الأستاذ: أحمد ماريف جامعة ابو بكر بلقايد-تلمسان-
كلية العلوم الانسانية والاجتماعية
قسم العلوم الانسانية

المقياس: تاريخ العلم الحديث
المستوى: السنة اولى ماستر فلسفة
عنوان المحاضرة: مدخل الى تطور الفكر الرياضي، او، الرياضيات من الازمة إلى الأكسمة(تابع)

مقدمة:

لقد اعتبرت الرياضيات منذ نشأتها مع اليونان الى غاية القرن 19 نموذجا لليقين وقد كانت في بداياتها مع فيثاغورت وافلاطون حدسية لكن مع ظهور الجبر والتحليل في العصر الحديث اصبحت انشائية، بعدما قطعت صلتها تماما مع طابعها التأملي فصار البرهان الرياضي تركيبي، ينطلق من البسيط الى المركب، لكن مع مطلع القرن 19 ستتغير نظرة البعض الى المفاهيم الرياضية كمفهوم البديهية والمسلمة حيث سيعاد النظر في البديهيات والمسلمات مثل مسلمة التوازي من هنا سيعاد صياغة المنهاج الرياضي صياغة منطقية واعية الذي خلق ازمة حقيقية عرفت بازمة الاسس، فما هي هذه الازمة؟

تمثلت هذه الازمة في الشك في كل المسلمات والبديهيات الاقليدية، بل والى تفنيدها ونقدها هذا ما ادى الى ظهور نتائج رياضية جديدة اهتمت بمراجعة البرهان الرياضي الاقليدي ونقده.

منطلقات الرياضيات الكلاسيكية.

- المنطلقات الاقليدية:

إن هذه المنهجية تقوم على الاستدلال الاستنتاجي؛ وهو استدلال يعتمد بالضرورة، على منطلقات أولية تعرف بالأوليات والمسلمات والتعريفات لإقامة البرهان على صدق أو كذب قضية مطروحة للحل.

فالبديهيات: قضايا في غاية الوضوح لا تحتاج إلى برهان ، قضايا تفرض نفسها على العقل كالقول مثلا ، بأن " الكل أكبر من أحد أجزائه " ، وبأن " الشيئين المساويين لثالث متساويان فيما بينهما "، هي كلها حقائق بديهية.

والمسلمات: وتدعى أيضا بالمصادرات، هي قضايا غير مبرهنة، يضعها العقل كمطلب ويسلم بصدقها قصد بناء البراهين . ومن أمثلتها، مصادرات " أوقليدس " القائلة بأنه " من نقطة خارج مستقيم ، لا يَمرُّ إلا مواز واحد " ، وبأن " المكان ذو أبعاد ثلاثة : الطول والعرض والارتفاع ".

التعريفات: تعريف المستقيم، أو المثلث هو " شكل هندسي يتألف من ثلاثة خطوط وثلاث زوايا "

2- الخطوات: أساليب البرهنة في المنهج

وإذا كانت هذه هي أسس ومبادئ البرهنة الرياضية، فكيف يتم الانتقال منها إلى النتائج التي تَلزم عنها ؟ وبصورة أخرى، ما هي أساليب البرهنة في الرياضيات ؟

هناك طريقتان يلجأ إليهما الرياضي في إثبات قضاياه وبنائها، وهما:

- الطريقة التحليلية ، وهي على نوعين :

* <u>طريقة التحليل المباشر</u> : وتقوم على إرجاع القضية المراد إثباتها ، إلى قضايا أخرى أبسط منها.

مثال: أوجِدْ مجهول المعادلة : س + 6 = 12

تطبيق البديهية القائلة بأن: "طرح كمية ثابتة من متساويين، لن يغير هذا الطرح من تساويهما".

فبطرحه للمقدار (6) من الطرفين.

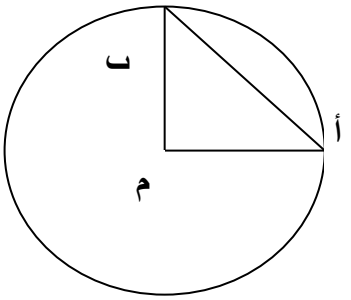
س+ 6 - 6 = 12 - 6 ، يتعين له ما كان مجهولا وهو أن س= 6 .

* <u>طريقة التحليل غير المباشر</u> : ويدعى هذا التحليل غير المباشر بالبرهان بالخُلف .

