

### *1.1 Introduction*

La turbomachine est un dispositif dans lequel un transfert d'énergie se produit entre un fluide en écoulement et un élément rotatif en raison d'une action dynamique, et entraîne une modification de la pression et de la vitesse du fluide. Le transfert d'énergie mécanique aura lieu à l'intérieur ou à l'extérieur de la turbomachine, généralement dans un processus d'écoulement constant. Les turbomachines comprennent toutes les machines qui produisent de l'énergie, comme les turbines, ainsi que celles qui produisent une pression, comme les pompes centrifuges et les compresseurs. La turbomachine extrait de l'énergie ou communique de l'énergie à un flux de fluide continuellement en mouvement. Cependant, dans une machine à déplacement positif, il est intermittent. La turbomachine décrite ci-dessus couvre un large éventail de machines, telles que les turbines à gaz, les turbines à vapeur, les pompes centrifuges, les compresseurs à flux centrifuge et axial, les éoliennes, les roues hydrauliques et les turbines hydrauliques. Dans ce texte, nous traiterons des machines à écoulement de fluide incompressibles et compressibles.

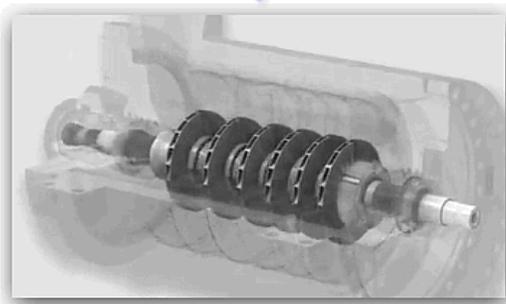
### *1.2 Types de turbomachines*

Il existe différents types de turbomachines. Ils peuvent être classés en :

1. Turbomachines dans lesquelles
  - a). le travail est effectué par le fluide
  - b). le travail est fait sur le fluide.



Turbine Pelton



Compresseur centrifuge



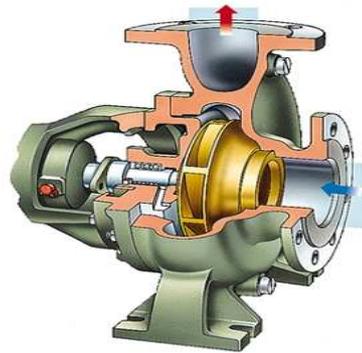
Turbine Kaplan



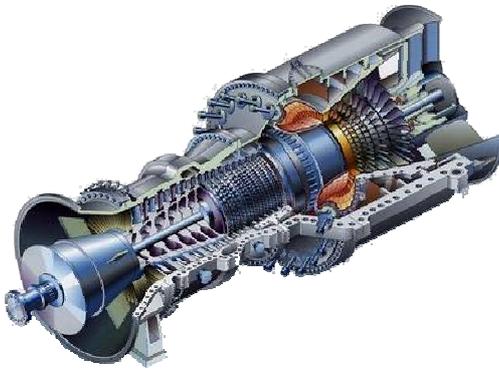
ventilateur centrifuge



Turbine Francis



Pompe centrifuge



Turbine à gaz



Compresseur axial

**Figure I.1.** Différents types de turbomachines.

2. Turbomachines dans lesquelles le fluide se déplace à travers l'élément rotatif dans la direction axiale sans mouvement radial des lignes de courant. De telles machines sont appelées machines à écoulement axial alors que si le flux est essentiellement radial, on l'appelle une machine à écoulement radial ou centrifuge. Certaines de ces machines sont représentées sur la Figure I.1, Deux points principaux seront observés :

Premièrement, que l'élément principal est un rotor portant des pales ou des aubes ; et d'autre part, que le trajet du fluide dans le rotor peut être sensiblement axial, sensiblement radial, ou dans certains cas une combinaison des deux.

Les turbomachines peuvent en outre être classées comme suite :

- Turbines : Machines qui produisent de l'énergie par détente d'un écoulement continu du fluide à une pression ou une hauteur plus basse.
- Pompes : Machines qui augmentent la pression ou la hauteur du fluide.

- Ventilateurs : Machines qui ne transmettent qu'une faible augmentation de la pression à un gaz s'écoulant en continu ; habituellement le gaz peut être considéré comme incompressible.
- Compresseurs : Machines qui transmettent l'énergie cinétique à un gaz en le comprimant et en lui permettant ensuite de se dilater rapidement. Les compresseurs peuvent être à flux axial, centrifuge ou une combinaison des deux types, afin de produire l'air hautement comprimé.

### 1.3 Analyse dimensionnelle

#### 1.3.1. les nombres adimensionnels dans les machines Hydrauliques

Pour étudier les performances des turbomachines, un grand nombre de variables sont impliquées. L'utilisation de l'analyse dimensionnelle réduit les variables à un certain nombre de groupes adimensionnels gérables.

Considérons un volume de contrôle autour d'une pompe à travers lequel circule un fluide incompressible de densité  $\rho$  à un débit volumique de  $Q$ . Puisque le flux entre en un point et quitte à un autre point, le débit volumique  $Q$  peut être réglé indépendamment au moyen d'une soupape d'étranglement. Le débit  $Q$  d'une pompe est donné par la relation suivante :

$$Q = f(N, D, g, H, \eta, \rho) \quad (\text{I} - 1)$$

Où  $H$  est la hauteur,  $D$  est le diamètre de la roue,  $g$  est l'accélération due à la gravité,  $\rho$  est la densité du fluide,  $N$  est le nombre de tour par minute, et  $\mu$  est la viscosité du fluide.

Dans le système MLT, la relation (I-1) entre 7 grandeurs se réduit à une relation 3 nombre adimensionnels en utilisant le théorème de Buckingham :

$$Q = ND^3 f\left(\frac{gH}{N^2 D^2}, \frac{\mu}{ND^2 \rho}\right) = 0 \quad (\text{I} - 2)$$

Un terme sans dimension d'une extrême importance qui peut être obtenu en manipulant les coefficients de débit et de hauteur, la vitesse spécifique est définie par l'équation

$$N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{(gH)^{\frac{3}{4}}} \quad (\text{I} - 3)$$

Les termes sans dimension suivants sont utiles dans l'analyse des machines à écoulement incompressibles :

1. Le coefficient de débit et le rapport de vitesse : Le terme  $Q / ND^3$  est appelé coefficient de débit ou capacité spécifique et indique le débit volumique du fluide à travers une turbomachine de diamètre unitaire, fonctionnant à la vitesse unitaire. Il est constant pour les rotors similaires.

