للمتتاليات والسلاسل دور مهم في نمذجة بعض الظواهر المتقطعة، كملاحظة –على فترات زمنية منتظمة– الإنتاج السنوي لشركة معينة، الراتب الشهري لموظف، النمو الديمغرافي لدولة معينة.

تعريف 2-1. *نسمي متتالية عددية كل تطبيق u ل $\mathbb{N}$ (أو جزء I لانهائي من $\mathbb{N}$) في $\mathbb{R}$ ، نرمز عادة ب u_n لصورة العدد الطبيعي n وفق التطبيق u ونكتب*

$$u : \mathrm{N} \to R$$
$$n \to u(n) = u_n$$

ونرمز المتتالية بأحد الرموز التالية $(u_n)_n$، $(u_n)_{n\in N}$، (u_n) ، $n \to u_n$ أو $u_0, u_1, u_2, \ldots$. ندعو المقادير u_n (حيث $n \in N$) حدود المتتالية (u_n) ونقول عن العدد u_n أنه الحد من الرتبة n. [1]

1- اتجاه تغير متتالية عددية

تعريف 2-2

- *نقول عن متتالية عددية (u_n) أنها متزايدة (متناقصة، على التوالي)، إذا كان $u_n \le u_{n+1}$ ($u_n \ge u_{n+1}$، على التوالي)، مهما كان $n \in N$. نقول أن (u_n) متزايدة (متناقصة، على التوالي) تماما، إذا كان $u_n < u_{n+1}$ ($u_n > u_{n+1}$ ، على التوالي) ، من أجل كل $n \in N$.*
- *نقول عن متتالية أنها رتيبة (رتيبة تماما، على التوالي) إذا كانت متزايدة أو متناقصة (متزايدة تماما أو متناقصة تماما، على التوالي).* [2]

تعريف 2-3. *نقول عن متتالية (u_n) أنها ثابتة، إذا كان $\forall n \in N : u_n = a / a \in R$.* [3]

2- تقارب أو تباعد متتالية عددية

تعريف 2-4

- *نقول عن متتالية (u_n) أنها تنتهي إلى l أو تتقارب نحو l (حيث $l \in R$) عندما يؤول n إلى ما لا نهاية ونكتب*

$$\lim_{n\to\infty} u_n = l$$

- *نقول عن (u_n) أنها متباعدة إن لم تكن متقاربة.* [4]

نظرية 2-1. *لكل متتالية متقاربة نهاية وحيدة.* [5]

---

[1] غوثي بوكلي حسن. *الوجيز في الرياضيات. ط 2.* ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2004، ص. 143، ينظر أيضا
Naïla Hayek, Jean-Pierre Leca. *Mathématiques pour l'économie. Analyse-Algèbre. 5e É.* Dunod. Paris, 2015. Définition 1, p. 57.

[2] غوثي بوكلي حسن. المرجع السابق. تعريف 1، ص ص. 143- 144.

[3] نفسه. تعريف 2، ص. 144.

[4] Naïla Hayek, Jean-Pierre Leca. Op. Cit, pp. 61-63.

[5] غوثي بوكلي حسن. المرجع السابق. قضية 1، ص. 146.

3- متتاليات خاصة

3-1- المتتالية الحسابية

تعريف 2-5. *نسمي متتالية حسابية ذات الأساس r، المتتالية (u_n) التي يكون الفرق بين حدين متتالين منها ثابتا r، أي*

$$\forall n\in N:\ u_{n+1}-u_n=r \quad \text{(مع } u_0 \text{ معطاة)}$$

بحيث u_n الحد ذو الدليل n. تعطى عبارة الحد العام بالعلاقات التالية

- إذا كان الحد الأول هو u_0، فان $\forall n\in N:u_n=u_0+nr$

- إذا كان الحد الأول هو u_1، فان $\forall n\in N:u_n=u_1+(n-1)r$ *(بتصرف).* [1]

ملاحظة 2-1. من التعريف 2-5، إذا كان u_m و u_n حدين من متتالية حسابية (u_n)، فان

$u_m=u_n+(m-n)r$ (بتصرف). [2]

