السنة الثالثة اقتصاد وتسيير المؤسسة

مقياس نماذج التنبؤ

أعمال موجهة

تمرين: (تحديد شكل السلسلة الزمنية)

الجدول أدناه يمثل تغير مبيعات من سنة 1987 الى سنة 1991 حسب عدد الوحدات المباعة في الثلاثي.

- تحديد شكل النموذج باستعمال طريقة الوسط الحسابي، وطريقة الانحراف المعياري.

الحل

1-طريقة الوسط الحسابي

الثلاثيات	الفصل1	الفصل2	الفصل3	الفصل4	$\overline{Y}$	$y_1 = Y_1 - \overline{Y}$ الفصل1	y_2 الفصل2	y_3 الفصل3	y_4 الفصل4
1987	20	28	22	34	26	20-26=**-6**	28-26=**2**	22-26=**-4**	34-26=**8**
1988	19	39	25	44					
1989	21	49	33	55					
1990	23	60	37	66					
1991	24	71	42	76					

- تحديد الوسط الحسابي: $\overline{Y}_{1987} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{20+28+22+34}{4} = 26$
- تحديد الانحراف المعياري لكل الفصول: $y_i = Y_i - \overline{Y}$

نلاحظ التغيرات الموسمية للثلاثي الأول تتضاعف من سنة الى أخرى وهي تقريبا من مضاعفات العدد ستة (العمود1).

إذن النموذج الذي تتبعه السلسلة الزمنية في المدى الطويل هو على شكل متتالية هندسية، وبالتالي النموذج مضاعف ومن الشكل $Y_i = T.S.C.A$

2-طريقة الانحراف المعيارى

- تحديد الوسط الحسابي: $\overline{Y}_{1987} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{20+28+22+34}{4} = 26$

- حساب الانحراف المعياري: $\sigma_Y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n}}$

السنوات	الفصل1 $y_i^2 = (Y_i - \overline{Y})^2$	الفصل2 y_i^2	الفصل3 y_i^2	الفصل4 y_i^2	$\frac{\sum y_i^2}{n}$	$\sigma_Y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n}}$
1987	$(-6)^2 = \mathbf{36}$	**4**	**16**	**64**	120/4=**30**	$\mathbf{5.477} = \sqrt{30}$
1988						
1989						
1990						
1991						

نلاحظ أن الانحرافات المعيارية غير ثابتة من سنة الى أخرى إذن النموذج الموافق لهذه السلسلة هو نموذج مضاعف.

تمرين: (معادلة الاتجاه العام في حالة عدد زوجي)

الجدول أدناه يمثل تغير ظاهرة ما خلال ثمانية عشر سنة

- اوجد معادلة الاتجاه العام.
- احسب القيم الاتجاهية للظاهرة.
- استبعد أثر الاتجاه العام من البيانات.

$\frac{Y_i}{\hat{Y}_i} \times 100$	$\hat{Y}_i$	$Y_i t_i$	t_i^2	Y_i	t_i	السنوات
88.02	**9.088**	**-136**	**289**	8	**-17**	1980
103.17	**9.692**	**-150**	**225**	10	**-15**	1981
				9	**-13**	1982
				11	**-11**	1983
				13	**-9**	1984
				12	**-7**	1985
				14	**-5**	1986
				14	**-3**	1987
				13	**-1**	1988
				16	**1**	1989
				14	**3**	1990
				15	**5**	1991
				17	**7**	1992
				16	**9**	1993
				18	**11**	1994
				19	**13**	1995
				17	**15**	1996
				20	**17**	1997
		586	**1938**	**256**	**0**	**n=18**

- تقدير معادلة الاتجاه العام بطريقة الانحرافات

$$\hat{b}_0 = \frac{\sum Y}{n} = \bar{Y} = \frac{256}{18} = 14.22$$

$$\hat{b}_1 = \frac{\sum Yt}{\sum t^2} = \frac{586}{1938} = 0.302$$

$$\hat{Y}_i = 14.22 + 0.302t_i$$

- **حساب القيم الاتجاهية**

$$\widehat{Y}_{1980} = 14.22 + 0.302(-17) = \mathbf{9.088}$$

$$\widehat{Y}_{1981} = 14.22 + 0.302(-15) = \mathbf{9.692}$$

- **استبعاد أثر الاتجاه العام من البيانات**

قيم نسبية= (القيم الاصلية/ القيم الاتجاهية للظاهرة) ×100

$$\frac{Y}{\hat{Y}} \times 100$$

القيمة الأولى: $\frac{8}{\mathbf{9.088}} \times 100 =$ **% 88.02**

القيمة الثاني: $\frac{10}{\mathbf{9.692}} \times 100 =$ **% 103.17**

تمرين: (معادلة من الدرجة الثانية في حالة عدد فردي)