2. Le coefficient de Hauteur : Le terme  $gH / N^2 D^2$  est appelé la hauteur spécifique. C'est l'énergie cinétique du fluide qui jaillit sous la hauteur  $H$  divisée par l'énergie cinétique du fluide circulant à la vitesse tangentielle du rotor. Il est constant pour les impulseurs similaires.

$$\psi = \frac{H}{\frac{U^2}{g}} = \frac{gH}{\pi^2 N^2 D^2} \quad (\text{I} - 4)$$

3. Coefficient de puissance ou puissance spécifique : La grandeur sans dimension  $P / \rho N^2 D^2$  est appelée coefficient de puissance ou puissance spécifique. Il montre la relation entre la puissance, la densité du fluide, la vitesse et le diamètre de la roue.

4. Vitesse spécifique : Le paramètre le plus important pour les machines à des fluides incompressibles est la vitesse spécifique. C'est le terme non-dimensionnel. Toutes les turbomachines fonctionnant dans les mêmes conditions de débit et de hauteur ont la même vitesse spécifique, quelle que soit la taille physique réelle des machines. La vitesse spécifique peut être exprimée sous cette forme

$$N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{(gH)^{\frac{3}{4}}} = \frac{N\sqrt{P}}{\rho^{\frac{1}{2}}(gH)^{\frac{5}{4}}} \quad (\text{I} - 5)$$

Le paramètre de vitesse spécifique exprimant la variation de toutes les variables  $N$ ,  $Q$  et  $H$  ou  $N$ ,  $P$  et  $H$ , qui provoquent des flux similaires dans les turbomachines géométriquement similaires. La vitesse spécifique représentée par l'équation. (1-5) est une quantité adimensionnelle. Elle peut également être exprimée sous d'autres formes :

$$N_s = \frac{N\sqrt{Q}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad (\text{I} - 6)$$

et

$$N_s = \frac{N\sqrt{P}}{H^{\frac{5}{4}}} \quad (\text{I} - 7)$$

L'équation (I-6) est utilisée pour spécifier les vitesses spécifiques des pompes et de l'équation. (I-7) est utilisé pour les vitesses spécifiques des turbines. La vitesse spécifique de la turbine peut être définie comme la vitesse d'une turbine géométriquement similaire, qui développe 1 hp sous une hauteur de 1 mètre d'eau. Il est clair que  $N_s$  est une grandeur dimensionnelle. En unités métriques, elle varie entre 4 (pour la roue Pelton à très grande hauteur) et 1000 (pour l'hélice à hauteur basse sur les turbines Kaplan).

Le nombre de Reynolds est représenté par

$$Re = \frac{D^2 N}{\nu} \quad (I - 8)$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide. Puisque la quantité  $D^2 N$  est proportionnelle à  $DV$  pour des machines similaires qui ont le même rapport de vitesse. Dans les écoulements en turbomachines, le paramètre adimensionnel  $D^2 N / \nu$  n'est pas aussi important puisque la résistance visqueuse seule ne détermine pas les pertes de la machine. Diverses autres pertes, telles que celles dues aux chocs à l'entrée, à l'impact, à la turbulence et aux fuites, affectent les caractéristiques de la machine ainsi que diverses pertes par frottement.

Considérons un volume de contrôle autour d'une turbine hydraulique à travers lequel circule un fluide incompressible de densité  $\rho$  à un débit volumique  $Q$ , contrôlé par une vanne. La différence de hauteur à travers le volume de contrôle est  $H$ , et si le volume de contrôle représente une turbine de diamètre  $D$ , la turbine développe une puissance d'arbre  $P$  à une vitesse de rotation  $N$ . L'équation fonctionnelle peut s'écrire

$$P = f(\rho, N, \mu, D, Q, gH) \quad (I - 9)$$

L'équation (1-9) peut être écrite comme le produit de toutes les variables élevées à une puissance et une constante, telles que

$$P = const. (\rho^a N^b \mu^c D^d Q^e (gH)^f) \quad (I - 10)$$

Substituant les dimensions respectives dans l'équation ci-dessus. (1.10),

$$(ML^2/T^3) = const. (M/L^3)^a (1/T)^b (M/LT)^c (L)^d (L^3/T)^e (L^2/T^2)^f \quad (I - 11)$$

En égalant les puissances de M, L, T et sur les deux côtés de l'équation : pour M,  $1 = a + c$ ; L,  $2 = -3a - c + d + 3e + 2f$ ; pour T,  $-3 = -b - c - e - 2f$ .

Il y a six variables et seulement trois équations. Il est donc nécessaire de résoudre pour trois des indices en termes des trois restants. Résolvant pour  $a$ ,  $b$  et  $d$  en termes de  $c$ ,  $e$ , et  $f$  nous avons :

$$\begin{aligned} a &= 1 - c \\ b &= 3 - c - e - 2f \\ d &= 5 - 2c - 3e - 2f \end{aligned}$$

En substituant les valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $d$  dans l'équation. (1-10), et en collectant des indices similaires dans des parenthèses séparées,

$$P = const. \left[ (\rho N^3 D^5), \left( \frac{\mu}{\rho N D^2} \right)^c, \left( \frac{Q}{N D^3} \right)^e, \left( \frac{gH}{N^2 D^2} \right)^f \right] \quad (I - 12)$$

Dans l'équation (1-12), le second terme entre parenthèses est l'inverse du nombre de Reynolds. Puisque la valeur de  $c$  est inconnue, ce terme peut être inversé et l'équation (1-12) peut être écrite comme

$$P/\rho N^3 D^5 = const. \left[ \left( \frac{\rho N D^2}{\mu} \right)^c, \left( \frac{Q}{N D^3} \right)^e, \left( \frac{gH}{N^2 D^2} \right)^f \right] \quad (I - 13)$$

Dans l'équation (1-13) chaque groupe de variables est sans dimension et tous sont utilisés dans la pratique des turbomachines hydrauliques, et sont connus sous les noms suivants :

le coefficient de puissance ( $P/\rho N^3 D^5 = \bar{P}$ ); le coefficient de débit ( $Q/N D^3 = \phi$ ); et le coefficient de hauteur ( $gH/N^2 D^2 = \psi$ ).

