محاضرات في تحليل السلاسل الزمنية

المحاضرة الثالثة: استقرارية السلاسل الزمنية ودوال الارتباط الذاتي

1. اختبارات جذر الوحدة (Unit Root Test)

لطالما استخدمت الدراسات الاقتصادية التي تتعامل مع السلاسل الزمنية طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية بدون اختبار سـكون المتغيرات المسـتعملة عبر الزمن، وهذا ما يؤدي إلى نتائج مضـللة نظرا للإخلال بفرضيات النموذج كما وضّحه Newbold (1974)، مما يؤدي بالتالي إلى ظهور الكثير من المشاكل الإحصائية المعروفة في مثل هذه النماذج التقليدية.

أ/ الانحدار الز ائف

وهو انحدار يتم فيه تقدير العلاقة بين متغيرات اقتصـادية غير مسـتقر وأخرى مسـتقرة، وهو ما يؤدي إلى نتائج مضـللة حسـب Newbold (1974)، مما يؤدي إلى ظهور عدة مشـاكل إحصـائية. من مظاهره: ($R^2 >$ DW)

ب/ مفهوم استقرارية أو سكون سلسلة زمنية:

اسـتقرارية أو سـكون سـلسـلة زمنية (Y_t) يعني أن هذه السـلسـلة الزمنية تتصـف بالخصـائص الإحصائية التالية (Gujarati & Porter, 2009):

1- القيمة المتوقعة للسلسلة الزمنية ثابتة.　$E(Y_t) = \mu$

2- التباين ثابت.　$var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$

3- التبـاين المشـترك عنـد فترة تبـاطؤ (k) يرتبط فقط بـالتبـاطؤ الزمني أو بـالفجوة (k) بين الفترتين الزمنيتين وليس بالفترة الحالية التي يحسب عندها التباين المشترك أي أن:

$$\gamma_k = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+k} - \mu)]$$

الاختبارات التقليدية لسكون السلاسل الزمنية على غرار اختبار ديكي- فولر وفيليبس- بيرون تختبر فرضية وجود جذر الوحدة (وبالتالي عدم سكون السلسلة الزمنية) كفرضية عدمية.

ج/ أنواع السلاسل الزمنية غير المستقرة مع الشرح

أ. **السلاسل من نوع TS "Trend Stationary"**: وهو يمثل عدم الاستقرارية من نوع الاتجاه المحدد "Déterministe" تكون فيه السلاسل الزمنية غير المستقرة متكونة من مركبتين على الشكل التالي:

$$x_t = f_t + \varepsilon_t$$

حيث أن f_t هي دالة خطية محددة بدلالة الزمن، و ε_t هو متغير عشـوائي يمثل مسـار احتمالي مسـتقر "Un Processus Stochastique Stationnaire" وهو عبارة عن الخطأ أو الضجيج الأبيض "White noise"

أي "le Bruit Blanc"، ومسار TS هو مسار غير مستقر فهو لا يحقق الخصائص الإحصائية للاستقرار، لأن متوسط القيم $E(Y_t)$ مرتبط بالزمن (t)، **ويتم إرجاعها مستقرة غن طريق المربعات الصغرى MCO.**

ب. السلاسل من نوع DS "Differency Stationary": وتسمى هذه السلاسل المسار الاحتمالي أو العشوائي "Random Walk" أي "Marche Aléatoire" ويكتب على الشكل التالي:

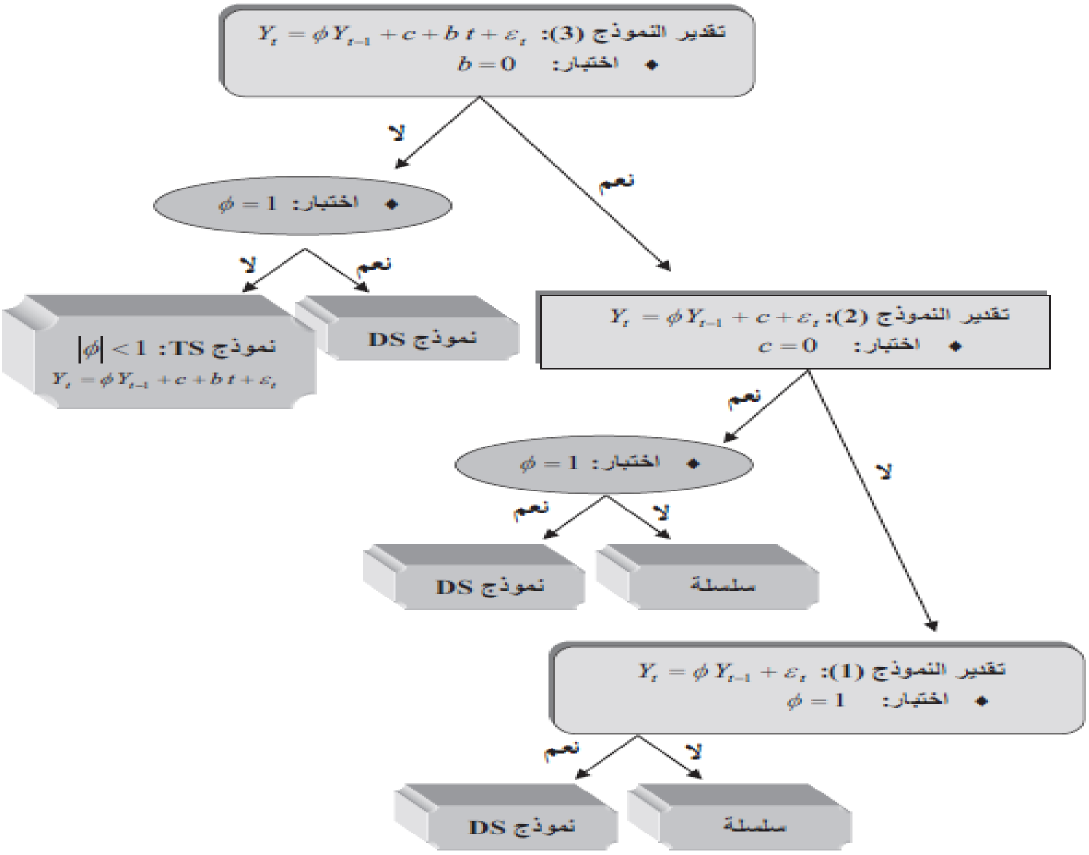
$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

وعلى عكس TS الذي يتميز بالاتجاه المحدد، فالمسار العشوائي يوضح لنا أن مسار Y_t عند اللحظة الزمنية (t) يبدأ عند توقف مسار (Y_{t-1}) ويتبع اتجاه الصدمة (ε_t)، بحيث (ε_t) تمثل الضجيج أو الخطأ الأبيض، وتكون في مسار DS علاقة الاتجاه غير واضحة أي غير أكيدة حيث أن أي صدمة غير متوقعة في لحظة من الزمن تؤثر في مسار الاتجاه في المستقبل، وبعبارة أخرى أي صدمة عابرة في لحظة ما لها أثر دائم على مستوى المسار بما أن المسار لا يعود إلى حالته الأولى بسبب الصدمة.

إذن مسار DS يتميز بخاصية إصرار الصدمات التي لا توجد في مسار TS، بحيث أن أثر الصدمة يكون له مفعول دائم على مستوى السلاسل المدروسة وأغلبية السلاسل الماكرو اقتصادية هي من نوع DS.

ومما سبق نعرف المسار DS بأنه مسار غير مستقر أي لا يحقق أحد خصائص الاستقرار، **ولكن يمكن إرجاعه مستقرا باستعمال الفروق أي التكامل أو التفاضل "différence"**، يعني نقول أن المسار DS هو متكامل عند الدرجة (d)، حيث (d) تمثل درجة التكامل أي (التفاضل أو الفروق).

