

Mesures de la qualité des prévisions

Introduction

Nous rappelons au début de ce cours, les différentes méthodes à base de séries chronologiques et leurs cas d'application.

Présence de	Méthodes appropriés
Différents niveaux	Moyenne simple Moyenne mobile Lissage exponentiel simple
Niveaux + tendance	Régression linéaire Moyenne mobile pondérée Lissage exponentiel de Holt
Niveaux + saisonnalité	Moyenne mobile échelonnée Coefficients saisonniers
Niveaux + tendance + saisonnalité	Lissage exponentiel de Holt's Winters Coefficients saisonniers

Une première étape vient avant la prévision, à savoir : la définition de la nature de la série chronologique des demandes passées (par le traçage de la courbe) pour pouvoir sélectionner les méthodes potentielles appropriées. Si, par exemple, les demandes passées présentent plusieurs niveaux avec la présence d'une tendance à la hausse ou à la baisse, il est évident qu'il faut choisir la méthode de la régression linéaire, la méthode de la moyenne mobile pondérée ou la méthode du lissage exponentiel de Holt.

Après la sélection des méthodes potentielles à utiliser sur la base de la nature du problème, un prévisionniste doit choisir la meilleure méthode en se basant sur différents types des erreurs de prévision.

L'erreur de prévision est une mesure de la qualité d'une prévision pour une période donnée. Soient F_t la valeur prévue et Y_t l'observation réelle de la période t. L'erreur de prévision à la période t est défini par :

$$e_t = Y_t - F_t$$

Habituellement, nous évaluons l'erreur non pas à partir d'une seule valeur e_t mais à partir de n valeurs. Nous distinguons plusieurs types d'erreur, parmi lesquelles on trouve :

1. L'erreur moyenne de la prévision MFE

$$MFE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t$$

L'erreur moyenne n'est pas très utile. Elle tend à être proche du zéro, car les erreurs positives et négatives ont tendance à s'annuler les unes des autres, ce qui peut donner une mauvaise évaluation de la prévision. Pour illustrer ça, considérons les données originales et les prévisions théoriques suivantes, réalisées avec deux méthodes de prévision différentes.

Année	Demandes réelles Y_t	Méthode de prévision 1		Méthode de prévision 2	
		Prévisions F_t données par la méthode 1	Erreur de prévision de la méthode 1 $Y_t - F_t$	Prévisions F_t données par la méthode 2	Erreur de prévision de la méthode 2 $Y_t - F_t$
1	310	315	-5	370	-60
2	365	375	-10	455	-90
3	395	390	5	305	90
4	415	405	10	535	-120
5	450	435	15	390	60
6	465	480	-15	345	120
Erreurs de prévision cumulées			0		0
Erreur moyenne de prévision MFE			0/6=0		0/6=0

Sur la base des erreurs de prévision cumulées au fil du temps, les deux méthodes semblent également bonnes. Cependant, la plupart des observateurs estiment que la méthode 1 produit de meilleures prévisions que la méthode 2 (c'est-à-dire des erreurs moins importantes).

2. Erreur absolue moyenne MAE

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t|$$

Pour éliminer le problème des erreurs positives annulant les erreurs négatives, une mesure simple est celle qui considère la valeur absolue de l'erreur (taille de l'écart, quel que soit le signe), c'est ce qu'on appelle l'écart absolu. Nous calculons cette erreur absolue moyenne pour l'exemple précédent comme suit :

Année	Demandes réelles Y_t	Méthode de prévision 1		Méthode de prévision 2	
		Prévisions F_t données par la méthode 1	Erreur de prévision de la méthode 1 $ Y_t - F_t $	Prévisions F_t données par la méthode 2	Erreur de prévision de la méthode 2 $ Y_t - F_t $
1	310	315	5	370	60
2	365	375	10	455	90
3	395	390	5	305	90
4	415	405	10	535	120
5	450	435	15	390	60

6	465	480	15	345	120
Somme des erreurs absolue			60		540
Erreur moyenne de prévision MAE			60/6=10		540/6=90

La méthode 1 semble avoir fourni des prévisions plus précises sur cet horizon de six ans, comme la montre son MAE considérablement plus petit.

3. L'erreur carrée moyenne MSE

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2$$

Une autre façon pour éliminer le problème des erreurs positives annulant les erreurs négatives est de mettre au carré l'erreur de prévision. Peu importe que l'erreur de prévision ait un signe positif ou négatif, l'erreur au carré aura toujours un signe positif. Si nous accumulons ces erreurs au carré au fil du temps et que nous obtenons la valeur moyenne de ces erreurs au carré, nous appelons cette mesure l'erreur carrée moyenne (MSE). Reprenons le même exemple en utilisant cette mesure :

Année	Demandes réelles Y_t	Méthode de prévision 1		Méthode de prévision 2	
		Prévisions F_t données par la méthode 1	Erreur de prévision de la méthode 1 $(Y_t - F_t)^2$	Prévisions F_t données par la méthode 2	Erreur de prévision de la méthode 2 $(Y_t - F_t)^2$
1	310	315	25	370	3600
2	365	375	100	455	8100
3	395	390	25	305	8100
4	415	405	100	535	14400
5	450	435	225	390	3600
6	465	480	225	345	14400
Somme des erreurs au carré			700		52200
Erreur moyenne de prévision MSE			700/6=116.67		52200/6=8700

La méthode 1 semble avoir fourni des prévisions plus précises sur cet horizon de six ans, comme le montre son MSE considérablement plus petit.