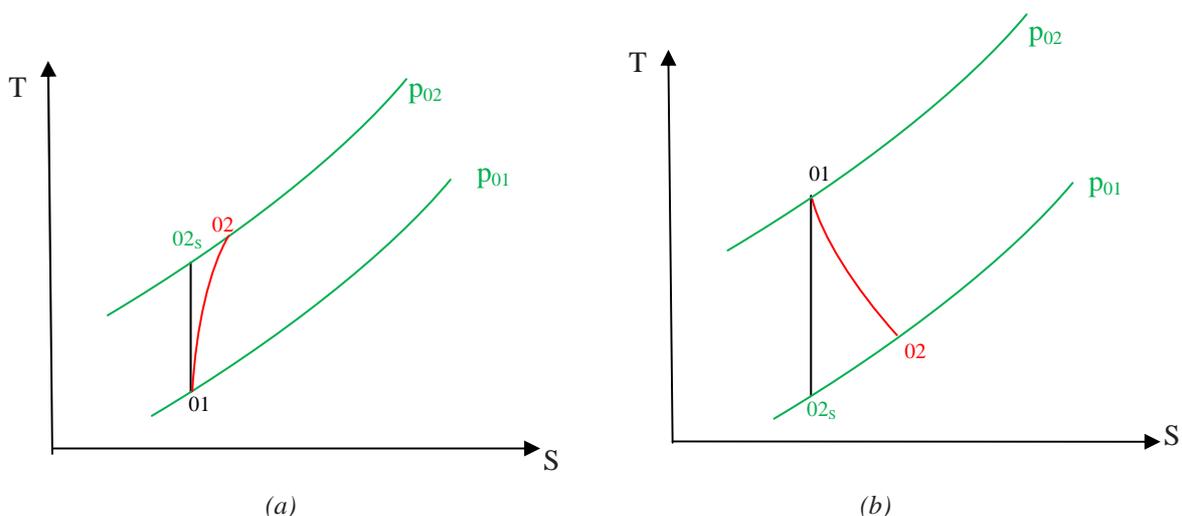
L'Équation (1-13) peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\bar{P} = f(Re, \phi, \psi) \quad (I - 14)$$

L'équation (1-14) indique que le coefficient de puissance d'une machine hydraulique est fonction du nombre de Reynolds, du coefficient de débit et du coefficient de hauteur. Dans les turbomachines hydrauliques, le nombre de Reynolds est habituellement très élevé. Par conséquent, l'action visqueuse du fluide a très peu d'effet sur la puissance de sortie de la machine et le coefficient de puissance reste seulement fonction de  $\phi$  et  $\psi$ .

*1.3.2.les nombres adimensionnels dans les machines à flux compressibles*

Les fluides compressibles sont des substances actives dans les turbines à gaz, les compresseurs centrifuges et axiaux. Pour inclure la compressibilité de ces types de fluides (gaz), quelques nouvelles variables doivent être ajoutées à celles déjà discutées dans le cas des machines hydrauliques et des changements doivent être apportés à certaines des définitions utilisées. Les paramètres importants dans les machines à débit compressible sont la pression et la température.



**Figure I.2.** Compression et détente dans les machines à débit compressible : (a) compression, (b) détente.

Dans la Figure 1.2, les diagrammes  $T$ - $S$  pour les processus de compression et de détente sont représentés. Les processus de compression et de détente isentropiques sont représentés par  $s$  et l'indice 0 désigne la stagnation ou les conditions d'arrêts. 1 et 2 se réfèrent aux états d'entrée et de sortie du gaz, respectivement. La pression à la sortie,  $p_{02}$ , peut être exprimée comme suit

$$p_{02} = f(D, N, \dot{m}, p_{01}, T_{01}, T_{02}, \rho_{01}, \rho_{02}, \mu) \quad (I - 15)$$

Le rapport de pression  $p_{02} / p_{01}$  remplace la hauteur  $H$ , tandis que le débit massique  $\dot{m}$  ( $kg / s$ ) remplace  $Q$ . En utilisant l'équation de gaz parfaite, la densité peut s'écrire  $\rho = P / RT$ . Maintenant, en supprimant la densité et en combinant  $R$  avec  $T$ , la relation fonctionnelle peut être écrite comme suite

$$p_{02} = f(D, N, \dot{m}, p_{01}, RT_{01}, RT_{02}, \mu) \quad (I - 16)$$

En substituant les dimensions de base et en assimilant les indices, la relation fondamentale suivante peut être obtenue

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = f\left(\frac{RT_{02}}{RT_{01}}, \frac{\left(\frac{\dot{m}}{RT_{01}}\right)^{1/2}}{P_{01}D^2}, \frac{ND}{(RT_{01})^{1/2}}, Re\right) \quad (I - 17)$$

Dans l'équation (I-17),  $R$  est constant et peut être éliminé. Dans la plupart des cas, le nombre de Reynolds est très élevé et le flux est turbulent et, par conséquent, les variations de ce paramètre sur la plage de fonctionnement habituelle peuvent être négligées. Cependant, en raison de grands changements de densité, une réduction significative de  $Re$  peut se produire, ce qui doit être pris en compte. Pour une machine de diamètre constant, le diamètre  $D$  peut être ignoré, et l'équation (I-17) devient

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = f\left(\frac{T_{02}}{T_{01}}, \frac{\dot{m}T_{01}^{1/2}}{P_{01}}, \frac{N}{T_{01}^{1/2}}\right) \quad (I - 18)$$

Dans l'équation (I-18) Certains termes sont nouveaux et ne sont plus sans dimension. Pour une machine particulière, il est typique de tracer  $p_{02} / p_{01}$  et  $T_{02} / T_{01}$  par rapport au paramètre de débit massique  $\dot{m}T_{01}^{1/2}/P_{01}$  pour différentes valeurs du paramètre de vitesse  $N/T_{01}^{1/2}$ . L'équation (I-17) doit être utilisée s'il est nécessaire de changer la taille de la machine. Le terme  $ND / (RT_{01})^{1/2}$  indique l'effet du nombre de Mach. Cela se produit parce que la vitesse de la roue  $V \propto ND$  et la vitesse du son  $a_{01} \propto \sqrt{RT_{01}}$ , tandis que le nombre de Mach

$$M = V/a_{01} \quad (I - 19)$$

*I.4 Thermodynamique de base, mécanique des fluides et définitions du rendement*

Dans cette section, les lois physiques de base de la mécanique des fluides et de la thermodynamique seront discutées. Ces lois sont :

1. L'équation de continuité.
2. La première loi de la thermodynamique.
3. La deuxième loi du mouvement de Newton.
4. La deuxième loi de la thermodynamique.

Pour un débit constant à travers une turbomachine,  $\dot{m}$  reste constant. Si  $A_1$  et  $A_2$  sont les zones d'écoulement sur les sections 1 et 2 alors

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 C_1 = \rho_2 A_2 C_2 = cte \quad (I - 20)$$

Où  $\rho_1$ , est la densité à la section 1,  $\rho_2$ , la densité à la section 2,  $C_1$ , la vitesse à la section 1, et  $C_2$ , est la vitesse à la section 2.

*I.4.1. La première loi de thermodynamique*

Selon la première loi de la thermodynamique, si un système est soumis à un cycle complet pendant lequel la chaleur est fournie et le travail est fait, alors

$$\oint (\delta Q - \delta W) = 0 \quad (I - 21)$$

Lors d'un changement d'état de 1 à 2, il y a un changement de l'énergie interne du système.

$$U_2 - U_1 = \int_1^2 (\delta Q - \delta W) \quad (I - 22)$$

Pour un changement d'état infinitésimal

$$dU = \delta Q - \delta W \quad (I - 23)$$

*I.4.2. Équation d'énergie à débit constant*

La première loi de la thermodynamique peut être appliquée à un système pour trouver le changement de l'énergie du système quand il subit un changement d'état.

