الدفعات المتساوية

تسمى دفعات متساوية المبالغ التي تقدم أو تحول من عون اقتصادي إلى آخر أو من شخص إلى آخر مثلا كل سنة فهي دفعات سنوية أو شهرية عام من فترات متساوية تقل عن سنة كأن تكون سداسية أو ثلاثية أو شهرية وفي كل الحالات تتميز الدفعات المتساوية بعدد من الخواص

1- قيمة الدفعات المقدمة دوريا متساوية.

2- الفترة الفاصلة بين دفعة وأخرى تكون متساوية

3- معدل الفائدة متساوي

4- تحديد تاريخ أول دفعة وآخر دفعة

5- عدد الدفعات

أنواع الدفعات المتساوية

1) الدفعات الثابتة العادية (نهاية المدة)

دفعات نهاية المدة تقدم في نهاية كل فترة وعادة ما تكون لسداد دين أو تقطيع التزام سابق يحدث في نهاية مدة الدفعات أي عند تقديم آخر دفعة يكون قد تكون رأس مال وهو الهدف من العملية بينما يمكن تحديد قيمة مجموع هذه الدفعات في نقطة الصفر التي في بداية الفترة الأولى التي تطابق هي بداية مدة الدفع الكلية وهذه القيمة تدعى حالية للدفعات

* جملة الدفعات العادية هي ما يجمع للشخص المسدد في نهاية عدد من الفترات n وبالتالي قد قدم n دفعة متساوية والبحث عن جملة هذه الدفعات يكمن جمع جمل هذه الدفعات في نهاية المدة

نرمز لجملة الدفعات V_n فتكون ابتداءا من آخر دفعة

$$V_n = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + \dots + a(1+i)^{n-1}$$

$$\boxed{V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}}$$

مثال: مؤسسة تودع في نهاية كل سداسي 58000 في مؤسسة مصرفية لمدة 6 سنوات.

احسب جملة ما تجمع لهذه المؤسسة في نهاية السداسي السادس إذا كان المعدل السداسي 8,5%

$a = 58000$

$n = 6 \rightarrow 6 \times 2 = 12$.

$i = 8,5$.

$$V_n = a\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$V_n = 58000\,\frac{(1+0,085)^{12} - 1}{0,085}$$

$$V_n = 1133856,48$$

تحديد عناصر جملة الدفعات الثابتة :

تحديد قيمة الدفعة الثابتة a

من علاقة الجملة يستنتج أن

$$a = \frac{V_n \cdot i}{(1+i)^n - 1}$$

مثال : من أجل تسديد دين في نهاية 7 سنوات مبلغه 21955,24 أحسب قيمة الدفعة السنوية التي تسمح بذلك والمودعة في نهاية كل سنة بمعدل فائدة 9,5 %.

$$V_n = 21955,24$$

$$n = 7 \text{ ans}$$

$$i = 9,5$$

$$a = \frac{21955,24 \cdot 0,095}{(1+0,095)^7 - 1}$$

$$a = 2350$$

تحديد مدة أو عدد الدفعات :

من علاقة الجملة نستنتج :

$$n = \frac{\ln\left(\frac{V_n \cdot i}{a} + 1\right)}{\ln(1+i)}$$

مثال : من يستطيع شخص تسديد دين جملته 42710 بدفعات ثابتة كل سنة قيمتها 5000 كم يلزمه من سنة إذا كان معدل الفائدة هو 10 %.

$$n = \frac{\ln\left(\frac{V_n \cdot i}{a}\right) + 1}{\ln(1+i)}$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{42710 \times 0,1}{5000} + 1\right)}{\ln(1+0,1)}$$

$$n = 6,47$$

تحديد معدل الفائدة :

انطلاقا من العلاقة العامة للجملة نحصل المقدار $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$

وبعد حساب قيمته من العلاقة $\frac{V_n}{a}$ نبحث في الجدول المالي

رقم 3. تجد n المقابل لها بمعلومية الرقم

القيمة الحالية للدفعات الثابتة

تكون القيمة الحالية للدفعات

$$V_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

مثال/ شخص يدفع في نهاية كل سنة مبلغ 20000 بمعدل 5% سنويا ولمدة 7 سنوات

احسب القيمة الحالية لهذه الدفعات ثم جملتها في نهاية الدفع

$$V_0 = 20000\ \frac{1-(1+0{,}05)^{-7}}{0{,}05}$$

$$V_0 = 115727{,}46$$

الجملة

$$V_n = 20000\ \frac{(1+0{,}05)^{7}-1}{0{,}05}$$

$$= 162840{,}16$$

أو

$$V_n = V_0\,(1+i)^{n}$$

$$= 115727{,}46\,(1{,}05)^{7}$$

$$= 162840{,}16$$

مثال/

سلسلة من الدفعات الثابتة عددها 20 بمعدل فائدة 6,5% كانت قيمتها الحالية تقدر بـ 32800,328 احسب قيمة الدفعة الثابتة