La question qui se pose souvent : pourquoi on utiliserait la mesure MSE qui est plus lourde en calcul, alors que les calculs du MAE sont un peu plus simples ? (il n'est pas nécessaire de faire le carré des écarts). Pour répondre à cette question, il faut signaler que la mesure MSE présente un avantage. Comme cette méthode met au carré le terme d'erreur, les erreurs importantes tendent à être amplifiées. Par conséquent, la MSE impose une pénalité plus élevée pour les erreurs importantes. Cela peut être utile dans les situations où les petites erreurs de prévision ne causent pas beaucoup de problèmes, mais les grosses erreurs peuvent être désastreuses.

4. Erreur absolue moyenne en pourcentage (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |100 * e_t / Y_t|$$

Un problème avec la MAE et la MSE est que leurs valeurs dépendent de l'ampleur de la prévision. Si la prévision est mesurée en milliers ou en millions, les valeurs MAE et MSE peuvent être très importantes. Pour éviter ce problème, nous pouvons utiliser la MAPE qui est calculée comme la moyenne de la différence absolue entre les valeurs prévues et les valeurs réelles, exprimée en pourcentage des valeurs réelles. En fait, nous examinons l'importance de l'écart par rapport à la valeur réelle. L'erreur en pourcentage absolu peut être calculée pour chaque période et une moyenne peut être obtenue pour ces valeurs annuelles, ce qui donne la MAPE, comme suit :

Année	Demandes réelles Y_t	Méthode de prévision 1		Méthode de prévision 2	
		Prévisions F_t données par la méthode 1	Erreur de prévision de la méthode 1 $ 100(Y_t - F_t)/Y_t $	Prévisions F_t données par la méthode 2	Erreur de prévision de la méthode 2 $ 100(Y_t - F_t)/Y_t $
1	310	315	1.61%	370	19.36%
2	365	375	2.74%	455	24.66%
3	395	390	1.27%	305	22.78%
4	415	405	2.41%	535	28.92%
5	450	435	3.33%	390	13.33%
6	465	480	3.23%	345	25.8%
Somme des erreurs en pourcentage absolue			14.59%		134.85%
Erreur moyenne de prévision MAPE			14.59/6=2.43%		134.85/6=22.48%

La méthode 1 semble avoir fourni des prévisions plus précises sur un horizon de six ans, puisque les pourcentages sont plus faibles avec cette méthode (c'est-à-dire une MAPE plus petite).

ILLUSTRATION DES QUATRE MESURES DE PRÉCISION DES PRÉVISIONS

Voici une autre illustration des quatre mesures de la précision des prévisions en utilisant cette fois-ci des prévisions qui ont été générées à l'aide de méthodes différentes de celles utilisées dans les exemples précédents (appelées méthodes de prévision A et B).

Année	Demandes réelles Y_t	Méthode de prévision A					Méthode de prévision B				
		Prévisions F_t	Erreur e_t	Erreur absolue	Erreur au carré	Erreur en % absolue	Prévisions F_t	Erreur e_t	Erreur absolue	Erreur au carré	Erreur en % absolue
1	310	330	-20	20	400	6.45%	310	0	0	0	0%
2	365	345	20	20	400	5.48%	365	0	0	0	0%
3	395	415	-20	20	400	5.06%	395	0	0	0	0%
4	415	395	20	20	400	4.82%	415	0	0	0	0%
5	450	430	20	20	400	4.44%	390	60	60	3600	13.33%
6	465	485	-20	20	400	4.30%	525	-60	60	3600	12.90%
Total			0	120	2400	30.55%	Total	0	120	7200	26.23%
			MFE=0	MAE=20	MSE=400	MAPE=5.09%		MFE=0	MAE=20	MSE=1200	MAPE=4.37%

On peut constater que pour chacune de ces méthodes de prévision, on a obtenu la même MFE et la même MAE. Avec ces deux mesures, nous n'aurions aucun argument pour affirmer que l'une de ces méthodes de prévision est plus précise que l'autre. Avec plusieurs mesures de précision à prendre en compte, nous pouvons examiner toutes les données pour tenter de déterminer la meilleure méthode de prévision à utiliser.

L'interprétation de ces résultats sera influencée par les préjugés du décideur et les paramètres de la situation décisionnelle. Par exemple, un observateur peut considérer les prévisions avec la méthode A et note qu'elles étaient assez cohérentes dans la mesure où elles manquaient toujours d'un montant modeste (dans ce cas, elles manquaient de 20 unités chaque année). Cependant, la méthode de prévision B était très bonne pour certaines années, et extrêmement mauvaise pour d'autres (manque de 60 unités pour les années 5 et 6). Cette observation peut amener cet observateur à préférer la précision et la cohérence de la méthode A. Cette observation causale est formalisée dans le calcul MAPE la MSE.

La méthode de prévision A a une MSE considérablement faible que la méthode de prévision B. La mise au carré a amplifié les grands écarts qui ont été observés avec la méthode B. Cependant, une autre personne peut voir ces résultats et préfère la méthode B, car les erreurs par rapport à la demande réelle sont plus petites que pour la méthode A, comme l'indiquent le calcul de la MAPE.

Remarque

Le choix de la méthode doit refléter les stratégies de l'entreprise. Si le choix se fait entre deux méthodes (A et B) dont les performances en matière d'erreurs sont légèrement différentes, supposons que la méthode A ait les meilleures performances en matière d'erreurs mais qu'elle ait tendance à augmenter les niveaux du stock par rapport à la méthode B, alors la méthode B est probablement préférable.