البيانات التالية تبين المبالغ المودعة لدى أحد البنوك بملايين الدولارات خلال الفترة 1988 إلى 1996. فإذا الدالة من الشكل $\hat{Y}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 t_i + \hat{b}_2 t_i^2$

- اوجد معادلة الاتجاه العام.

السنوات	t_i	Y_i	$Y_i t_i$	t_i^2	t_i^4	$Y_i t_i^2$
1988	**-4**	51	-204	**16**	**256**	**816**
1989	**-3**	56	-168	**9**	**81**	**504**
1990	**-2**	58				
1991	**-1**	62				
1992	**0**	68				
1993	**1**	76				
1994	**2**	83				
1995	**3**	91				
1996	**4**	103				
n=9	**0**	**648**	**377**	**60**	**708**	**4489**

تقدير معادلة الاتجاه العام بطريقة الانحرافات

$$\begin{cases} 648 = 9\hat{b}_0 + 60\hat{b}_2 \quad \dots\dots\dots\dots (1) \\ 377 = 60\hat{b}_1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \\ 4489 = 60\hat{b}_0 + 708\hat{b}_2 \quad \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

$$(2) \rightarrow \mathbf{\hat{b}_1} = \frac{377}{60} = \mathbf{6.28}$$

$$(1) \times \mathbf{20} \leftrightarrow 12960 = 180\hat{b}_0 + 1200\hat{b}_2 \quad \dots\dots\dots\dots (1)'$$

$$(3) \times \mathbf{3} \leftrightarrow 13467 = 180\hat{b}_0 + 2124\hat{b}_2 \quad \dots\dots\dots\dots (3)'$$

$$(3) - (1) \leftrightarrow 13467 - 12960 = (2124 - 1200)\hat{b}_2$$

$$\mathbf{\hat{b}_2} = \frac{507}{924} = \mathbf{0.548}$$

نعوض $\hat{b}_2$ في $(3)'$ أو $(1)'$

$$12960 = 180\hat{b}_0 + 1200\,(0.548) \rightarrow \mathbf{\hat{b}_0 = 68.346}$$

معادلة الاتجاه العام من الدرجة الثانية

$$\mathbf{\hat{Y}_i = 68.346 + 6.28 t_i + 0.548 t_i^2}$$

تمرين: (معادلة من الدرجة الثانية في حالة عدد زوجي)

البيانات التالية تبين المبالغ المودعة لدى أحد البنوك بملايين الدولارات خلال الفترة 1988 إلى 1996. فإذا الدالة من الشكل $\widehat{Y_i} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 t_i + \hat{b}_2 t_i^2$

- اوجد معادلة الاتجاه العام.
- احسب القيم الاتجاهية للظاهرة.
- استبعد أثر الاتجاه العام من البيانات.

السنوات	t_i	Y_i	$Y_i t_i$	t_i^2	$Y_i t_i^2$	t_i^4	$\widehat{Y_i}$	$\frac{Y_i}{\widehat{Y_i}} \times 100$
1988	**-7**	51	**-357**	**49**	**2499**	**2401**	**51.74**	**98.56**
1989	**-5**	56	**-280**	**25**	**1400**	**625**	**54.5**	**102.75**
1990	**-3**	58						
1991	**-1**	62						
1992	**1**	68						
1993	**3**	76						
1994	**5**	83						
1995	**7**	91						
n=8	$\sum t_i = 0$	**545**	**475**	**168**	**11769**	**6216**		

