# CHAPITRE 3 : Les Emprunts

## Introduction

Dans la littérature, il existe deux grandes familles d'emprunts :

- Les emprunts indivis ;
- Les emprunts obligataires ;

L'emprunt indivis, ou ordinaire est celui qui est contracté auprès d'un seul emprunteur : banque, établissement financier.
L'emprunt obligataire comporte, lui plusieurs prêteurs dénommés les obligataires.

## 1. Les emprunts indivis

### Définition

Un emprunt indivis est un emprunt ordinaire faisant l'objet d'un contrat entre un prêteur et un emprunteur. Il n'y a qu'un seul prêteur, il est donc indivisible, d'où le qualificatif indivis. Le remboursement de cet emprunt s'effectue généralement, *par annuités de fin de période*. Chaque annuité est composée de deux éléments :

- Un remboursement d'une partie du capital emprunté, appelé l'amortissement.

- Une partie intérêt calculée sur la base du taux d'intérêt convenu entre les deux parties et du capital restant dû dépendant.

### Tableau d'amortissement

Le remboursement d'un emprunt (ou service de la dette) peut être :

*Remboursement in fine (en Block) :*

Le capital est intégralement remboursé à la fin de l'emprunt (remboursement unique en fin de période).

*Remboursement par annuités constantes :*

Pour déterminer l'annuité a, on considère comme équivalent la valeur acquise d'une suite d'annuités constantes et la valeur acquise du montant du prêt C, capitalisé au taux t sur n périodes.

- Calcul de l'annuité constante

Soit a, l'annuité constante. Par définition, $a_1=a_2= \ldots=a_n=a$

$$C_0 = a\,\frac{1-(1+t)^{-n}}{t} \quad \rightarrow \quad a = C_0\,\frac{t}{1-(1+t)^{-n}}$$

➢ Loi de progression des amortissements

Dans un système d'annuités constantes, les amortissements forment une progression géométrique croissante de raison (1+t). Cette loi permet de déduire la relation qui s'établit entre les amortissements de rangs p et 1 :

$$C_p = C_1 (1+t)^{p-1}$$

Reprenons à présent l'expression : $C_0 = m_1+m_2+...+m_n$

Compte tenu de la loi d'évolution des amortissements, cette expression peut être réécrite ainsi:

$$C_0 = m_1 + m_1(1+t) + m_1(1+t)^2 +.....+ m_1(1+t)^{n-1}$$

$$C_0 = m_1 [1+ (1+t) + (1+t)^2 +.....+ (1+t)^{n-1}]$$

$$C_0 = m_1 \frac{(1+t)^n-1}{t} \rightarrow m_1 = C_0 \frac{t}{(1+t)^n-1}$$

*Remboursement par amortissements constants :*

Dans ce cas, le remboursement du capital est de C/n à chaque période et le calcul des intérêts porte sur le capital restant dû.

➢ Loi de progression des annuités

Désignons par m l'amortissement constant. Par définition :

$m_1 = m_2 = .... = m_n = m$ où : $m = D_0 / n$

Les relations entre les différentes variables de l'emprunt indivis sont décrites par le tableau d'amortissement suivant :

| Période<br><br>**n** | Capital de début de période (restant dû)<br><br>**CDP** | Intérêt de la période<br><br>**I** | Amortissement<br><br>**m** | Annuité de fin de période<br><br>**a** | Capital de fin de période<br><br>**CFP** |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $C_0$ | $I_1=C_0. t$ | $m_1$ | $a_1= I_1 + m_1$ | $C_1= C_0 - m_1$ |
| 2 | $C_1$ | $I_2=C_1. t$ | $m_2$ | $a_2= I_2 + m_2$ | $C_2= C_1 - m_2$ |
| | | | | | |
| p | $C_{p-1}= C_{p-2} - m_{p-1}$ | $I_p=C_{p-1} - t$ | $m_p$ | $a_p= I_p + m_p$ | $C_p= C_{p-1} - m_p$ |
| | | | | | |
| n-1 | $C_{n-2}= C_{n-3} - m_{n-2}$ | $I_{n-1}=C_{n-2} - t$ | $m_{n-1}$ | $a_{n-1}=I_{n-1} + m_{n-1}$ | $C_{n-1}= C_{n-2}-m_{n-1}$ |
| n | $C_{n-1}= C_{n-2} - m_{n-1}$ | $I_n=C_{n-1} - t$ | $m_n$ | $a_n= I_n + m_n$ | $C_n= C_{n-1} - m_n$ |

- Les amortissements servent à rembourser la dette donc leur somme est égale au capital emprunté : $\sum_{p=1}^{n} m_p = C_o$
- Après le paiement du $n^{ième}$ amortissement $m_n$, le capital restant dû est égal à zéro donc la dette non remboursée avant le paiement de $m_n$ est égale à $m_n$ c'est à dire $C_{n-1} = m_n$

- Pour remplir ce genre du tableau, l'Excel est très utile pour effectuer ces calculs.
- Si l'amortissement est constant, l'annuité est variable et vice-versa.

**Application (**4 chiffres après la virgule)

Un emprunt de 400 000 Dzd est remboursable en 4 annuités avec un taux est de 12% par an. Construire le tab d'amortissement de cet emprunt.

a) - Sachant que l'emprunt est remboursable en une seule fois an.

| n | CDP | I | m | a | CFP |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 400 000 | 48 000 | 0 | 48 000 | 400 000 |
| 2 | 400 000 | 48 000 | 0 | 48 000 | 400 000 |
| 3 | 400 000 | 48 000 | 0 | 48 000 | 400 000 |
| 4 | 400 000 | 48 000 | 400 000 | 448 000 | 0 |

b) - Sachant que l'annuité est constante et la première est payable un an après le contrat (fin de période).

$$a = 400000 \frac{0.12}{1-(1+0.12)^{-4}} \rightarrow a = 131\ 680 \text{ Dzd}$$

| n | CDP | I=CDP*t | m=a-I | a | CFP=CDP-m |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 400 000 | 48 000 | 83680 | 131 680 | 316320 |
| 2 | 316320 | 37958.4 | 93721.6 | 131 680 | 222598.4 |
| 3 | 222598.4 | 26711.808 | 104968.19 | 131 680 | 117630.21 |
| 4 | 117630.21 | 14115.625 | 117564.375 | 131 680 | ~0 |

c) - Sachant que l'amortissement est constant.

$$m = \frac{Emprunt\ C_0}{Durée\ n} = \frac{400000}{4} \rightarrow m = 100\ 000 \text{ Dzd}$$

| n | CDP | I=CDP*t | m | a=I+m | CFP=CDP-m |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 400 000 | 48 000 | 100 000 | 148 000 | 300 000 |
| 2 | 300 000 | 36 000 | 100 000 | 136 000 | 200 000 |
| 3 | 200 000 | 24 000 | 100 000 | 124 000 | 100 000 |
| 4 | 100 000 | 12 000 | 100 000 | 112 000 | 0 |