ب- أما الطريقة التركيبية: اذا كان البرهان التحليلي انتقالا من النتائج الى الاسباب فالبرهان التركيبي يسير في الاتجاه المعاكس.اي الانتقال من الاسباب الى النتائج

مثال: لدينا دائرة مركزها (م) ونصف قطرها م أ برهن على ان المثلث متساوي الساقين.

من تعريف الدائرة نستنتج ان م أ= م ب لانهما بدليل انهما انصاف اقطار وهم ضلعان من اضلاع المثلث إذن: المثلث: ا م ب متساوي الساقين.



ـ ثانيا: من حيث النتائج.

إذا كان الفضول العلمي عموما ، يطمح إلى الوقوف على النتائج المتصفة بالدقة واليقين ، فإنه سيجد في الرياضيات ما يشفي غليله ؛ لأنها تمثل في ذلك ، النموذج المثالي للفكر الصحيح ، التي تنشدها تطلعات الفيلسوف والعالم : نقول الفيلسوف ، لأنه يرى فيها الحقيقة الثابتة والأزلية التي لا تتغير، والنهاية الضرورية والواضحة التي تفرض نفسها على العقل؛ ونقول العالم ، لأنه كان وما يزال يحوك على منوالها، كما هو الحال في الفيزياء والكيمياء.

فالمعرفة الرياضية معرفة قطعية ويقينية في خطتها ونتائجها كما أن هذه المعرفة تقوم على أساس من الالتزام بالمبادئ والأسس، وتتصف بوفائها المطلق لمبدأ الهوية الصارم.

ـ ثالثا: قيمة الرياضيات من حيث نتائجها (بفضل مبدأ الهوية) وبالنسبة للعلوم الأخرى.

***

3) أزمة الرياضيات الكلاسيكية:

إذا كانت الرياضيات عند اليونان تشمل الكم المنفصل (العدد) والكم المتصل (الهندسة)فإن المسلمين أعطوها دفعا قوي باكتشاف الخوارزمي الجبر ، فصيغت عبارات رياضية ليس لها مايقابلها في الواقع.فبرز التساؤل التالي ما الفائدة من هذه الإنشاءات الصورية المجردة، وإلى أي مدى يجب الثقة بها ؟

-انتقادات الرياضيات المعاصرة.

أ - النسق الاكسيوماتيكي (ألا اقليدي):

وفي مجال الهندسة، تبين أنه ليس لدينا، أيُّ دليل عقلي على أن المكان يتمتع بأبعاد ثلاثة: طول وعمق وعرض. لقد أعلن لوباتشفسكي[1] عن هندسة خاصة، يكون فيها مجموع زوايا المثلث أقل من قائمتين، وهو يعتمد هنا على مصادرة، مفاداها أنه من نقطة خارج مستقيم، يمكن أن يمر أكثر من مواز، ذلك لأن المكان الذي يسلم به هذا العالم، هو مكان مقعَّر، وليس مسطحا.[2] وقرَّر ريمان (B. Riemann)[3] في سنة (1851)، أن المكان كروي؛[4] وأنه تبعا لذلك، لا يمر من نقطة خارج مستقيم، أيُّ مواز، وأن مجموع زوايا المثلث يساوي أكثر من قائمتين. والعجيب أن هذه الهندسات كلَّها، ليست متناقضة على الرغم من أن المسلمات التي تستند إليها حول المتوازيات، ليست واحدة مشتركة. إن الهندسة الكلاسيكية التي كانت إلى القرن التاسع عشر، مأخوذة كيقينية مطلقة، تظهر كحالة خاصة من حالات الهندسة. وما كان يعتبر ثابتا أصبح متغيرا. يقول " بولغان " (Bouligand): " إن كثرة الأنظمة في الهندسة، لدليل على أن الرياضيات ليس فيها حقائق مطلقة ". وما منطلقات الفكر الرياضي، إلا مجرد افتراضات تدعو إلى البرهنة الاستدلالية".

فظهور الهندسات اللاأوقليدية، جعل الرياضيين المحدثين، يعتبرون أي بناء رياضي مجرد نسق "فرضي استنباطي" أي يقوم على أسس افتراضية، لم يقدم

---

[1]- هو عالم رياضي روسي وأحد مؤسسي الهندسات اللاأوقليدية (1792- 1856) .
[2]- المكان المقعر يمكن تخيله داخل الكرة ، (Courbature négative) .
[3]- هو عالم رياضي ألماني (1826- 1866) ، اشتهر بأعماله في الرياضيات الحديثة وخاصة في نظرية الدالات والهندسة اللاأوقليدية .
[4]- المكان الكروي أي على سطح الكرة ، (Courbature positive) .