د/ منهجية اختبارات جذر الوحدة (مراحل اختبار الاستقرارية) ل ADF و PP



هـ/1. اختبار ديكي- فولر لجذر الوحدة (Dickey-Fuller)

يهتم اختبار ديكي- فولر باختبار فرضـية وجود جذر الوحدة في السـلسـلة الزمنية (Y_t)، ونوضح ذلك من خلال المعادلة التالية (Gujarati & Porter, 2009):

$$Y_t = \rho\, Y_{t-1} + U_t\ ,\quad -1 \leq \rho \leq 1.$$

ويمكن صـياغة هذه المعادلة بالفرق الأول، بحيث تكون قيمة المعلمة (δ) مسـاوية ل (ρ-1) كما يلي:

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho\, Y_{t-1} - Y_{t-1} + U_t$$

$$\Delta Y_t = \delta\, Y_{t-1} + U_t \ldots (1)$$

حيث يفترض اختبار ديكي- فولر أن الخطأ العشـوائي (U_t) يخضـع لفرضـية التشـويش الأبيض (White Noise Disturbances). ويختبر وجود الفرضـيـة العـدمية التي تنص على وجود جـذر الوحـدة

وبالتالي عدم سكون السلسلة الزمنية، عن طريق اختبار (t). ويمكن صياغة الفرضية العدمية (H_0) التي يتم اختبارها والفرضية البديلة (H_1) كما يلي:

$H_0: \rho = 1$، أو $\delta = 0$.

$H_1: \rho < 1$، أو $\delta < 0$.

المعادلة (1) تعتبر إحدى الحالات الثلاثة التي يختبر عندها سكون السلسلة الزمنية، وفيما يلي صيغ الحالات الثلاثة:

$\Delta Y_t = \alpha + \delta Y_{t-1} + \beta t + U_t$ ....(القاطع والاتجاه)

$\Delta Y_t = \alpha + \delta Y_{t-1} + U_t$ ....(القاطع)

$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + U_t$ ....(بدون القاطع والاتجاه)

هـ2/ اختبار ديكي - فولر الموسع لجذر الوحدة (Augmented Dickey- Fuller)

إذا كانت السلسلة الزمنية مرتبطة ذاتيا إلى درجة عالية من التباطؤ الزمني فسيتم انتهاك فرضية التشويش الأبيض بالنسبة للأخطاء (white noise disturbances)، وبالتالي اختبار (DF) العادي لا يعود مجديا (Ang, 2007)، ويصبح على اختبار ديكي فولر الموسع (ADF) حل المشكل عن طريق بناء نموذج تصحيحي لدرجة ارتباط أعلى بافتراض أن السلسلة الزمنية (ΔY_t) تخضع لنموذج الانحدار الذاتي (AR_p) (Gujarati & Porter, 2009).

$$\Delta Y_t = \beta + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

هـ3/ اختبار فيليبس - بيرون لجذر الوحدة (Phillips-Perron)(1988)

يهتم اختبار فيليبس – بيرون (PP) على غرار اختبار ديكي – فولر باختبار فرضية وجود جذر الوحدة في السلسلة الزمنية (Y_t)، ونوضح ذلك من خلال المعادلة التالية:

$Y_t = \rho Y_{t-1} + U_t$

يستقصي اختبار فيليبس – بيرون (PP) الفرضية العدمية باستخدام اختبار (t). وبالتالي يفحص اختبار فيليبس بيرون سكون السلسلة الزمنية من خلال نفس فرضيات اختبار ديكي فولر ونفس القيم الحرجة، ويبقى الاختلاف بين الاختبارين في أن اختبار ديكي فولر يعالج مشكلة الارتباط الذاتي بين الأخطاء العشوائية من خلال إدراج فترات إبطاء زمني للمتغير (ΔY_t). أما اختبار فليبس بيرون فيعتمد طرق إحصائية لا معلمية لأخذ مشكلة الارتباط الذاتي بين الأخطاء العشوائية بعين الاعتبار من دون إضافة فترات إبطاء للمتغير(ΔY_t).

يســمح اختبار Phillips - Perron (1988) بتجاوز مشــكلتي الارتباط الذاتي للبواقي وعدم ثبات التباين للخطأ العشوائي التي يعاني منها اختبار ديكي فولار العادي، ويجري هذا الاختبار في أربعة مراحل :

1- التقدير بواسطة طريقة المربعات الصغرى النماذج الثلاثة القاعدية لاختبار ديكي فولار وحساب الإحصائيات المرافقة.

2- تقدير التباين المسمى بالقصير الأجل $\sigma^2 = (\sum e_t^2)/n$ ، حيث يمثل e_t الباقي المقدر.