L'énergie totale

d'un système, E peut être écrit comme :

E = Énergie interne + Énergie cinétique + Énergie potentielle.

$$E = U + E_C + E_P \quad (I - 24)$$

Où  $U$  est l'énergie interne. Puisque les termes comprenant  $E$  sont des fonctions ponctuelles, on peut écrire l'équation (1-24) sous la forme suivante

$$dE = dU + dE_C + dE_P \quad (I - 25)$$

La première loi de la thermodynamique pour un changement d'état d'un système peut donc être écrite comme suit

$$\delta Q = dU + dE_C + dE_P + \delta W \quad (I - 26)$$

Soit l'indice 1 représente le système dans son état initial et 2 représente le système dans son état final, l'équation d'énergie à l'entrée et à la sortie de tout dispositif peut être écrite

$$Q_{1-2} = U_2 - U_1 + \frac{m(C_2^2 - C_1^2)}{2} + mg(Z_2 - Z_1) + W_{1-2} \quad (I - 27)$$

L'équation (1-27) indique qu'il existe des différences ou des changements dans les formes d'énergie similaires qui entrent ou sortent de l'unité. Dans de nombreuses applications, ces différences sont insignifiantes et peuvent être ignorées. La plupart des systèmes fermés rencontrés dans la pratique sont stationnaires ; c'est-à-dire qu'ils n'impliquent aucun changement dans leur vitesse ou l'élévation de leurs centres de gravité pendant un processus. Ainsi, pour les systèmes fermés stationnaires, les changements dans les énergies cinétiques et potentielles sont négligeables (c'est-à-dire  $\Delta (E_C) = \Delta (E_P) = 0$ ), et la première relation de loi se réduit à :

$$Q - W = \Delta E \quad (I - 28)$$

Si les états initial et final sont spécifiés, les énergies internes 1 et 2 peuvent facilement être déterminées à partir de tables de propriétés ou de relations thermodynamiques.

Pour un processus réversible, les états initial et final sont identiques ; donc :  $\Delta E = E_2 - E_1 = 0$

Alors la première relation de loi pour un cycle est

$$Q - W = 0 \quad (I - 29)$$

C'est-à-dire que le transfert de chaleur net et le travail net effectué au cours d'un cycle doivent être égaux.

Définissant l'enthalpie de stagnation par:  $h_0 = h + 1/2 C^2$  et en supposant que  $g (Z_2 - Z_1)$  est négligeable, l'équation d'énergie à flux constant (I-27) devient:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \dot{m}(h_{02} - h_{01}) \quad (I - 30)$$

La plupart des processus d'écoulement des turbomachines sont adiabatiques, et donc  $\dot{Q} = 0$ . Pour les machines de production de travail,  $\dot{W} > 0$ ; alors:

$$\dot{W} = \dot{m}(h_{02} - h_{01}) \quad (\text{I} - 31)$$

Pour les machines à absorption de travail (compresseurs)  $\dot{W} < 0$

$$-\dot{W} = \dot{m}(h_{02} - h_{01}) \quad (\text{I} - 32)$$

#### 1.4.3. la seconde loi de mouvement de newton

La seconde loi de Newton stipule que la somme de toutes les forces agissant sur un volume de contrôle dans une direction particulière est égale au taux de variation de quantité de mouvement du fluide à travers le volume de contrôle. Pour un volume de contrôle avec un fluide entrant avec une vitesse uniforme  $C_1$  et sortant avec une vitesse uniforme  $C_2$ , alors

$$\sum F = \dot{m}(C_2 - C_1) \quad (\text{I} - 33)$$

L'équation (1-33) est une forme de l'équation de quantité de mouvement à une dimension dans un écoulement stationnaire et elle est appliquée pour un écoulement linéaire. Cependant, les turbomachines ont des rotors qui tournent, et la puissance de sortie est exprimée comme le produit du couple et de la vitesse angulaire. Par conséquent, le mouvement angulaire est le paramètre le plus descriptif pour ce système.

#### 1.4.4. La deuxième loi de thermodynamique : entropie

Cette loi stipule que pour un fluide traversant un cycle impliquant des échanges thermiques

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (\text{I} - 34)$$

Où  $\delta Q$  est un élément de chaleur transféré au système à une température absolue  $T$ . Si tous les processus du cycle sont réversibles, de sorte que  $\delta Q = \delta Q_R$ , alors

$$\oint \frac{\delta Q_R}{T} = 0 \quad (\text{I} - 35)$$

La propriété appelée entropie, pour un changement d'état, elle est donnée par

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q_R}{T} \quad (I - 36)$$

Pour un changement incrémental d'État

$$dS = mds = \frac{\delta Q_R}{T} \quad (I - 37)$$

Où  $m$  est la masse du fluide. Pour un écoulement constant à travers un volume de contrôle dans lequel le fluide subit un changement d'état de l'entrée 1 à la sortie 2,

$$\int_1^2 \frac{\delta \dot{Q}}{T} \leq \dot{m} (s_2 - s_1) \quad (I - 38)$$

Pour le processus adiabatique,  $\delta Q = 0$  de sorte que

$$s_2 \geq s_1 \quad (I - 39)$$

Pour un processus réversible

$$s_2 = s_1 \quad (I - 40)$$

En l'absence de mouvement, de gravité et d'autres effets, la première loi de la thermodynamique, l'équation (1-23) devient

$$Tds = du - pdv \quad (I - 41)$$

En mettant  $h = u + pv$  et  $dh = du + pdv + vdp$  dans l'équation (1.41), nous donne

$$Tds = dh - vdp \quad (I - 42)$$

#### 1.4.4. Rendement et pertes

Soit  $H$  la hauteur (m),  $Q$  débit ( $\text{m}^3 / \text{s}$ ). L'énergie hydraulique fournie à la machine est donnée par

$$P = \rho Q g H \quad (I - 43)$$

Maintenant, soit  $\Delta Q$  la quantité d'eau qui fuit (perdu). C'est la quantité d'eau qui ne fournit pas de travail utile.