3-1-1- رتابة، تقارب أو تباعد متتالية حسابية

تعريف 2-6. *لتكن (u_n) متتالية حسابية أساسها r.*

- *إذا كان $r>0$، فان (u_n) متزايدة ومتباعدة تؤول إلى $+\infty$.*
- *إذا كان $r<0$، فان (u_n) متناقصة ومتباعدة تؤول إلى $-\infty$.*
- *إذا كان $r=0$، فان $\forall n\in N:u_n=u_0$، أي (u_n) ثابتة ومتقاربة نحو u_0 (بتصرف).* [3]

3-1-2- عبارة مجموع n حد من حدود متتالية حسابية

تعريف 2-7. *يرمز لمجموع n حد من حدود متتالية حسابية $(u_n)_n$ حدها الأول u_1 وأساسها r ب*

$S_n=u_1+u_2+...+u_n$ *أو اختصارا ب* $S_n=\sum_{k=1}^{n}u_k$ *ويعطى بالعلاقة التالية*

$$S_n=\frac{\text{عدد الحدود}}{2}\left(\text{الحد الاول + الحد الاخير}\right)$$

بحيث: عدد الحدود= دليل الحد الأخير من المجموع – دليل الحد الأول من المجموع +1، أي

$$S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)$$ [4]

3-2- المتتالية الهندسية

تعريف 2-8. *المتتالية الهندسية هي التي تكون فيها النسبة بين أي حدين متتالين ثابتة وتسمى أساس المتتالية ويرمز لها بالرمز q، أي إذا كانت (u_n) متتالية هندسية، فان* $\forall n\in N:\frac{u_{n+1}}{u_n}=q$ [5]

تعطى عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بالعلاقات التالية

---

[1] فتحي خليل حمدان. *الرياضيات للعلوم الإدارية والمالية. ط 4.* دار وائل للنشر، عمان- الأردن، 2014، ص.68، ينظر أيضا
Naïla Hayek, Jean-Pierre Leca. Op. Cit. Définition 10 ,p .74.

[2] Ibid. Définition 10, p. 74.

[3] Ibid.p . 74.

[4] فتحي خليل حمدان. المرجع السابق، ص .73، ينظر أيضا
Naïla Hayek, Jean-Pierre Leca. Op. Cit. p. 75.

[5] فتحي خليل حمدان. المرجع السابق، ص. 75.

- *إذا كان الحد الأول هو* u_0، *فان* $\forall n \in N : u_n = u_0 q^n$
- *إذا كان الحد الأول هو* u_1، *فان* $\forall n \in N : u_n = u_1 q^{n-1}$

وعليه، إذا كان u_m *و* u_n *حدين من المتتالية* (u_n)، *فان* $u_m = u_n q^{m-n}$ *(بتصرف)* [1]

3-2-1- رتابة، تقارب أو تباعد متتالية هندسية

يمكن تلخيص اتجاه تغير وتقارب متتالية هندسية $(u_n)_{n\geq 1}$ تبعا لقيم أساسها q وحدها الأول u_1 في الجدول التالي.

	$u_1 > 0$	$u_1 < 0$
$q < -1$	(u_n) *متناوبة ومتباعدة بحيث* $\lvert u_n \rvert \underset{n\to+\infty}{\to} +\infty$	(u_n) *متناوبة ومتباعدة بحيث* $\lvert u_n \rvert \underset{n\to+\infty}{\to} +\infty$
$q = -1$	(u_n) *متناوبة ومتباعدة (لا تقبل نهاية)*	(u_n) *متناوبة ومتباعدة (لا تقبل نهاية)*
$-1 < q < 0$	(u_n) *متناوبة ومتقاربة بحيث* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	(u_n) *متناوبة ومتقاربة بحيث* [2] $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$
$q = 0$	(u_n) *متتالية معدومة*	(u_n) *متتالية معدومة*
$0 < q < 1$	(u_n) *متناقصة ومتقاربة بحيث* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	(u_n) *متزايدة ومتقاربة بحيث* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$
$q = 1$	(u_n) *متتالية ثابتة بحيث* $\forall n \in N : u_n = u_1$	(u_n) *متتالية ثابتة بحيث* $\forall n \in N : u_n = u_1$
$q > 1$	(u_n) *متزايدة ومتباعدة بحيث* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	(u_n) *متناقصة ومتباعدة بحيث* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