$$V_0 = 32800{,}328 \ / \ n = 20 \text{ an} \ / \ i = 0{,}065$$

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow a = \frac{V_0 \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

$$a = \frac{32800{,}328 \times 0{,}065}{1-(1+i)^{-20}} = 2976{,}83$$

تحديد عناصر القيمة الحالية للدفعات الثابتة

تحديد قيمة الدفعة الثابتة. من علاقة القيمة الحالية

$$V_0 = a\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \Rightarrow a = \frac{V_0 \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}$$

تحديد معدل الفائدة

من علاقة V_0 نحصل $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ ونبحث عن i من جدول المالي رقم 4 مع معلومية n

Scanné avec CamScanner

التمرين الأول: في 02 جانفي خصمت الورقة التجارية خصم للبنك.

تحديد عدد الدفعات n من علاقة V_0

$$V_0 = a \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$1-(1+i)^{-n} = \frac{V_0 \cdot i}{a}$$

$$(1+i)^{-n} = 1 - V_0 \frac{i}{a} \Rightarrow -n \ln(1+i) = \ln\left(1 - V_0 \cdot \frac{i}{a}\right)$$

$$n = -\frac{\ln\left(1 - V_0 \cdot \frac{i}{a}\right)}{\ln(1+i)}$$

أو نستخرجها من خلال الجدول من حساب $\frac{V_0}{a}$ و i معلوم من الجدول المالي 4 نستخرج قيمة n

ب- الدفعات الثابتة للاستثمار (بداية المدة)

دفعات بداية المدة الثابتة هي التي تدفع دوريا وبداية كل فترة الغرض منها تجميع أو تكوين رأس مال في نهاية مدة الإيداع

جملة دفعات بداية المدة: هي عبارة عن ما تحصل من الدفعات المتتالية من تاريخ نهاية مدة الإيداع أي بعد سنة أو فترة واحدة من آخر دفعة

$$V_n' = a\left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} - 1\right]$$

مثال/ شخص يودع دفعات ثابتة سنويا (في بداية السنة) قيمة كل منها 12500 بمعدل فائدة 12% سنويا ولمدة 10 سنوات احسب ما يتحصل عليه هذا الشخص في نهاية هذه المدة.

$$V_n' = 12500\left[\frac{(1+0,12)^{10}-1}{0,12} - 1\right]$$

$$V_n' = 219358,18.$$

تحديد عناصر جملة دفعات بداية المدة

تحديد قيمة الدفعة الثابتة

$$a = \frac{(V_n' + 1)\,i}{(1+i)^{n+1} - 1}$$

تحديد عدد الدفعات

$$\frac{V_n'}{a} + 1 = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$$

بنفس المنطق قيمة الكسر

ومعلومين i نستخرج عدد الدفعات باستخدام الجدول رقم 3

تحديد معدل الفائدة،

من العلاقة العامة للجملة نحصل قيمة الكسر $\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i}$ ونبحث

عن قيمة i المقابلة عند n

القيمة الحالية لدفعات الاستثمار،

هي قيمة هذه الدفعات كلها في تاريخ أول مدة للإيداع أي عند الفترة

0 من الإيداع ويتوافق هذا التاريخ مع تاريخ إيداع أول دفعة من سلسلة الدفعات

وتكون العلاقة كالتالي،

$$V_0' = a\left[1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}\right]$$

مثال، من أجل تكوين رأسمال بعد 8 سنوات يودع ثروت في بداية

كل سنة لحسابه مبلغ 13500 بمعدل فائدة 11,5%

1 احسب القيمة الحالية للدفعات،

الحل.

$n = 8$ ans

$a = 13500$

$$V_0' = 13500\left[1 + \frac{1-(1+0.115)^{-8+1}}{0,115}\right]$$

$$V_0' = 76099,97$$

تحديد قيمة الدفعة الثابتة

$$a = \frac{V_0'}{1 + \frac{1-(1+i)^{-n+1}}{i}}$$

$$a = \frac{V_0'}{\frac{i + 1 - (1+i)^{-n+1}}{i}}$$

$$a = \frac{V_0' \times i}{}$$