Alors:

La puissance gaspillée =  $\rho\Delta QgH$

Le rendement volumétrique est égal

$$\eta_v = \frac{Q - \Delta Q}{Q} \quad (\text{I} - 44)$$

Puissance nette fournie au rotor

$$= (Q - \Delta Q)\rho gH \quad (\text{I} - 45)$$

Si  $H_r$  est la hauteur de la roue, alors la puissance hydraulique générée par la roue est donnée par

$$P_h = (Q - \Delta Q)gH_r \quad (\text{I} - 46)$$

Le rendement hydraulique est donné par

$$\eta_h = \frac{(Q - \Delta Q)\rho gH_r}{(Q - \Delta Q)\rho gH} = \frac{\text{puissance hydraulique à la sortie}}{\text{puissance hydraulique à l'entrée}} = \frac{H_r}{H} \quad (\text{I} - 47)$$

Si  $P_m$  représente la perte de puissance due au frottement mécanique au palier, la puissance disponible au niveau de l'arbre est donnée par

$$P_s = P_h + P_m \quad (\text{I} - 48)$$

Le rendement mécanique est donné par

$$\eta_m = \frac{P_h}{P_s} = \frac{P_s - P_m}{P_s} \quad (\text{I} - 49)$$

L'effet combiné de toutes ces pertes peut s'exprimer sous la forme d'un rendement globale. Ainsi

$$\eta_G = \eta_m\eta_v\eta_h \quad (\text{I} - 50)$$

1.5. Transformation thermodynamique idéale et réelle pour les compresseurs et les turbines

1.5.1 Rendement isentropique des turbines

La figure 1.11 montre un diagramme d'enthalpie-entropie ou de Mollier. Le processus est représenté par la ligne 1-2 et montre la détente de la pression  $p_1$  à une pression inférieure  $p_2$ . La ligne 1-2s représente la détente isentropique.

Le travail spécifique à la turbine est donné par

$$W_t = h_{01} - h_{02} = (h_1 - h_2) + \frac{1}{2}(C_1^2 - C_2^2) \quad (I - 51)$$

De même, le travail spécifique isentropique du rotor de turbine entre les deux pressions est

$$W'_t = h_{01} - h_{02s} = (h_1 - h_{2s}) + \frac{1}{2}(C_1^2 - C_{2s}^2) \quad (I - 52)$$

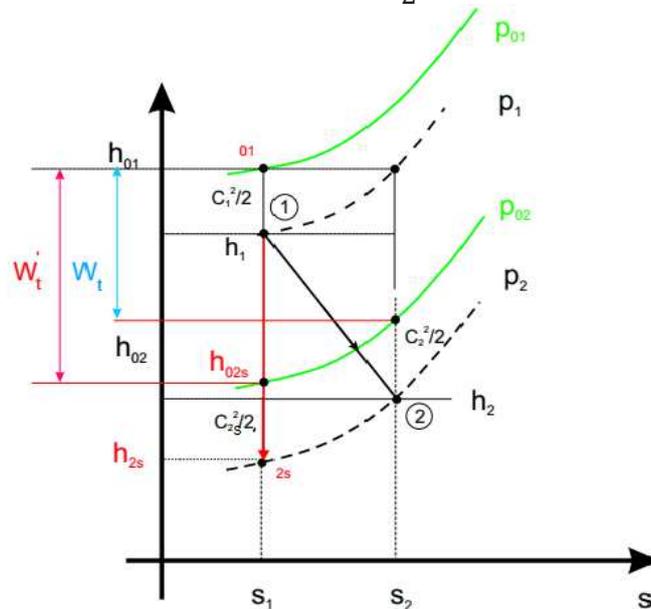


Figure 1.3. Diagrammes d'enthalpie-entropie pour les turbines et les Turbines.

le rendement peut être exprimé de plusieurs façons. Le choix des définitions dépend en grande partie du fait que l'énergie cinétique à la sortie est utilement utilisée ou gaspillée. Dans les turbines à gaz à plusieurs étages, l'énergie cinétique quitte un étage pour être utilisée dans l'étage suivant. De même, dans les turboréacteurs, l'énergie du gaz évacué par la Turbine est utilisée pour la propulsion. Pour les deux cas ci-dessus, le rendement isentropique de la turbine est défini comme

$$\eta_{tt} = \frac{W_t}{W'_t} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{02s}} \quad (I - 53)$$

Lorsque l'énergie cinétique d'échappement n'est pas totalement utilisée mais pas totalement gaspillée non plus, le rendement totale-à-statique,  $\eta_{ts}$ , est utilisé. Dans ce cas, le travail de turbine idéal ou isentropique est celui obtenu entre les points statiques 01 et 2s. Ainsi

$$\eta_{ts} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{02s} + \frac{1}{2}C_{2s}^2} = \frac{h_{01} - h_{02}}{h_{01} - h_{2s}} \quad (I - 54)$$

Remarque :

Si la différence entre les énergies cinétiques d'entrée et de sortie est faible, l'équation (1-54) devient

$$\eta_{ts} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s} + \frac{1}{2}C_{1s}^2} \quad (I - 55)$$

Un exemple où l'énergie cinétique de sortie est gaspillée est une turbine qui s'évacue directement dans l'atmosphère plutôt que de sortir à travers un diffuseur.

1.5.2. Rendement isentropique des compresseurs

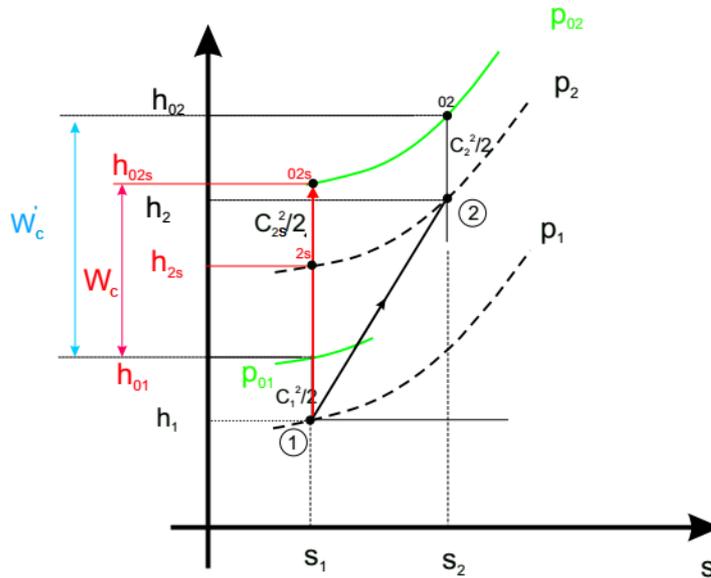


Figure 1.4. Diagrammes d'enthalpie-entropie pour les turbines et les compresseurs.

Le rendement isentropique du compresseur est défini comme

$$\eta_c = \frac{h_{02s} - h_{01}}{h_{02} - h_{01}} \quad (I - 56)$$

Si la différence entre les énergies cinétiques d'entrée et de sortie est faible,  $\frac{1}{2} C_1^2 = \frac{1}{2} C_2^2$  et

$$\eta_c = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \quad (I - 57)$$

1.5.3. Rendement polytropique

Le rendement isentropique décrit ci-dessus peut être erroné si il est utilisé pour des processus de compression et de détente en plusieurs étages. Les turbomachines peuvent être utilisées en grand nombre de très petits étages quel que soit le nombre réel d'étages dans la machine. Si chaque petit étage a le même rendement, alors le rendement isentropique de la machine entière sera différent du rendement de petit étage, et cette différence dépend du rapport de pression de la machine.