- تقدير معادلة الاتجاه العام بطريقة الانحرافات

$$\begin{cases} 545 = 8\hat{b}_0 + 168\hat{b}_2 \quad \dots\dots\dots\dots (1) \\ 475 = 168\hat{b}_1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2) \\ 11769 = 168\hat{b}_0 + 62168\hat{b}_2 \quad \dots\dots\dots (3) \end{cases}$$

$$(2) \rightarrow \hat{\mathbf{b}}_1 = \frac{475}{168} = \mathbf{2.82}$$

$$(1) \times \mathbf{21} \leftrightarrow 11445 = 168\hat{b}_0 + 3528\hat{b}_2 \quad \dots\dots\dots\dots (1)'$$

$$11769 = 168\hat{b}_0 + 6216\hat{b}_2 \quad \dots\dots\dots\dots (3)$$

$$(3) - (1) \leftrightarrow 324 = 2688\,\hat{b}_2$$

$$\hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{2}} = \frac{324}{2688} = \mathbf{0.12}$$

نعوض $\hat{b}_2$ في(3) أو (1)′

$$11769 = 168\hat{b}_0 + 6216(\mathbf{0.12}) \rightarrow \hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{0}} = \mathbf{65.61}$$

$$11445 = 168\hat{b}_0 + 3528(\mathbf{0.12}) \rightarrow \hat{\mathbf{b}}_{\mathbf{0}} = \mathbf{65.605}$$

معادلة الاتجاه العام من الدرجة الثانية

$$\hat{\mathbf{Y}}_{\boldsymbol{i}} = \mathbf{65.605} + \mathbf{2.82}\boldsymbol{t_i} + \mathbf{0.12}\boldsymbol{t_i^2}$$

- حساب القيم الاتجاهية

$$\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{1988}} = \mathbf{65.605} + \mathbf{2.82}(-\mathbf{7}) + \mathbf{0.12}(-\mathbf{7})^{\mathbf{2}} = \mathbf{51.74}$$

- استبعاد أثر الاتجاه العام من البيانات

- قيم نسبية= (القيم الاصلية/ القيم الاتجاهية للظاهرة) ×100

$$\frac{Y}{\hat{Y}} \times 100$$

- القيمة الأولى: $\frac{\mathbf{51}}{\mathbf{51.74}} \times 100 =$ **% 98.56**

تمرين: (معادلة غير خطية في حالة $\hat{b}_1 > 0$)

الجدول أدناه يمثل تغير ظاهرة ما، فإذا كانت الدالة من الشكل $Y_i = b_0 t_i^{b_1}$

- حدد معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى.

الظاهرة	t_i	Y_i	$logt_i\ (t^*)$	$logY_i\ (Y^*)$	Y^*t^*	t^{*2}
A	**1**	2	**0**	**0.3010**	**0**	**0**
B	**2**	5	**0.3010**		**0.2103**	**0.0906**
C	**3**	9				
D	**4**	17				
E	**5**	30				
F	**6**	66				
G	**7**	130				
H	**8**	250				
I	**9**	514				
n=9	**45**		**5.5593**	**13.7038**	**9.9272**	**4.2142**

$$\hat{Y}_i = \hat{b}_0 t_i^{\hat{b}_1} \leftrightarrow \log\hat{Y} = \log\hat{b}_0 + \hat{b}_1 \log t_i$$

$$\hat{b}_1 = \frac{n\sum Y^* t^* - \sum t^* \sum Y^*}{n\sum t^{*2} - (\sum t^*)^2} = \frac{9(9.9272) - (5.5593 \times 13.7038)}{(9 \times 4.2142) - (5.5593)^2}$$

$$\hat{\mathbf{b}}_1 = \mathbf{0.9786}$$

$$\hat{b}_0 = \bar{Y} - \hat{b}_1 \bar{t} = \frac{13.7038}{9} - 0.9786\left(\frac{5.5593}{9}\right) = 0.9182$$

$$\hat{\mathbf{b}}_0 = \log\hat{b}_0 = \mathbf{10^{0.9182}}$$

معادلة الاتجاه العام

$$\hat{Y}_i = 10^{0.9182} t_i^{0.9786}$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_i = \mathbf{8.2832} t_i^{\mathbf{0.9786}}$$

تمرين: (معادلة غير خطية في حالة $\hat{b}_1 < 0$)

الجدول أدناه يمثل تغير ظاهرة ما، فإذا كانت الدالة من الشكل $Y_i = b_0 t_i^{b_1}$

- حدد معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى.

