Chapitre 4
Les erreurs de mesure

1 Introduction

Aucune mesure n'est parfaite. Quel que soit sa mise en œuvre, la précision de l'appareil, la compétence de l'opérateur, le respect des règles de manipulation et de contrôle sévère de tous les paramètres d'influence, il restera toujours une incertitude sur la mesure. Tous les efforts accomplis dans le domaine de l'instrumentation visent à faire tendre cette incertitude vers une valeur de plus en plus faible, tout en sachant qu'il ne sera jamais possible de l'annuler. C'est pourquoi toute mesure, pour être complète, doit comporter la valeur mesurée et les limites de l'erreur possible sur la valeur donnée.

2 Classification des erreurs

2.1 Les erreurs systématiques

2.1.1 La méthode de mesure (Erreur systématique de la méthode)

La méthode de mesure choisie entraîne une perturbation sur la grandeur à mesurer (ce sont les résistances internes R_A et R_V).

2.1.2 L'opérateur (Erreur systématiques de lecture)

Lors d'une mesure, l'aiguille ou le spot lumineux s'immobilise entre deux traits de la graduation ce qui oblige l'opérateur à estimer une fraction de division de l'échelle de lecture, il en résulte une erreur inévitable.

2.1.3 L'appareil de mesure (Erreur systématique instrumentale)

La classe de précision d'un appareil de mesure dépend des imprécisions de fabrication, de calibrage et de conception. Plus la fabrication est soignée, plus l'erreur est petite. De plus l'erreur dépend du réglage de zéro électrique ou mécanique et de la courbe d'étalonnage de l'appareil.

$$\Delta X = \frac{Classe \times Calibre}{100}$$

2.2 Les erreurs accidentelles

C'est toute erreur qui n'obéit à aucune loi connue lorsqu'elle est prise sur un seul résultat. Elle obéit aux lois de la statistique lorsque le nombre de résultats devient très grand. Elles peuvent provenir de :

2.2.1 L'opérateur

Pour les multimètres analogiques avec plusieurs échelles imbriquées de façon compliquée et graduée d'une façon ambiguë sur un même cadran, l'opérateur peut se tromper sur l'échelle de lecture. Ajoutons à cela le défaut de parallaxe qui est une erreur que l'on commet lors d'une lecture « en biais » lorsque l'aiguille est toujours un peu écartée de l'échelle.

2.2.2 L'appareil

A cause des influences extérieures comme la position, la température, l'humidité de l'air, les champs parasitaires magnétiques ou électriques, l'instrument peut fausser une mesure.

Également, la position (horizontale ou verticale) d'utilisation des appareils de mesure est aussi décisive. Ces appareils doivent être utilisés conformément à la position indiquée sur le cardon.

2.2.3 Le montage

Les mauvais contacts, à savoir : serrage des pièces, état de surface, fils de connexion. . ., et le défaut d'isolement, qui peut causer un courant de fuite, sont à l'origine des erreurs.

2.3 Les erreurs aléatoires

Il existe deux origines des erreurs aléatoires :

- **Observationnelle :**
  - Lecture, ou appréciation de la dernière division sur un vernier, choix du dernier digit sur un appareil numérique.
  - Limite de résolution (largeur d'une fente de spectromètre, effet de la difractions, processus de numérisation.)
  - Limitation intrinsèque de la précision de l'appareil de mesure.
- **Environnementale :**
  - Fluctuation de la résistance des contacts électriques, variation des tensions d'alimentation d'AO. Parasites extérieurs.
  - Vibration mécanique.

Contrairement aux erreurs systématiques les erreurs aléatoires se font tantôt à l'excès tantôt en défaut, leur moyenne est nulle.

2.3.1 Approche statistique

Dans le cas d'un mesurage, comportant plusieurs mesures individuelles, l'erreur de mesure est une variable aléatoire. On peut appliquer les lois de la statistique à ce mesurage.

Considérons une série de N mesures indépendantes Xi, de la grandeur X. Plaçons nous dans le cas où seules sont présentes des erreurs aléatoires.

1. **Valeur Moyenne**

   La valeur moyenne obtenue sur les N mesures indépendantes :

   $$X_m = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{i=N} X_i$$

   Où :

   X_i est le ième résultat de la série de N mesure.