جدول 2-1- رتابة، تقارب أو تباعد متتالية هندسية تبعا لقيم أساسها وحدها الأول (بتصرف) [3]

3-2-2- عبارة مجموع n حد من حدود متتالية هندسية

تعريف 2-9. *مجموع أول* n *حد من المتتالية الهندسية* (u_n) *التي حدها الأول* u_1 *وأساسها* q *هو*

$$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$$

نميز حالتين

- *إذا كان* $q = 1$، *فان*

$$S_n = u_1 + u_1 + ... + u_1$$

وعليه

$$S_n = nu_1$$

---

[1] فتحي خليل حمدان. المرجع السابق، ص. 77، ينظر أيضا

Naïla Hayek, Jean-Pierre Leca. Op. Cit. Définition 11, p. 76.

[2] Ibid, p. 77.

[3] Ibid, p. 76.

- *إذا كان* $q \neq 1$، *فان*

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k$$

$$= \text{الحـد الاول} \frac{1\text{- عدد الحدود الاســاس}}{1\text{- الاســاس}}$$

أي

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q} \quad (1)$$

وعليه يمكن جمع الحالتين السابقتين بالعلاقة التالية

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k = \begin{cases} nu_1; & q = 1 \\ u_1 \dfrac{1-q^n}{1-q}; & q \neq 1 \end{cases} \quad (2)$$

4- تمارين

تمرين 2-1. مبيعات شركة ما، تزداد كل سنة مرة ونصف عن السنة التي سبقتها، فإذا بلغت مبيعاتها في السنة السابعة 3797 وحدة، فكم بلغت مبيعاتها في السنة الثانية ؟

الحل. مبيعات الشركة تمثل متتالية هندسية (u_n) حدها الأول u_1 هو مبيعات السنة الأولى وأساسها $q = 1,5$ وعليه مبيعات السنة السابعة هو $u_7 = 3797$ وحدة.

- لنجد مبيعات الشركة في السنة الثانية، أي u_2

لدينا $u_m = u_n q^{m-n}$ وعليه $u_7 = u_2 q^5$ ومنه $u_2 = \dfrac{u_7}{q^5} = \dfrac{3797}{(1,5)^5} = 500$

إذا مبيعات الشركة في السنة الثانية، بلغت 500 وحدة.

تمرين 2-2. أودع شخص مبلغ 3000 دج لدى بنك، إذا علمت أن هذا المبلغ يزداد سنويا بنسبة 5%. ما هي مدة إيداع المبلغ إذا تحصل في نهاية المدة على 4654 دج ؟

الحل. المبلغ المحصل عليه في نهاية كل سنة يمثل حدا من حدود متتالية هندسية (u_n) حدها الأول $u_0 = 3000\ DA$ المبلغ المودع في بداية المدة وأساسها $q = 1,05$، لأن

- المبلغ المودع في بداية المدة $u_0 = 3000\ DA$
- المبلغ المحصل عليه بعد سنة واحدة هو u_1، بحيث

$$u_1 = u_0 + 0.05u_0 = (1.05)u_0 \quad \text{مع} \quad 5\% = 0.05$$

- المبلغ المحصل عليه بعد سنتين هو u_2، بحيث

$$u_2 = u_1 + 0.05u_1 = (1.05)u_1$$
$$= (1.05)\left[(1.05)u_0\right] = (1.05)^2 u_0$$

---

(1) Naïla Hayek, Jean-Pierre Leca . Op. Cit, p. 77, see also

فتحي خليل حمدان. المرجع السابق، ص. 81

(2) Naïla Hayek, Jean-Pierre Leca . Op. Cit, p. 77.

وعليه المبالغ المحصل عليها في نهاية كل سنة تمثل حدود متتالية هندسية (u_n) حدها الأول $u_0 = 3000$ وأساسها $q = 1,05$.

وعليه عبارة الحد العام لهذه المتتالية هي $u_n = u_0 q^n$ أي $u_n = 3000(1.05)^n$.

- إيجاد مدة إيداع المبلغ إذا تحصل في نهاية المدة على 4654 دج.