الظاهرة	t_i	Y_i	$logt_i\ (t^*)$	$logY_i\ (Y^*)$	Y^*t^*	t^{*2}
A	**1**	514	**0**	**2.7109**	**0**	**0**
B	**2**	250	**0.3010**		**0.7217**	**0.0906**
C	**3**	130				
D	**4**	66				
E	**5**	30				
F	**6**	17				
G	**7**	9				
H	**8**	5				
I	**9**	2				
n=9	**45**		**5.5593**	**13.7038**	**6.5396**	**4.2142**

$$\hat{Y}_i = \hat{b}_0 t_i^{\hat{b}_1} \leftrightarrow \log\hat{Y} = \log\hat{b}_0 + \hat{b}_1 \log t_i$$

$$\hat{b}_1 = \frac{n\sum Y^* t^* - \sum t^* \sum Y^*}{n\sum t^{*2} - (\sum t^*)^2} = \frac{9(6.5396) - (5.5593 \times 13.7038)}{(9 \times 4.2142) - (5.5593)^2}$$

$$\hat{\mathbf{b}}_1 = -2.4675$$

$$\hat{b}_0 = \bar{Y} - \hat{b}_1 \bar{t} = \frac{13.7038}{9} - (-2.4675)\left(\frac{5.5593}{9}\right) = 3.0467$$

$$\hat{\mathbf{b}}_0 = \log\hat{b}_0 = \mathbf{10^{3.0467}}$$

معادلة الاتجاه العام

$$\hat{Y}_i = \mathbf{10^{3.0467}} t_i^{\mathbf{-2.4675}}$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_i = \mathbf{1113.52} t_i^{\mathbf{-2.4675}}$$

تمرين

الجدول الموالي يمثل مبيعات مؤسسة ما خلال خمس سنوات من سنة 1994 إلى 1998 مقسمة إلى أربعة فصول

- تقدير معادلة الاتجاه العام بطريقة الانحرافات.
- حساب القيم الاتجاهية
- استبعاد أثر الاتجاه العام من البيانات
- حساب الدليل الموسمي، هل يمكن تعديله ولماذا.
- ماهي مبيعات المؤسسة المتوقعة لسنة 1999.
- ادخال الدليل الموسمي في التنبؤ.
- استبعاد أثر التغيرات الموسمية من البيانات.

جدول البيانات

السنوات	الفصول	(Y) المبيعات	t	tY	t^2	$\widehat{Y}$
1994	1	86	**-19**	**-1634**	**-361**	**97.015**
	2	135				
	3	143				
	4	111				
1995	1	69				
	2	109				
	3	116				
	4	90				
1996	1	98				
	2	156	**-1**	**-156**	**1**	
	3	164	**+1**	**164**	**1**	
	4	128				
1997	1	142				
	2	228				
	3	236				
	4	179				
1998	1	114				
	2	182				
	3	189				
	4	145	**+19**	**2755**	**361**	**188.985**
		2820	**0**	**6158**	**2660**	

1- تقدير معادلة الاتجاه العام بطريقة الانحرافات

$$\hat{b}_0 = \frac{\sum Y}{n} = \bar{Y} = \frac{2820}{20} = 141$$

$$\hat{b}_1 = \frac{\sum Yt}{\sum t^2} = \frac{6158}{2660} = 2.315$$

$$\hat{Y}_i = 141 + 2.315t_i$$

2- حساب القيم الاتجاهية

$$\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{1}} = 141 + 2.315(-\mathbf{19}) = 97.015$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_{\mathbf{2}} = 141 + 2.315(-\mathbf{17}) = 101.645$$

3- استبعاد أثر الاتجاه العام من البيانات

قيم نسبية= (القيم الاصلية/ القيم الاتجاهية للظاهرة)×100

$$\frac{Y}{\hat{Y}} \times 100$$

القيمة الأولى: $\frac{86}{97.015} \times 100 = 88.646$

القيمة الثاني: $\frac{135}{101.645} \times 100 = 132.815$

السنوات / الربع	1994	1995	1996	1997	1998
1	88.646	59.722	73.104	93.068	66.629
2	132.815	90.708			
3					
4					

4- حساب الدليل الموسمي، هل يمكن تعديله ولماذا؟

السنوات / الربع	متوسط القيم النسبية 5/ (1998+1997+1996+1995+1994)	الدليل الموسمي	الدليل الموسمي المعدل
1	5/(66.629+93.068+73.104+59.722+88.646)	76.233	76.218
2		116.922	
3			
4			
المجموع		**400.078**	**399.998**

الدليل الموسمي> 400 نقوم تعديله بالقانون التالي:

الربعi= (متوسط الدليل الموسمي/المجموع الفعلي للمتوسطات) ×400

القيمة الأولى: $\frac{76.233}{400.078}\times 400 =$ **76.218**

الدليل الموسمي المعدل يساوي **400** ≃ **399.998** هذا التغير نأخذه في الحسبان عند القيام بالتنبؤ.