Le rendement isentropique des compresseurs tend à diminuer et le rendement isentropique des turbines tend à augmenter à mesure que les rapports de pression pour lesquels les machines sont conçues sont augmentés. Ceci est rendu plus évident dans l'argument suivant. Considérons un compresseur à écoulement axial, qui est composé de plusieurs étages, chaque étage ayant des valeurs égales de  $\eta_c$ , comme le montre la figure 1.12. Ensuite, l'augmentation de la température globale peut être exprimée par

$$\Delta T = \sum \frac{\Delta T'}{\eta_s} = \frac{1}{\eta_s} \sum \Delta T'_s$$

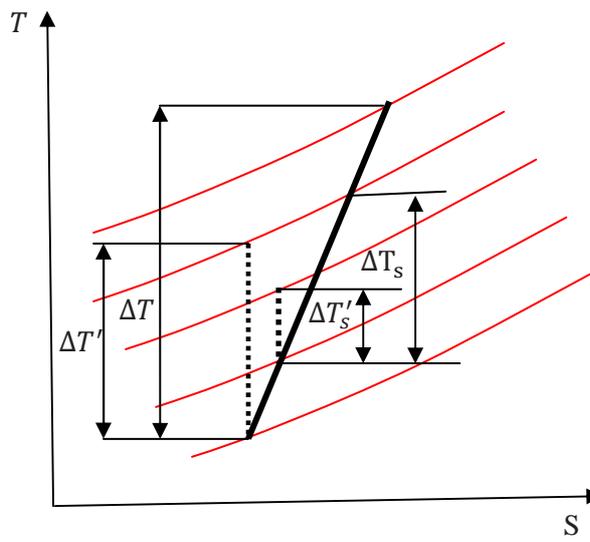


Figure 1.12. Processus de compression en plusieurs étages.

Le Symbole(<sup>'</sup>) est utilisé pour l'élévation de la température isentropique et s est l'indice pour température de l'étage).

Aussi  $\Delta T = \Delta T' / \eta_c$  par définition de  $\eta_c$ , et donc:  $\eta_s / \eta_c = \Sigma \Delta T'_s / \Delta T'$ . Il est clair à partir de la Fig. 1.12 que  $\Sigma \Delta T'_s > \Delta T'$ . Par conséquence,  $\eta_c < \eta_s$  et la différence augmentera avec l'augmentation du taux de pression. L'effet inverse est obtenu dans une turbine où  $\eta_s$  (c'est-à-dire un petit rendement d'un étage) est inférieur au rendement global de la turbine.

Les discussions ci-dessus ont conduit au concept du rendement polytropique,  $\eta_\infty$ , qui est défini comme le rendement isentropique d'un étage élémentaire dans le processus, telle qu'elle est constante tout au long du processus.

La relation entre un rendement polytropique, qui est constant à travers le compresseur, et le rendement global  $\eta_c$  peut être obtenu pour un gaz de chaleur spécifique constante.

Pour la compression

$$\eta_{\infty c} = \frac{dT'}{dT} = cte \tag{I - 58}$$

Mais,  $\frac{T}{p^{(\gamma-1)/\gamma}} = cte$  pour un processus isentropique, qui sous forme différentielle est

$$\frac{dT'}{dT} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dp}{p}$$

Maintenant, en substituant  $dT'$  de l'équation précédente, nous aurons

$$\eta_{\infty c} \frac{dT'}{dT} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dp}{p}$$

En intégrant l'équation ci-dessus entre l'entrée 1 et la sortie 2, nous obtenons

$$\eta_{\infty c} = \frac{\ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)} \tag{I - 59}$$

L'équation (1.56) peut aussi être écrite sous la forme

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{\infty c}}} \quad (\text{I} - 60)$$

La relation entre  $\eta_{\infty c}$  et  $\eta_c$  est donnée par

$$\eta_c = \frac{(T_2'/T_1) - 1}{(T_2/T_1) - 1} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{\infty c}}} - 1} \quad (\text{I} - 61)$$

De l'équation (1.61), si nous écrivons  $\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{\infty c}}$  comme  $\frac{n-1}{n}$  avec "n" est l'exposant polytropique, l'équation (1.60) est une relation fonctionnelle entre  $P$  et  $T$  pour un processus polytropique, et il est donc clair que le processus non isentropique est polytropique.

De même, pour une détente isentropique et une détente polytropique, les relations suivantes peuvent être développées entre l'entrée 1 et la sortie 2:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{(\gamma-1)\eta_{\infty t}}{\gamma}} \quad (\text{I} - 62)$$

$$\eta_t = \frac{1 - \left(\frac{1}{p_1/p_2}\right)^{\frac{(\gamma-1)\eta_{\infty t}}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{1}{p_1/p_2}\right)^{\frac{(\gamma-1)}{\gamma}}} \quad (\text{I} - 63)$$

où  $\eta_{\infty t}$  est le rendement polytropique pour la turbine.

### 1.6. Transfert d'énergie dans les turbomachines

Cette section traite de la cinématique et de la dynamique des turbomachines au moyen de définitions, de diagrammes et de paramètres sans dimension. La cinématique et les facteurs dynamiques dépendent des vitesses d'écoulement des fluides dans la machine ainsi que de la vitesse du rotor elle-même et des forces d'interaction dues aux changements de vitesse.

## 1.6.1. L'équation d'EULER

Les écoulements de fluide à travers le rotor de la turbomachine sont supposés stables sur une longue période de temps. La turbulence et les autres pertes peuvent alors être négligées, et le débit massique  $\dot{m}$  est constant. Dans l'analyse de l'écoulement de la turbomachine, la variable la plus importante est la vitesse du fluide et sa variation dans les différentes directions des coordonnées. Dans la conception de formes des aubes, les diagrammes vectoriels de vitesse sont très utiles. Les vecteurs de vitesse à considérer sont la vitesse périphérique  $U$  au rayon  $r$  par rapport au centre de rotation, la vitesse absolue  $C$  du fluide mesuré dans le système fixe ou global et la vitesse  $V$  dans un système solidaire avec l'aubage en mouvement ces 3 vitesses sont reliées par l'équation:

$$C = U + V \quad (I - 64)$$

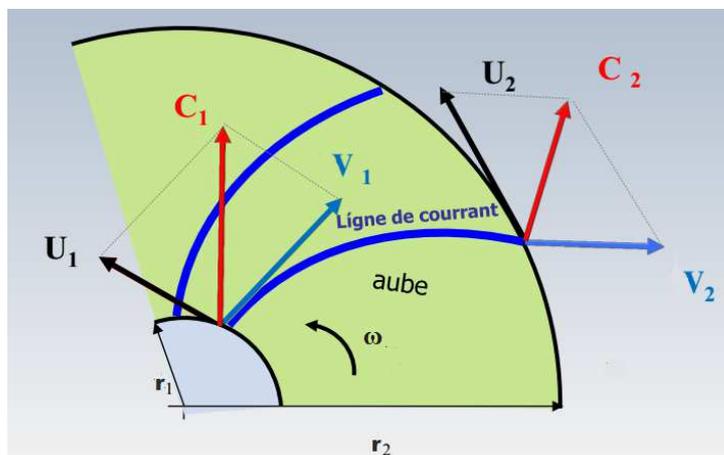


Figure 1.12. vitesses dans un rotor radial

Comme le montre la Figure 1.13, soit  $\omega$  la vitesse angulaire autour de l'axe A-A. Le fluide pénètre dans le rotor au point 1 et part au point 2, les vitesses absolues sont intéressantes (c'est-à-dire,  $C$ ). Les vitesses d'écoulement à travers le rotor par rapport à l'aube rotatif doivent être prises en compte. Le fluide entre avec la vitesse  $C_1$ , qui est à une distance radiale  $r_1$  de l'axe A-A. Au point 2, le fluide part à la vitesse absolue (cette vitesse par rapport à un observateur extérieur). Le point 2 est à une distance radiale  $r_2$  de l'axe A-A. Le disque rotatif peut être soit une turbine soit un compresseur. Il est nécessaire de limiter l'écoulement à un écoulement stationnaire, c'est-à-dire que le débit massique est constant (pas d'accumulation de fluide dans le rotor). La vitesse  $C_1$  à l'entrée du rotor peut être résolue en trois composantes ; à savoir ;

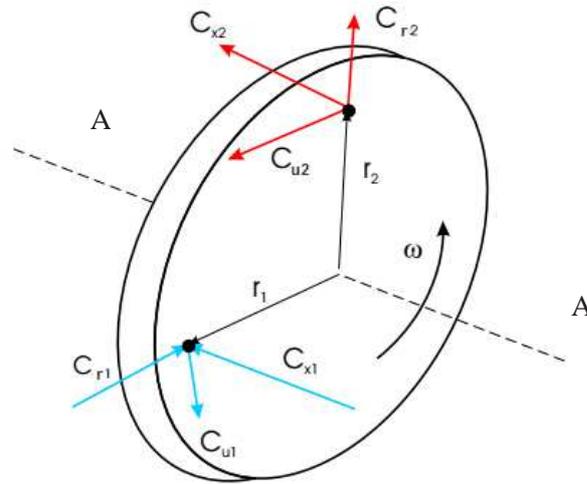


Figure 1.13. Les trois composantes de la vitesse absolue  $C$  à l'entrée et à la sortie de la roue

- $C_{x1}$  : Vitesse axiale dans une direction parallèle à l'axe de l'arbre en rotation.
- $C_{r1}$  : Vitesse radiale dans la direction normale à l'axe de l'arbre tournant.
- $C_{u1}$  : vitesse tangentielle dans la direction normale à un rayon.

De même, la vitesse de sortie  $C_2$  peut être résolue en trois composantes ; c'est-à-dire  $C_{x2}$ ,  $C_{r2}$  et  $C_{u2}$ . La variation de la grandeur des composantes de la vitesse axiale du rotor donne lieu à une force axiale. Le changement de l'amplitude des composantes de la vitesse radiale produit une force radiale. Aucun effet sur le mouvement angulaire du rotor. Les composantes tangentielles  $C_u$  produisent l'effet de rotation. Cela peut être exprimé en général comme suit :

La masse unitaire de fluide entrant dans la section 1 et partant dans n'importe quelle unité de temps produit :

Le moment angulaire à l'entrée :  $C_{u1}r_1$

Le moment angulaire à la sortie :  $C_{u2}r_2$

Et donc le taux de variation du moment angulaire =  $C_{u1}r_1 - C_{u2}r_2$

Par les lois du mouvement de Newton, ceci est égal à la somme de toutes les forces appliquées sur le rotor ; c'est-à-dire le couple net du rotor  $M$ . Dans des conditions d'écoulement constant, en utilisant le débit massique  $\dot{m}$ , le couple exercé par ou agissant sur le rotor sera :

$$M = \dot{m} (C_{u1}r_1 - C_{u2}r_2)$$

Par conséquent, le taux de transfert d'énergie  $P$ , est le produit du couple et de la vitesse angulaire du rotor  $\omega$ , donc :

$$P = M\omega = \dot{m} \omega (C_{u1}r_1 - C_{u2}r_2)$$

Pour le débit massique unitaire, l'énergie sera donnée par :

$$W = \omega(C_{u1}r_1 - C_{u2}r_2) = (C_{u1}r_1 \omega - C_{u2}r_2 \omega)$$

Mais,  $\omega r_1 = U_1$  et  $\omega r_2 = U_2$ .

Par conséquent ;

$$W = C_{u1}U_1 - C_{u2}U_2 \quad (1 - 65)$$

Où  $W$  est l'énergie transférée par unité de masse appelée le travail massique, et  $U_1$  et  $U_2$  sont les vitesses du rotor à l'entrée et à la sortie respectivement. L'équation (1.65) est appelée équation d'Euler. La convention de signe thermodynamique standard est que le travail effectué par un fluide est positif, et le travail effectué sur un fluide est négatif. Cela signifie que le travail produit par la turbine est positif et le travail absorbé par les compresseurs et les pompes sont négatifs. Par conséquent, les équations de transfert d'énergie peuvent être écrites séparément

$$W = C_{u1}U_1 - C_{u2}U_2 \quad \text{pour turbine}$$

et

$$W = C_{u2}U_2 - C_{u1}U_1 \quad \text{pour compresseur et pompe}$$

L'équation d'Euler est très utile pour évaluer le débit de fluides ayant de très faibles viscosités, comme l'eau, la vapeur, l'air et les produits de combustion.

Pour calculer le couple à partir de l'équation d'Euler, il est nécessaire de connaître les composantes de vitesse  $C_{u1}$ ,  $C_{u2}$  et les vitesses du rotor  $U_1$  et  $U_2$  ou les vitesses  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $C_{r1}$ ,  $C_{r2}$  ainsi que  $U_1$  et  $U_2$ . Ces grandeurs peuvent être déterminées facilement en dessinant les triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie du rotor, comme indiqué sur la Figure 1.14. Les triangles de vitesse sont la clé de l'analyse des problèmes de turbomachines et sont généralement combinés en un seul diagramme. Ces triangles sont généralement dessinés comme un triangle vectoriel :

Comme ce sont des triangles vectoriels, les deux vitesses  $U$  et  $V$  sont relatives l'une par rapport à l'autre, de sorte que la queue de  $V$  est en tête de  $U$ . Ainsi, la somme vectorielle de  $U$  et  $V$  est égale au vecteur  $C$ . Les vitesses absolues  $C_1$  et  $C_2$  ainsi que les vitesses relatives  $V_1$  et  $V_2$  peuvent avoir trois composantes comme mentionné précédemment. Cependant, les deux composantes de vitesse, une tangentielle au rotor ( $C_u$ ) et une autre perpendiculaire à celle-ci sont suffisantes. La composante  $C_r$  est appelée composante méridionale, qui traverse le point considéré et l'axe de la turbomachine. Les composantes de vitesse  $C_{r1}$  et  $C_{r2}$  sont les composantes de la vitesse d'écoulement qui peuvent être axiales ou radiales en fonction du type de machine.