لدينا $u_n = 4654$ وعليه $4654 = 3000(1.05)^n \Leftrightarrow (1.05)^n = \frac{4654}{3000} = 1.55$

ومنه

$$\ln\left[(1.05)^n\right] = \ln(1.55) \Leftrightarrow n\ln(1.05) = \ln(1.55)$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\ln(1.55)}{\ln(1.05)}$$

$$\Leftrightarrow n = 8.98 \approx 9$$

إذا مدة إيداع المبلغ هي 9 سنوات.

تمرين 2-3. في محطة وقود، خزان به 1023 لترا من الوقود، يتسرب منه في أول يوم لتر واحد وفي اليوم الثاني لتران وفي اليوم الثالث أربعة لترات وهكذا، فبعد كم يوم يصبح الخزان فارغا ؟

الحل. لدينا

- كمية الوقود المتسرب في اليوم الأول هي $u_1 = 1L$
- كمية الوقود المتسرب في اليوم الثاني هي $u_2 = 2L$، أي $u_2 = 2(1) = 2u_1$
- كمية الوقود المتسرب في اليوم الثالث هي $u_3 = 4L$، أي $u_3 = 2(2) = 2u_2 = 2(2u_1) = 2^2 u_1$
- وهكذا، كمية الوقود المتسرب في اليوم n هي u_n، بحيث $u_n = 2^{n-1}u_1$

وعليه، كمية الوقود المتسرب في كل يوم تمثل حدا من حدود متتالية هندسية (u_n) حدها الأول $u_1 = 1$ وأساسها $q = 2$.

ومنه مجموع ما تسرب من الخزان من اليوم الأول إلى غاية اليوم n هو

$$S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$$

أي

$$S_n = u_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

$$= 1.\frac{1-2^n}{1-2}$$

$$= 2^n - 1$$

إذا، كي يصبح الخزان فارغا، يجب أن يكون مجموع ما تسرب منه 1023 لترا، أي $S_n = 1023$ ومنه

$$2^n - 1 = 1023 \Leftrightarrow 2^n = 1024$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(2^n\right) = \ln(1024)$$

$$\Leftrightarrow n\ln(2) = \ln(1024)$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{\ln(1024)}{\ln(2)} = 10$$

أي، بعد 10 أيام يصبح الخزان فارغا.

تمرين 2-4. طفل يدخر يوميا 20 دينارا، فإذا فتح حصالته بعد 15 يوما ووجد فيها 400 دينارا، فكم كان في حصالته قبل أن يبدأ الادخار ؟

الحل. المبلغ المدخر لدى الطفل يمثل متتالية حسابية (u_n) حدها الأول u_0 المبلغ قبل الادخار وأساسها $r=20$ دينارا وعليه $u_{15}=400$ دينار ومنه عبارة الحد العام هي $u_n=u_0+nr$ أي $u_n=u_0+20n$

ومنه $u_{15}=u_0+20(15)=u_0+300$ أي $400=u_0+300\Leftrightarrow u_0=100$

إذا، كان في حصالة الطفل قبل الادخار 100 دينار.

تمرين 2-5. سيارة من النوع x، طُرحت للبيع سنة 2010 بمبلغ ابتدائي يتناقص سنويا بقيمة ثابتة، إذا كان سعرها سنة 2015 هو 5.000.000 دينارا جزائريا وسنة 2020 هو 4.000.000 دينارا جزائريا.

1) ما هو سعر السيارة الابتدائي سنة 2010 ؟

2) ابتداء من أي سنة يمكن الحصول على السيارة بسعر أقل من 3.600.000 دينارا جزائريا ؟

3) سنويا، يقوم وكيل معتمد بشراء ست سيارات من النوع x. أوجد إجمالي المبلغ الذي دفعه هذا الوكيل من بداية 2013 إلى نهاية 2020.

الحل

1) إيجاد سعر السيارة الابتدائي سنة 2010

بما أن سعر السيارة يتناقص سنويا بقيمة ثابتة، فهو يمثل متتالية حسابية (u_n) حدها الأول u_0 يمثل سعر السيارة الابتدائي سنة 2010 وأساسها r يمثل القيمة التي يتناقص بها سعر السيارة سنويا وعليه $u_5=5.000.000\ DA$ هو سعر السيارة سنة 2015 و $u_{10}=4.000.000\ DA$ سعرها سنة 2020.