5- ماهي مبيعات المؤسسة المتوقعة لسنة 1999

$$\hat{Y}_i = 141 + 2.315t_i$$

السنة	الفصل	t	التنبؤ
1999	1	21	$\hat{Y}_i = 141 + 2.315(\mathbf{21}) = \mathbf{189.615}$
	2	23	
	3		
	4		

6- ادخال الدليل الموسمي في التنبؤ

السنة	الفصل	التنبؤ=(الدليل الموسمي× قيمة المتنبئ بها)/100
1999	1	(76.218 × 189.615)/100= 144.520
	2	
	3	

	4	

7- استبعاد أثر التغيرات الموسمية من البيانات

نستبعد أثر التغيرات الموسمية من القيم الاصلية باستخدام القانون التالي: (القيمة الاصلية/ الدليل الموسمي) × 100

الربع الأول 1994: (76.218/86) × 100= **112.83**

بعد الحساب نتحصل على الجدول الموالي بعد استبعاد التغيرات الموسمية من القيم الاصلية مع بقاء الاتجاه العام والتغيرات الدورية والعرضية.

السنوات / الربع	1994	1995	1996	1997	1998
1	112.83	90.59			
2	115.48				
3					
3					

تمرين: (المتوسط المتحرك البسيط)

الجدول الموالي يمثل مبيعات مؤسسة ما خلال عشرة سنوات من سنة 1988 إلى 1997.

- اوجد المتوسطات المتحركة لثلاث سنوات.
- اوجد المتوسطات المتحركة لخمس سنوات.
- المفاضلة بين المتوسطين المتحركين.

الحل

1-اوجد المتوسطات المتحركة لثلاث سنوات

السنوات	X_t	مجموع 3 سنوات	(X_{t+1}) MA	$X_t - X_{t+1}$	$(X_t - X_{t+1})^2$
1988	38	**-**		**-**	-
1989	42	(38+42+23)=103	103/3=**34.33**	(42-34.33)=**7.67**	**58.82**
1990	23	(42+23+72)=137	**45.66**	**-22.66**	**513.47**
1991	72				
1992	40				
1993	65				
1994	80				
1995	76				
1996	38				
1997	106	-		-	
					3090.42

2- حساب الانحراف المعياري

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum(X_t - X_{t+1})^2}{n - N - 1}}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{3090.42}{10 - 3 - 1}} = \sqrt{515.07} = 22.695$$

3-اوجد المتوسطات المتحركة لخمس سنوات

السنوات	X_t	مجموع 3 سنوات	(X_{t+1}) MA	$X_t - X_{t+1}$	$(X_t - X_{t+1})^2$
1988	38	**-**		**-**	-
1989	42	_		-	**-**
1990	23	(38+42+23+72+40)=215	215/5=**43**	(23-43)= **-20**	**400**
1991	72	(42+23+72+40+65)=242	**48.4**	**23.6**	**556.96**
1992	40				
1993	65				
1994	80				
1995	76				
1996	38	-		-	
1997	106	-		-	
المجموع	-	-	-	-	**1632.56**

4- حساب الانحراف المعياري

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum(X_t - X_{t+1})^2}{n - N - 1}}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{1632.56}{10 - 5 - 1}} = \sqrt{408.14} = 20.202$$

5- المفاضلة بين المتوسطين المتحركين

$$\sigma_2 < \sigma_1 \leftrightarrow 0.202 < 22.695$$

نستنتج مما سبق ان التنبؤ باستخدام الأوساط المتحركة على أساس خمس سنوات أفضل من التنبؤ باستخدام الأوساط المتحركة على أساس ثلاث سنوات.

كما أن طريقة المتوسطات المتحركة تمهد السلسلة الزمنية، وتضيق من ذبذباتها أي التقليل من أثر التغيرات الدورية والفجائية.