3-تقدير المعامل المصحح S_t^2 المسـمى بالتباين الطويل الأجل، والمسـتخرج من هيكلة التباينات، المشـتركة لبواقي النماذج السابقة ، حيث :

$$s_t^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2 + 2\sum_{i=1}^{l}\left(1-\frac{i}{l+1}\right)\frac{1}{n}\sum_{t=i+1}^{n} e_t e_{t-1}$$

من أجل تقدير هذا التباين الطويل الأجل، من الضــروري تعريف عدد التأخرات i المقدرة بدلالة عدد المشاهدات الكلية n.

4- حساب إحصائية فيليبس و بيرون (PP) :

$$t^*_{\hat{\phi}_1} = \sqrt{k}\times\frac{(\hat{\phi}_1-1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}} + \frac{n(k-1)\hat{\sigma}_{\hat{\phi}_1}}{\sqrt{k}}$$

مع : $k=\frac{\hat{\sigma}^2}{s_t^2}$ (الذي يساوي الواحد- في الحالة التقاربية- إذا كان et يمثل تشويشا أبيضا).

ثم يتم مقارنة هذه الإحصائية مع القيم الحرجة لجدول MacKinnon.

2. دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي ونماذج ARIMA

في الدروس السـابقة وخاصـة طريقة المربعات الصـغرى الاعتيادية تم تحليل سـلوك المتغير التابع في نموذج به عدد من المتغيرات المفسـرة. أما في هذا الدرس فسـتتم مناقشـة تقدير معادلة واحدة بطريقة مختلفة عن الطرق الســـابقة. حيث وفي تحليل الســلاســل الزمنية يتم الانطلاق من تحليل المعلومات التي يمكن الحصــول عليها من المتغير نفســه. تحليل ســلســلة زمنية واحدة يســمى ســلســلة زمنية أحادية المتغير univariate time series في هذا الموضـــوع الهدف من تحليل الســلاســل الزمنية هو اختبار ديناميكية البيانات، ضــمن طرق تحليل الســلاســل الزمنية يمكن أن يكون هناك نماذج ســلســلة زمنية متعددة المتغيرات سوف يتم مناقشتها لاحقا.

أ/ مراحل تحليل السلسلة الزمنية وفق منهجية بوكس جانكينس

لتطبيق هذا النموذج في عملية التنبؤ يجب إتباع الخطوات التالية:

- التأكد من استقرار السلسلة الزمنية قيد الدراسة.

- مرحلة التعرف على النموذج. - مرحلة تقدير معلمات النموذج.

- مرحلة الفحص (المراقبة والضبط) التشخيصي.

-مرحلة التنبؤ.

ARIMA نماذج اريما

(1976) BOX & Jenkins عرف نماذج (الانحدار الذاتي المتكاملة –المتوسطات المتحركة) المصطلح يعني:

AR=autoregressive انحدار ذاتي

I-integrated متكاملة

MA=moving average المتوسط المتحرك

ج/ نماذج : ARIMA نماذج قياسية خاصة بالسلسلة الزمنية أحادية المتغير univariate time series Yt المتكاملة من الدرجةd ، والتي تحتاج نمذجتها إلى p تباطؤ زمني لهذه السلسلة الزمنية AR(P)، وإلى إدراج التباطؤات الزمنية لحد الخطأ الخاص بالنموذج، النموذج الناتج هنا يسمى المتوسطات المتحركة MA(q) ...

الأجزاء التالية ستعرض لاستخدامات لنماذج ARIMA وستقدم مفهوم السكون أو الاستقرارية، وسيتم شرح أبسط نموذج للارتباط الذاتي أي النموذج من الدرجة 1 ثم سيتم مسح نماذج اريماARIMA. واخيرا طريقة بوكس جيكينز لاختيار النموذج ثم يليه عرض للتنبؤ.

اختبارات الاستقرارية باستخدام دالة الارتباط الذاتي مبني على correlogram

اختبار بسيط للسكون مبني على ما يسمى دالة الارتباط الذاتي Autocorrelation function (ACF)

دالة $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$

$$\frac{Covariance\ at\ lag\ k}{Variance} = \frac{\text{التغاير عند المتباطئة } k}{\text{التباين}}$$

عندما k=0 فأن $\rho_0 = 1$

حيث أن كل من التغاير والتباين تقاس بنفس الوحدة فإن الارتباط الذاتي من غير وحدات وتتراوح قيمته بين +1 و -1 كأي معامل ارتباط، إذا تم رسم الشكل البياني لقيمة الارتباط الذاتي نحصل على ما يعرف