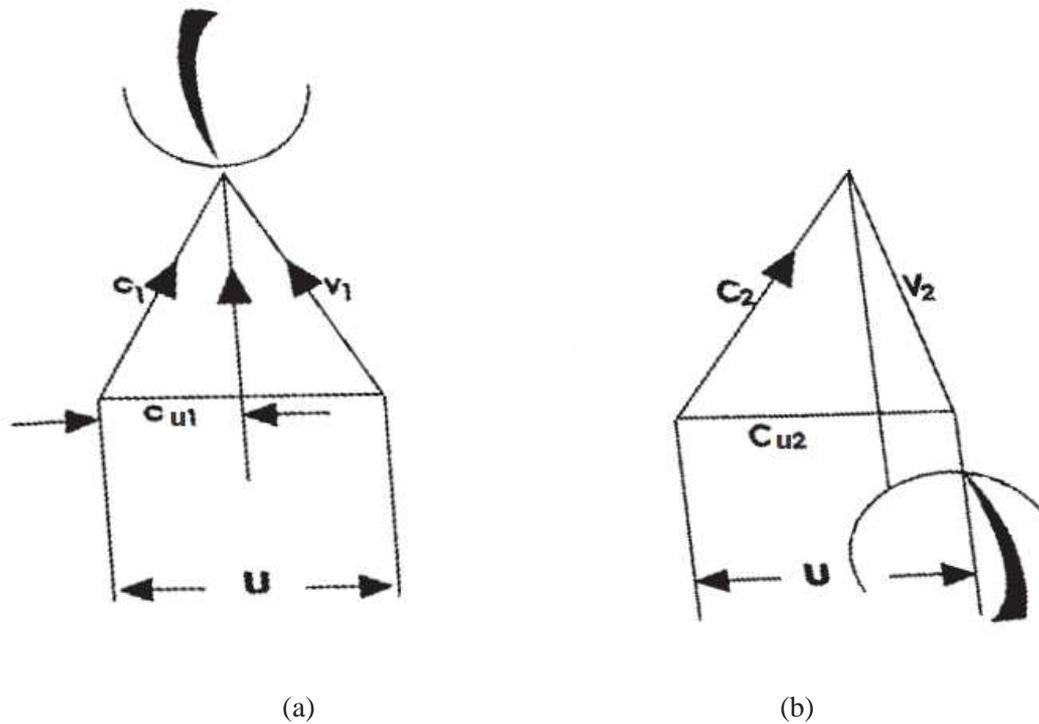


Figure 1.14. Triangle de vitesse (a) : à l'entrée du rotor (b) : à la sortie du rotor

1.6.2. Composantes du transfert d'énergie

L'équation d'Euler est utile car elle peut être transformée en d'autres formes, qui sont non seulement pratiques pour certains aspects de la conception, mais aussi utiles pour comprendre les principes physiques de base du transfert d'énergie. Considérons les vitesses du fluide à l'entrée et à la sortie de la turbomachine, désignées à nouveau par les indices 1 et 2, respectivement. Par simple géométrie,

$$C_{r2}^2 = C_2^2 - C_{u2}^2$$

et  $C_{r2}^2 = V_2^2 - (U_2 - C_{u2})^2$

Alors nous aurons :  $C_2^2 - C_{u2}^2 = V_2^2 - U_2^2 - 2U_2C_{u2} - C_{u2}^2$

et  $U_2C_{u2} = \frac{1}{2}(C_2^2 + U_2^2 - V_2^2)$

La même chose  $U_1 C_{u1} = \frac{1}{2}(C_1^2 + U_1^2 - V_1^2)$

On remplace dans l'équation (1-62) nous aurons

$$W = \frac{1}{2} [(C_1^2 - C_2^2) + (U_1^2 - U_2^2) + (V_2^2 - V_1^2)] \quad (\text{I} - 66)$$

L'équation (I-66) est valable pour les turbines.

Pour les compresseurs et les pompe, on aura

$$W = \frac{1}{2} [(C_2^2 - C_1^2) + (U_2^2 - U_1^2) + (V_1^2 - V_2^2)] \quad (\text{I} - 67)$$

Le premier terme,  $\frac{1}{2}(C_1^2 - C_2^2)$  représente le transfert d'énergie dû au changement de l'énergie cinétique absolue du fluide lors de son passage entre les sections d'entrée et de sortie. Dans une pompe ou un compresseur, l'énergie cinétique de refoulement du rotor,  $\frac{1}{2}C_2^2$ , peut être considérable. Normalement, c'est une charge statique ou une pression qui est nécessaire comme énergie utile.

Habituellement, l'énergie cinétique à la sortie du rotor est convertie en une hauteur de pression statique en faisant passer le fluide à travers un diffuseur.

Dans une turbine, le changement de l'énergie cinétique absolue représente la puissance transmise du fluide au rotor en raison d'un effet d'impulsion. Comme ce changement d'énergie cinétique absolue peut être utilisé pour augmenter la pression, il peut être appelé une «élévation de pression virtuelle» ou une «augmentation de pression» qu'il est possible d'atteindre. L'augmentation de la pression dans le diffuseur dépend, bien sûr, de l'efficacité du diffuseur. Comme cette augmentation de pression provient du diffuseur, qui est extérieur au rotor, ce terme, c'est-à-dire,  $\frac{1}{2}(C_1^2 - C_2^2)$  est parfois appelé "effet externe".

Les deux autres termes de l'équation (1-66) sont des facteurs qui produisent une augmentation de pression dans le rotor lui-même, et sont donc appelés "diffusion interne". L'effet centrifuge,  $\frac{1}{2}(U_1^2 - U_2^2)$ , est dû aux forces centrifuges développées comme les particules de fluide se déplacent vers l'extérieur et vers le bord de la machine. Cet effet se produit si le fluide change de rayon lorsqu'il s'écoule de l'entrée à la section de sortie.

Le troisième terme,  $\frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2)$ , représente le transfert d'énergie dû au changement de l'énergie cinétique relative du fluide. Si  $V_2 > V_1$ , le passage agit comme une tuyère et si  $V_2 < V_1$ , il agit comme un diffuseur. D'après les discussions ci-dessus, il est apparent que dans un turbocompresseur, l'augmentation de pression se produit en raison des effets externes et de l'effet de diffusion interne. Cependant, dans les compresseurs à écoulement axial, les effets centrifuges ne

sont pas utilisés du tout. C'est pourquoi l'augmentation pression par étage est moindre que dans une machine qui utilise tous les effets d'énergie cinétique disponibles. Il convient de noter que la turbine tire son énergie des mêmes effets.