تمرين: (المتوسط المتحرك المرجح)

يمثل الجدول ادناه مبيعات مؤسسة ما في للفترة الممتدة من 1972 إلى 1978

- حساب المتوسط المتحرك المرجح لثلاث فترات بهيكلين مختلفين، بحيث تم إعطاء الفترة الاحدث 0.7 أو(0.5) والفترة التي تسبقها0.4 أو(0.3) والفترة الأسبق 0.2 أو (0.1)
- المقارنة بين الهيكلين لk في التوقع لرقم المبيعات للفترة القادمة

الحل

نستعمل المعادلة أدناه لإيجاد القيمة المتوقعة للمبيعات

$$X_{t+1} = k_1 X_t + k_2 X_{t-1} + k_3 X_{t-2}$$

السنوات	X_t	المتوسط المتحرك المرجح (X_{t+1}) $k_1 = 0.2\,; k_2 = 0.4\,;\ k_3 = 0.7$	$X_t - X_{t+1}$	$(X_t - X_{t+1})^2$
1972	2	-	-	-
1973	6	(1*0.7) +(6*0.4) +(2*0.2) =3.5	6-3.5=2.5	6.25
1974	1	(5*0.7) +(1*0.4) +(6*0.2) =5.1	1-5.1=-4.1	16.81
1975	5			
1976	3			
1977	7			
1978	2	-	-	-
المجموع	-	-	-	**45.2**

حساب الانحراف المعياري

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum (X_t - X_{t+1})^2}{n - N - 1}}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{45.2}{7 - 3 - 1}} = \sqrt{15.06} = 3.88$$

$(X_t - X_{t+1})^2$	$X_t - X_{t+1}$	المتوسط المتحرك المرجح (X_{t+1}) $k_1 = 0.1\,; k_2 = 0.3\,;\ k_3 = 0.5$	X_t	السنوات
-	-	-	2	1972
12.25	6-2.5=3.5	(1*0.5) +(6*0.3) +(2*0.1) =2.5	6	1973
5.76	1-3.4=-2.4	(5*0.5) +(1*0.3) +(6*0.1) =3.4	1	1974
			5	1975
			3	1976
			7	1977
-	-	-	2	1978
38.19	-	-	-	المجموع

حساب الانحراف المعياري

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum(X_t - X_{t+1})^2}{n - N - 1}}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{38.19}{7 - 3 - 1}} = \sqrt{12.73} = 3.56$$

- المفاضلة بين المتوسطين المتحركين

$$\sigma_2 < \sigma_1 \ \leftrightarrow\ 3.56 < 3.88$$

نستنتج مما سبق ان التنبؤ بالهيكل الثاني أفضل من التنبؤ الهيكل الأول باعتبار $\sigma_2 < \sigma_1$

تمرين: (المتوسط المركزي)

يمثل الجدول ادناه بيانات مبيعات جهاز تلفزيون لشركة الأجهزة الحديثة للفترة الممتدة من 1988 الى 1997.

- إيجاد المتوسط المركزي بالطرقتين.

الطريقة الأولى

السنوات	المبيعات	المتوسط المتحرك ل4 فترات	المتوسط المتحرك المركزي
1988	38	-	-
1989	42	(38+42+23+72)/4=**43.75**	-
1990	23	**44.25**	(43.75+44.25)/2=**44**
1991	72		**47.125**
1992	40		
1993	65		
1994	80		
1995	76		
1996	36		
1997	106		

الطريقة الثانية

المبيعات	المجاميع ل4 سنوات	مجموع المتوسط المتحرك لفترتان	متوسط متحرك مركزي
38	-	-	-
42	(38+42+23+72)=**175**	-	-
23	**177**	175+177=**352**	352/8=**44**
72		**377**	**47.125**
40			
65			
80			
76			
36			
106			

تمرين: (طريقة المتوسطين النصفين، حالة عدد زوجي)

نستعمل بيانات الجدول الموالي لإيجاد قيم الاتجاه العام باستعمال طريقة المتوسطين النصفين، وتكون سنة الأساس في النصف الأول من السلسلة الزمنية.