لدينا $u_m=u_n+(m-n)r$ وعليه $u_{10}=u_5+(10-5)r$ ومنه

$$r=\frac{u_{10}-u_5}{10-5}=\frac{4.000.000-5.000.000}{5}=-200.000\ \ DA$$

أي، سعر السيارة يتناقص سنويا بمبلغ 200.000 دينارا جزائريا وعليه $u_0=u_5+(0-5)r$، أي

$$u_0=5.000.000-5(-200.000)=6.000.000\ \ DA$$

إذا، سعر السيارة الابتدائي سنة 2010 هو 6.000.000 دينارا جزائريا.

2) إيجاد السنة التي انطلاقا منها يمكن الحصول على السيارة بسعر أقل من 3.600.000 دينارا جزائريا

لدينا عبارة الحد العام $u_n=u_0+nr=6.000.000-200.000n$ وعليه

$$u_n<3.600.000\Leftrightarrow 6.000.000-200.000n<3.600.000$$
$$\Leftrightarrow n>12$$

أي، ابتداء من سنة 2023 يمكن الحصول على السيارة بسعر أقل من 3.600.000 دينارا جزائريا.

3) إيجاد إجمالي المبلغ الذي دفعه الوكيل من بداية 2013 إلى نهاية 2020

لدينا، سنة 2013 تقابل u_3 وسنة 2020 تقابل u_{10} وبما أن الوكيل يشتري سنويا ست سيارات، فان مجموع المبلغ الذي دفعه من بداية 2013 إلى نهاية 2020 هو

$$\begin{aligned} S &= 6(u_3 + u_4 + ... + u_{10}) \\ &= 6\left[\frac{8}{2}(u_3 + u_{10})\right] \\ &= 24(5.400.000 + 4.000.000) \\ &= 225.600.000 \quad DA \end{aligned}$$

بحيث

$$\begin{aligned} u_3 &= u_0 + 3r \\ &= 6.000.000 + 3(-200.000) \\ &= 5.400.000 \quad DA \end{aligned}$$

تمرين 2-6. أودع شخص الآن مبلغ 30000 دج لدى بنك، بحيث مجموع المبلغ المحصل عليه سنويا يزداد بنسبة 5%، بعد أربع سنوات عَلِمَ أن البنك رفع نسبة الزيادة إلى 6%؛ فقام الشخص بإضافة 60000 دج إلى حسابه.

- أحسب جملة المبلغ المتجمع في حسابه بعد مرور أربع سنوات ثم سبع سنوات من الآن.

الحل

1) إيجاد جملة المبلغ المتجمع في حساب الشخص بعد أربع سنوات من الآن

لدينا، جملة المبلغ المتجمع تمثل متتالية هندسية (u_n) حدها الأول $u_0 = 30000\ DA$ وأساسها $q = 1.05$.

لدينا، عبارة الحد العام $u_n = u_0 q^n$ وعليه

$$\begin{aligned} u_4 &= u_0 q^4 \\ &= 30000(1.05)^4 \\ &= 36465.18\ DA \end{aligned}$$

إذا، جملة المبلغ المتجمع في حساب الشخص بعد أربع سنوات من الآن هي 36465.18 دج.

2) إيجاد جملة المبلغ المتجمع في حساب الشخص بعد سبع سنوات من الآن

بما أن البنك رفع نسبة الزيادة إلى 6%، فإن $q' = 1.06$ وعليه، جملة المبلغ المتجمع بعد زيادة النسبة تمثل متتالية هندسية (v_n) أساسها $q' = 1.06$ وحدها الأول

$$\begin{aligned} v_0 &= u_4 + 60000 \\ &= 36465.18 + 60000 \\ &= 96465.18\ DA \end{aligned}$$

لدينا، عبارة الحد العام $v_n = v_0 q'^n$ وعليه

$$\begin{aligned} v_3 &= v_0 q'^3 \\ &= 96465.18(1.06)^3 \\ &= 114891.58\ DA \end{aligned}$$

إذا، جملة المبلغ المتجمع في حساب الشخص بعد سبع سنوات من الآن هي 114891.58 دج.

