

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen

Faculté de Technologie



Département de Génie Electrique et Electronique

Support du cours

Electrotechnique Fondamentale 1

Chapitre 3

Circuits et puissances électriques

Partie I : Système monophasé

Présenté par : Dr. BOURI Sihem

Circuits et puissances électriques

I) Système monophasé

Écriture des grandeurs sinusoïdales

On écrit la tension et le courant sinusoïdaux sous la forme :

$$v(t) = V_{max} \cdot \sin \omega t \quad (1)$$

$$i(t) = I_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

Avec :

V_{max} : Amplitude de la tension (V)

I_{max} : Amplitude du courant (A)

ω : Pulsation ($rad \cdot s^{-1}$)

φ : Déphasage (rad)

ωt : phase initiale (rad)

La valeur moyenne est de la forme :

$$V_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot dt = 0 \quad (3)$$

La valeur efficace est de la forme :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) \cdot dt} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

L'écriture complexe des tensions et courants dans le plan complexe est la suivante :

$$\bar{V} = V\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \quad (5)$$

$$\bar{I} = I\sqrt{2} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (6)$$

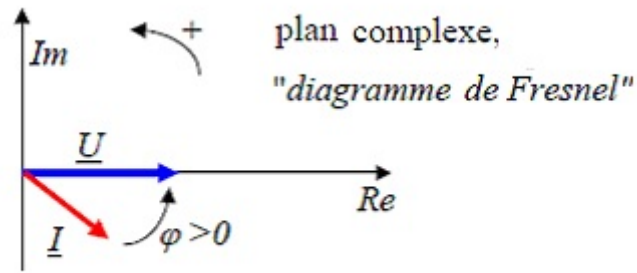


FIGURE 1 – Diagramme de Fresnel

Impédances

En régime sinusoïdal, un dipôle passif linéaire est caractérisé par son impédance complexe $\bar{Z}$.

$$\bar{V} = Z\bar{I}$$

$$\bar{Z} = R + jX$$

Avec :

R : Résistance (en Ω)

X : Réactance (en Ω)

Il existe trois types de dipôle : Résistance, bobine et condensateur. A chacun de ces dipôles correspond une relation liant la tension à ses bornes et le courant qui le traverse.

Le tableau suivant résume les tensions des différents dipôles.

TABLE 1 – Les tensions des différents dipôles

Dipôle	Forme complexe	Module	Argument
Résistance	$\bar{V} = R \cdot \bar{I}$	$V = R \cdot I$	$\varphi = 0$
Bobine	$\bar{V} = jL\omega\bar{I}$	$V = L\omega I$	$\varphi = 90^\circ$
Condensateur	$\bar{V} = \frac{1}{jC\omega} \cdot \bar{I}$	$V = \frac{I}{C\omega}$	$\varphi = -90^\circ$

La grandeur notée $\bar{Z}$ est appelée impédance.

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

Pour la résistance :

$$\bar{Z} = R$$

Pour la bobine :

$$\bar{Z} = jL\omega$$

Pour la capacité :

$$\bar{Z} = \frac{1}{jC\omega}$$

Puissance électrique en alternatif sinusoïdal

Puissance active :

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (7)$$

Puissance réactive :

$$Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (8)$$

Puissance apparente :

$$S = V \cdot I \quad (9)$$

D'où :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (10)$$

Cette formulation fait apparaître une relation graphique qu'on appelle triangle des puissances :

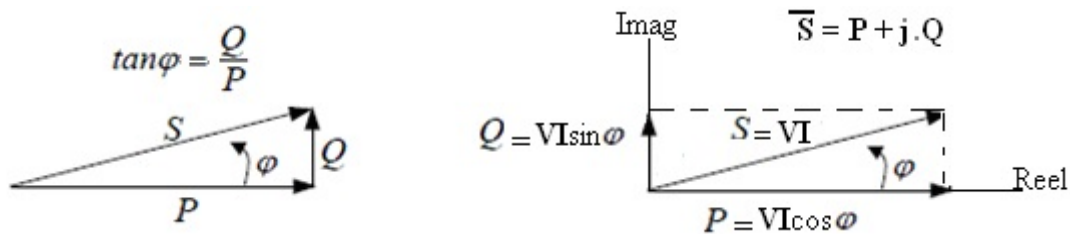


FIGURE 2 – Triangle des puissances

1) Application des puissances sur les dipôles

Le tableau suivant résume les puissances absorbées par chaque dipôle.

TABLE 2 – Les puissances absorbées par chaque dipôle

Dipôle	Puissance active	Puissance réactive	Puissance apparente
Résistance	$P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$	$Q = 0$	$S = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$
Bobine	$P = 0$	$Q = L\omega I^2 = \frac{V^2}{L\omega}$	$S = L\omega I^2 = \frac{V^2}{L\omega}$
Condensateur	$P = 0$	$Q = -C\omega V^2 = \frac{-I^2}{C\omega}$	$S = C\omega V^2 = \frac{I^2}{C\omega}$

Le facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (11)$$

2) Théorème de Boucherot

Ce théorème s'écrit : « La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive. Cependant, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente »

Ce théorème traduit le principe de la conservation de l'énergie électrique. On représente le théorème de Boucherot par le schéma qui fait apparaître n charges consommant chacune sa puissance active et sa puissance réactive :

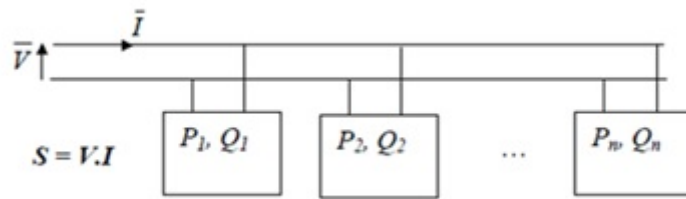


FIGURE 3 – Installation électrique monophasée avec n charges

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$$

$$P = \sum_i P_i \quad (12)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n$$

$$Q = \sum_i Q_i \quad (13)$$

On constate bien sur cette construction que les puissances actives et réactives s'ajoutent algébriquement sur les axes alors que la puissance apparente S n'est pas égale, en valeur, à la somme des hypoténuses des triangles.

En revanche, la puissance apparente complexe, représentée par le vecteur S est bien la somme vectorielle des puissances apparentes complexes des diverses charges. On peut donc écrire :

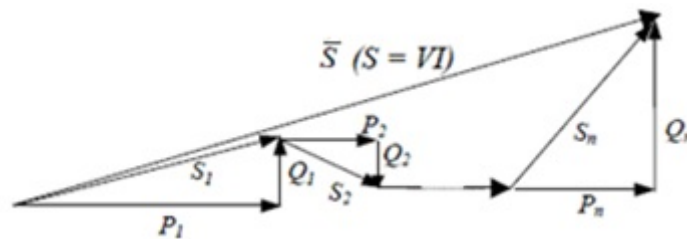


FIGURE 4 – Triangle des puissances pour n charges

$$S \neq S_1 + S_2 + \dots + S_n$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (14)$$

3) Amélioration du facteur de puissance

Détermination des capacités des condensateurs pour relever le facteur de puissance de $\cos \varphi$ à $\cos \varphi'$ (ou bien $\tan \varphi$ à $\tan \varphi'$). On a :

$$Q' = Q + Q_c$$

$$P' = P$$

(Conservation de la puissance active)

$$Q_c = -C\omega V^2$$

$$Q' = P \tan \varphi'$$

$$Q = P \tan \varphi$$

Donc :

$$C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{\omega V^2} \quad (15)$$