السنوات	المبيعات	مجموع المبيعات لكل قسم	متوسط المبيعات لكل قسم	رتبة t	القيم الاتجاهية
1988	38			**-2**	$\hat{Y} = 43 + 6(-2) =$ **31**
1989	42			**-1**	**37**
1990	23	**215**	215/5=**43**	**0**	
1991	72			**1**	
1992	40			**2**	
1993	65			**3**	
1994	80			**4**	
1995	76	**365**	365/5=**73**	**5**	
1996	38			**6**	
1997	106			**7**	

معادلة الاتجاه العام: $\hat{Y}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_i$

$\hat{b}_0$

القيمة الاتجاهية لسنة الأساس: $\hat{b}_0$

ميل خط الاتجاه: $\hat{b}_1$

$$\hat{b}_1 = \frac{73 - 43}{1995 - 1990} = 6$$

معادلة الاتجاه العام: $\hat{Y}_i = 43 + 6X_i$

تمرين: (طريقة المتوسطين النصفين، حالة عدد فردي)

نستعمل بيانات الجدول الموالي لإيجاد قيم الاتجاه العام باستعمال طريقة المتوسطين النصفين، وتكون سنة الأساس في النصف الأول من السلسلة الزمنية.

السنوات	المبيعات	مجموع المبيعات لكل قسم	متوسط المبيعات لكل قسم	رتبة t	القيم الاتجاهية
1988	38			**-2**	$\hat{Y} = 43 + 7(-2) = \mathbf{29}$
1989	42			**-1**	**36**
1990	23	**215**	215/5=**43**	**0**	
1991	72			**1**	
1992	40			**2**	
1993	65			**3**	
1994	80			**4**	
1995	76			**5**	
1996	38	**425**	425/5=**85**	**6**	
1997	106			**7**	
1998	125			**8**	

معادلة الاتجاه العام: $\hat{Y}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_i$

$\hat{b}_0$

القيمة الاتجاهية لسنة الأساس: $\hat{b}_0$

ميل خط الاتجاه: $\hat{b}_1$

$$\hat{b}_1 = \frac{85 - 43}{\mathbf{1996} - 1990} = 7$$

معادلة الاتجاه العام: $\hat{Y}_i = 43 + \mathbf{7} X_i$

تمرين: (معادلة الاتجاه العام في حالة عدد فردي)

الجدول أدناه يمثل تغير ظاهرة ما خلال سبعة عشر سنة

- اوجد معادلة الاتجاه العام.
- احسب القيم الاتجاهية للظاهرة.
- استبعد أثر الاتجاه العام من البيانات.

$\frac{Y_i}{\hat{Y}_i} \times 100$	$\hat{Y}_i$	$Y_i t_i$	t_i^2	Y_i	t_i	السنوات
87.31	**9.162**	**-64**	**64**	8	**-8**	1980
102.54	**9.752**	**-70**	**49**	10	**-7**	1981
				9	**-6**	1982
				11	**-5**	1983
				13	**-4**	1984
				12	**-3**	1985
				14	**-2**	1986
				14	**-1**	1987
				13	**0**	1988
				16	**1**	1989
				14	**2**	1990
				15	**3**	1991
				17	**4**	1992
				16	**5**	1993
				18	**6**	1994
				19	**7**	1995
				17	**8**	1996
		241	**408**	**236**	**0**	**n=17**

1- تقدير معادلة الاتجاه العام بطريقة الانحرافات

$$\hat{b}_0 = \frac{\sum Y}{n} = \bar{Y} = \frac{236}{17} = 13.8823$$

$$\hat{b}_1 = \frac{\sum Yt}{\sum t^2} = \frac{241}{408} = 0.5906$$

$$\hat{Y}_i = 13.8823 + 0.5906 t_i$$

2- حساب القيم الاتجاهية

$$\hat{Y}_{1980} = 13.8823 + 0.5906(-8) = \mathbf{9.162}$$

$$\hat{Y}_{1981} = 13.8823 + 0.5906(-7) = \mathbf{9.752}$$

3- استبعاد أثر الاتجاه العام من البيانات

قيم نسبية= (القيم الاصلية/ القيم الاتجاهية للظاهرة) ×100

$$\frac{Y}{\hat{Y}} \times 100$$

القيمة الأولى: $\frac{8}{\mathbf{9.162}} \times 100 =$ **87.31 %**

القيمة الثاني: $\frac{\mathbf{10}}{\mathbf{9.752}} \times 100 =$ **102.54 %**