تمرين 2-7. إنتاج شركة يتناقص سنويا ب 500 وحدة، إذا كان إنتاجها في السنة الثانية هو 40.000 وحدة، فما هو إنتاجها في السنة الثامنة ؟

الحل. إنتاج الشركة يمثل متتالية حسابية (u_n) حدها الأول u_1 هو إنتاج السنة الأولى وأساسها $r = -500$ وعليه إنتاج السنة الثانية هو $u_2 = 40000$ وحدة.

- لنجد إنتاج الشركة في السنة الثامنة، أي u_8

لدينا $u_m = u_n + (m-n)r$ وعليه $u_8 = u_2 + 6r$ ومنه $u_8 = 40000 + 6(-500) = 37000$

إذا إنتاج الشركة في السنة الثامنة، بلغ 37000 وحدة.

تمرين 2-8. مبيعات شركة تزداد سنويا بنسبة 3%، عليها أن تبيع سنويا على الأقل 10.000 وحدة للحصول على الأرباح. إذا علمت أن مبيعاتها في السنة الأولى بلغت 8.000 وحدة، انطلاقا من أي سنة يمكن للشركة الحصول على الأرباح ؟

الحل. مبيعات الشركة تمثل متتالية هندسية (u_n) حدها الأول $u_1 = 8000$ وحدة وأساسها $q = 1.03$.

إيجاد السنة التي انطلاقا منها يمكن الحصول على الأرباح

لدينا عبارة الحد العام $u_n = u_1 q^{n-1} = 8000(1.03)^{n-1}$ وعليه

$$\begin{aligned} u_n \geq 10000 &\Leftrightarrow 8000(1.03)^{n-1} \geq 10000 \\ &\Leftrightarrow (1.03)^{n-1} \geq \frac{5}{4} \\ &\Leftrightarrow (n-1)\ln(1.03) \geq \ln\left(\frac{5}{4}\right) \\ &\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln\left(\frac{5}{4}\right)}{\ln(1.03)} + 1 \simeq 8.54 \end{aligned}$$

أي، يمكن للشركة الحصول على الأرباح انطلاقا من السنة التاسعة.

تمرين 2-9. أوجد عدد السنوات اللازمة لإيداع مبلغ ما من المال لتصبح جملة المبلغ المستحق ضعف المبلغ المودع، إذا علمت أن هذا الأخير يزداد سنويا بنسبة 5%.

الحل. لدينا، جملة المبلغ المستحق تمثل متتالية هندسية (u_n) حدها الأول u_0 وأساسها $q = 1.05$.

لدينا، عبارة الحد العام $u_n = u_0 q^n = u_0 (1.05)^n$ وعليه

$$\begin{aligned} u_n = 2u_0 &\Leftrightarrow u_0 (1.05)^n = 2u_0 \\ &\Leftrightarrow u_0 (1.05)^n - 2u_0 = 0 \\ &\Leftrightarrow u_0 \left[(1.05)^n - 2\right] = 0 \\ &\Leftrightarrow (1.05)^n - 2 = 0 \quad (\text{لان } u_0 \neq 0) \\ &\Leftrightarrow (1.05)^n = 2 \\ &\Leftrightarrow \ln\left[(1.05)^n\right] = \ln(2) \\ &\Leftrightarrow n\ln(1.05) = \ln(2) \\ &\Leftrightarrow n = \frac{\ln(2)}{\ln(1.05)} \simeq 14.2 \end{aligned}$$

وعليه، يجب إيداع المبلغ لمدة 15 سنة تقريبا حتى يتضاعف.

تمرين 2-10. آلة ثمنها وقت الشراء 1000 وحدة نقدية، تُستهلك في أول كل سنة بنسبة 15% عن السنة التي سبقتها. ما هي قيمة هذه الآلة في أول السنة السابعة ؟

الحل. قيمة الآلة في أول كل سنة تمثل متتالية هندسية (u_n) حدها الأول $u_0 = 1000$ ثمن الآلة وقت الشراء وأساسها $q = 1 - 0.15 = 0.85$.

لدينا، عبارة الحد العام $u_n = u_0 q^n = 1000(0.85)^n$ وعليه، قيمة الآلة في أول السنة السابعة هي

$u_7 = 1000(0.85)^7 = 320.577$ وحـــدة نقديـــة