البرهان أي شيء عن صحتها، وأن كل ما في الأمر ، هو وجود انسجام وتسلسل منطقي بينها وبين النتائج المترتبة عليها.[5] وبهذا، سقطت فكرة البداهة المتصفة بالوضوح، لأن ما هو واضح عند شخص، قد يكون غير ذلك عند آخر، نظرا إلى اختلاف الحدس والتصور من هذا إلى ذاك . وهكذا، باتت الأبواب في مجال الرياضيات، مفتوحة على حرية اختيار شتى المنطلقات والافتراضات.[6]

ومما يترتب عن حركة تطور العلاقات الداخلية للرياضيات ، ظهور منهج الأكسيوماتيك القائم على الافتراض والاستنتاج، الذي يشترط فقط عدم تناقض النتائج مع المقدمات المفترضة. فالرياضيون أنفسهم، لم تعد تهمهم فكرة وضوح المبادئ والأوليات التي اعتبرت مجرد مواضعات أو تعاريف مقنعة،[7] بل معيار سلامتها في تجنب كل تناقض قد يطرأ بين المنطلقات الافتراضية والنتائج الضرورية المترتبة عنها.

هذا التحول والتطور في عالم الرياضيات وظهور المفاهيم الجديدة الموغلة في التجريد، والتأكيد على أن المقدمات هي مجرد فرضيات، ومعيار الصدق والكذب هو ضمن نسق معين فقط.

ب - حدودها بالنسبة للمجال الحسي:

إن الحقائق الرياضية المتصفة باليقين، عندما تنزل إلى التطبيقات التجريبية، تفقد دقتها وتقع في "التقريبيات ". عندما أحاول مثلا، تقدير العدد (π) تقديرا حسابيا وعمليا، فإنه ينزل دون الدقة: فـ (π) = (3,14) أي 22 / 7؛ يساوي أكثر من (3,14).

ـ ثانيا : صلابتها بالنظر إلى سياقها ونسقها.

---

[5]- تقوم هندسة "أوقليدس" على تصور مستوٍ للمكان ، وعند "لوباتشفسكي" على المكان المقعر؛ أما "ريمان"، فالمكان في هندسته كروي. وكلها إنشاءات متسقة، تخلو من التناقض الداخلي .

[6]- من هنا ، يبدو أن هندسة "أوقليدس" لم تعد توصف بالكمال المطلق أو تمثل اليقين الفكري الذي لا يمكن نقضه . لقد غدت واحدة من عددٍ لا ينتهي من الهندسات الممكنة التي لكل منها مسلماتها الخاصة بها .

[7]- وهو ما ذهب إليه الرياضي الفرنسي هنري بوانكاري (1854- 1912) في كتابه " قيمة العلم " .

يرى هنري بوانكاريه إن تنوع الأنساق الرياضية تعدُّدٌ لا يقضي على يقين كل واحد منها، ما دمنا ننظر إلى الأوليات على أنها متواضَعة، وأنها ليست ضرورية لكل بناء أو أنها نهائية. لقد بيَّنت لنا الهندسات اللا أقليدية أنه " يمكن وضع غيرها أو حذف بعضها أو إضافة أخرى، ويبقى النسق الاستنباطي قائما". ولا يسقط بذلك. فتنوع الأنساق الرياضية لا يخلل بمصداقية الرياضيات، وكل نسق صحيح وصادق، لأنه ينطبق على الواقع المفترض بحدوده ومسلماته ونتائجه.

ثالثا : الحكمة الفلسفية من هذا الطرح :

لقد عرفنا إلى أي مدًى تتصف العلوم في نتائجها بالنسبية والاحتمال، وعرفنا متانة الرياضيات، رغم اختلافاتها ونسبيتها. إن السر الذي كشفت عنه فلسفة الرياضيات، هو استقرار الخيط الذي يصل المنطلقات بالمنتهيات، على أساس مبدأ الهوية أو مبدأ عدم التناقض.

استنتاج:

إن الحكمة الفلسفية لا يجب أن تحملنا إلى الشك في قيمة الرياضيات، وأبرزت شيئا يكاد يكون أعظم ميزة في هذا الفكر، وهو التجريد والنسقية. فكلما كان البحث أكثر تجريدا، أمن من التغير والنسبية؛ وكلما كان حرصه أكبر على الانسجام في انتقاله من مرحلة إلى أخرى، ومن المقدمات إلى النتائج، أقام حصنا حصينا ضد التناقض والاضطراب. وهذه ميزة المقال الفسلفي كذلك عدم التناقض.