تمارين سلسلة الأعمال الموجهة

التمرين الأول: أوجد النقاط الحدية للدوال التالية:

$$f(x,y)=3x^2+5y^2-15x-20y$$

$$f(x,y)=x^2+y^2-5xy+5x+2y$$

$$f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2+2xy+2xz-5yz-6x-10y-4z$$

التمرين الثاني: اعتمادا على الطريقة الرئيسية الصغرى أوجد نقاط الاستقرارية مع تحديد طبيعتها للدوال التالية:

1) $f:\Re^2\to\Re$

$x\to f(X)=(x_1-1)^2+2x_2^2$

2) $f:\Re^2\to\Re$

$x\to f(X)=2x_1^3-6x_1x_2+3x_2^2$

3) $f:\Re^2\to\Re$

$x\to f(X)=e^{x_1-x_2}\left(x_1^2-2x_2^2\right)$

4) $f:\Re^2\to\Re$

$x\to f(X)=x_1^3x_2+x_1^3-x_1^2x_2$

5) $f:\Re^2\to\Re$

$x\to f(X)=(x_1^2+x_2^2)e^{-(x_1^2+x_2^2)}$

6) $f:\Re^2\to\Re$

$x\to f(X)=x_1x_2(x_1^2+x_2^2-1)$

التمرين الثالث: لتكن f بحيث:

$$f:\Re^3\to\Re$$
$$x\to f(X)=e^{-\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)}$$

1- أحسب $\nabla f(X)$، وأوجد $H(X)$.

2- برهن أن f مقعرة.

3- اوجد نقطة الاستقرارية مع تحديد طبيعتها؟

التمرين الرابع: باستخدام طريقة نيوتن-رافسون أوجد أدنى قيمة للدوال التالية:

1- ليكن:

$$f:\Re^2\to\Re$$
$$x\to f(X)=4(x_1^2+x_2^2)-2x_1x_2-6(x_1+x_2)$$

مع نقطة البداية: $x_0=\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$

2- ليكن:

$$f:\Re^2\to\Re$$
$$x\to f(X)=10x_1^2+x_2^2-6(x_1+x_2)$$

مع نقطة البداية: $x_0=\begin{pmatrix}-2\\-7\end{pmatrix}$

3- ليكن:
$$f:\Re^2 \to \Re$$
$$x \to f(X) = x_1^{\ 3} + 2(x_1 - x_2)^2 - 3x_1$$
مع نقطة البداية: $x_0 = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$

4- ليكن:
$$f:\Re^2 \to \Re$$
$$x \to f(X) = x_1^{\ 3} + x_2^{\ 3} - 9x_1x_2 + 27$$
مع نقطة البداية: $x_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

التمرين الخامس: أوجد $max\ f$ بطريقة أقصى ميل صعود (***Steepest*** As***cent Method***)

1- ليكن:
$$f:\Re^2 \to \Re$$
$$x \to f(X) = x_1^{\ 2} + 2x_2^{\ 2}$$
مع نقطة البداية: $x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2- ليكن:
$$f:\Re^2 \to \Re$$
$$x \to f(X) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$$
مع نقطة البداية: $x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

التمرين السادس: أوجد $min\ f$ بطريقة أقصى ميل نزول (***Steepest Decent Method***)

ليكن:
$$f:\Re^2 \to \Re$$
$$x \to f(X) = x_1 - x_2 + 2x_1^{\ 2} + 2x_1x_2 + x_2^{\ 2}$$
مع نقطة البداية: $x_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$