بالارتباط الذاتي للمجتمع. حيث يتم في الواقع الحصول على عينة للعملية العشوائية فإنه يمكن حساب دالة الارتباط الذاتي للعينة $\widehat{\rho}_k$ لحساب دالة الارتباط الذاتي يحسب التغاير ومن ثم التباين:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{\sum(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \overline{Y})}{n}$$

$$\hat{\gamma}_0 = \frac{\sum\left(Y_t - \hat{Y}\right)^2}{n}$$

حيث تشير n الى حجم العينة و $\overline{Y}$ متوسط العينة.

رسم الدالة بيانيا مقابل قيم التباطؤات الزمنية يسمى Sample Correlogram، إذا انحدرت قيمه ببطيء فهذا يدل على أن السلسلة الزمنية غير مستقرة ويمكن فحص الرسم البياني ρk للتحقق من استقرار الدالة وكذلك يمكن استخدام اختبار إحصاء Q ماذا كان معامل الارتباط الذاتي ρk يساوي الصفر أي لا توجد علاقة بين قيم التباطؤات الزمنية.

اختبار إحصاءة Q لـ بوكس وبيرز Box and Pierce

$$Q = n\sum_{k=1}^{m}\hat{\rho}_k^2$$

n حجم العينة و m طول قيم التباطؤات الزمنية. يتوزع اختبار Q حسب توزيع كاي χ2 بدرجة حرية df =m إذا كانت القيمة المحسوبة للاختبار تفوق قيمته الحرجة يتم رفض الفرضية العدمية والتي تنص على أن معاملات التباطؤ الزمني تساوي الصفر .

اختبار آخر لاختبار ما إذا كانت المعاملات تساوي الصفر هو **اختبار إحصاءة LJung-Box (LB).**

مع نفس مبدأ اتخاذ القرار.

$$LB = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}\left(\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k}\right) \sim \chi_m^2$$

تمرين: للتأكد من حسن تخصيص نموذج عوائد الأسهم ، تعطى نتائج اختبار ديكي فور الموسع في الجدول التالي، **1– املأ الجدول واختبر الفرضيات المناسبة (وفق صيغة القاطع).**

المتغير	H_0	القيمة المحسوبة	القيمة الجدولية5 %	المقارنة	الحكم على H_0	الحكم على استقرارية السلسلة
R_t	R_t..............................	-2.5	-2.9	..cal......tab	....	....
	ΔR_t.........................	-9.3	-3.5	..cal......tab	....	....
D_t	D_t............................	-1.4	-2.9	..cal......tab	....	....
	ΔD_t.........................	-5.2	-3.5	..cal......tab	....	....
I_t	I_t............................	-1.7	-2.9	..cal......tab	....	....
	ΔI_t.........................	-7.2	-3.5	..cal......tab	....	....

2– ما هي الطريقة أو المنهجية الممكن استخدامها لتقدير النموذج؟ **ولماذا؟**

حل التمرين:

1– ملأ الجدول واختبار الفرضيات المناسبة (وفق صيغة القاطع).

المتغير	**H_0**	القيمة المحسوبة	القيمة الجدولية5 %	المقارنة	الحكم على H_0	الحكم على استقرارية السلسلة
R_t	R_t غير مستقرة	-2.5	-2.9	cal>tab	**قبول H_0**	R_t غير مستقرة
	ΔR_t غير مستقرة	-9.3	-3.5	cal<tab	**رفض H_0**	ΔR_t مستقرة
D_t	D_t غير مستقرة	-1.4	-2.9	cal>tab	**قبول H_0**	D_t غير مستقرة
	ΔD_t غير مستقرة	-5.2	-3.5	cal<tab	**رفض H_0**	ΔD_t مستقرة
I_t	I_t غير مستقرة	-1.7	-2.9	cal>tab	**قبول H_0**	I_t غير مستقرة
	ΔI_t غير مستقرة	-7.2	-3.5	cal<tab	**رفض H_0**	ΔI_t مستقرة

2– الطريقة أو المنهجية الممكن استخدامها لتقدير النموذج: منهجية التكامل المتزامن أو المشترك لأن كل المتغيرات متكاملة من الدرجة الأولى.