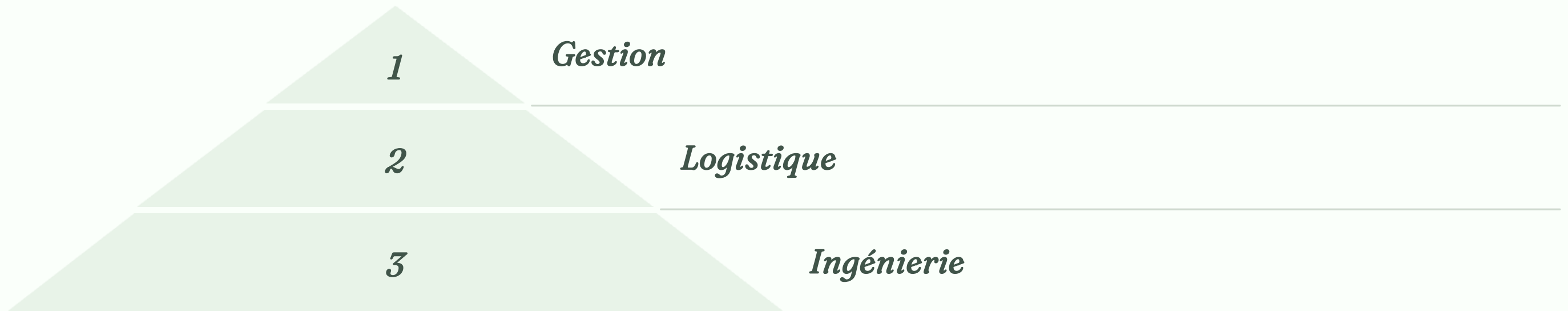
2

3

Objectif

Maximiser la valeur totale sans dépasser W .

Applications Pratiques





Conclusion et Synthèse

1

Complexité

2

Formulation Mathématique

3

Notions de Base

4

Méthodes Combinatoires