2. **Ecart type**

   La dispersion des mesures se caractérise par l'estimateur de son écart-type dit aussi écart-type expérimental :

   $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{i=N}(X - X_N)^2}$$

   La dispersion sur la moyenne par l'estimateur de son écart-type :

   $$\sigma_X = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

3 Les incertitudes de mesure

On appelle incertitude de mesure ΔX, la limite supérieure de la valeur absolue l'écart entre la valeur mesurée et la valeur exacte de la mesurande. En pratique, on ne peut qu'estimer cette incertitude. On distingue deux types d'incertitudes :

- Incertitude absolue ΔX, qui s'exprime en même unité que la grandeur mesurée
- L'incertitude relative $\frac{\Delta X}{X_m}$, qui s'exprime généralement en pourcentage (%).

Où :

X_m : mesure de X (valeur mesurée)
L'expression du résultat peut s'exprimer sous deux formes différentes :

3.1 1ère forme

La valeur adoptée est égale à la valeur mesurée suivie de l'évaluation de l'incertitude absolue :

$$X_e = X_m \pm \Delta X$$

3.2 2ème forme

La valeur adoptée est égale à la valeur mesurée suivie de l'évaluation de l'incertitude absolue :

$$X_e = X_m \pm \frac{\Delta X}{X_m}\%$$

3.3 3ème forme

$$X_m - \Delta X < X_e < X_m + \Delta X$$

4 calcul pratique de l'incertitude

4.1 Les appareils analogiques (ou à déviation)

Ce type d'appareil a pour principe de donner une déviation d'aiguille sur une échelle graduée proportionnelle à la valeur de la grandeur à mesurer. Ainsi la valeur mesurée sera donnée par la relation suivante :

$$X = \frac{C \cdot L}{E}$$

Avec :

C : le calibre utilisé [unité]

L : la lecture (nombre de graduations lues sur l'échelle)

E : l'échelle (nombre total de graduations de l'échelle)

Un appareil de mesure à déviation est caractérisé par son indice de classe de précision qui entraîne, suite à son utilisation.

Exemple

Une mesure du courant a été effectuée par un ampèremètre analogique. L'appareil possède les caractéristiques suivantes :

- Nombre totale de divisions : N=100
- Calibre : 5A

- Numéro de graduation durant laquelle s'immobilise l'aiguille est 82.

La valeur mesurée est :

$$X = \frac{5 \times 82}{100} = 4,1A$$

4.1.1 Une incertitude de classe

$$\Delta X_C = \frac{C_l \times C}{100} = \frac{Classe \times Calibre}{100}$$

De plus, l'opérateur n'étant pas parfait ; il peut commettre une erreur de lecture qui entraîne :

4.1.2 Une incertitude de lecture

Si on désigne par ΔL la fraction de graduation d'erreur commise :

$$\Delta X_L = \frac{1}{n}$$

n : la fraction de division estimé lors de la mesure.

Si la valeur mesurée est donnée en division, l'incertitude de lecture sera donnée par la relation suivante :

$$\Delta X_L = \frac{C \times L}{E}$$

4.1.3 L'incertitude totale

La méthode est aussi une source d'incertitude à évaluer (notée $\Delta X_{méthode}$).

D'où l'incertitude totale commise sur une mesure employant un appareil analogique sera la somme de l'incertitude de classe (instrumentale), de l'incertitude de lecture et de l'incertitude de méthode si elle existe :

$$\varepsilon_{Xt} = \varepsilon_{Xm} + \varepsilon_{XL} + \varepsilon_{Xi}$$

$$\Delta X_t = \Delta X_{met} + \Delta X_L + \Delta X_i$$

Avec :

ε_{Xt} : Incertitude totale

ε_{Xm} : Incertitude de méthode

ε_{XL} : Incertitude de lecture

ε_{Xi} : Incertitude instrumentale (de classe)

4.2 Les appareils numériques

Pour les appareils à affichage numérique, les constructeurs fournissent sous le nom de précision une indication qui permet de calculer l'incertitude totale sur la mesure.

La précision est généralement donnée en pourcentage de la lecture pour chaque gamme. Elle peut être exprimée sous deux formes différentes :

4.2.1 1ère forme

$$\Delta X = \pm(x\%Lecture + y\%Gamme)$$

On obtient donc :

$$\Delta X = \frac{x \cdot L}{100} + \frac{y \cdot G}{100}$$

Avec :

G : la gamme utilisée [unité]

L : la lecture (affichée directement sur l'afficheur de l'appareil)

4.2.2 2ème forme

$$\Delta X = \pm(x\% Lecture + npoints)$$

On obtient donc :

$$\Delta X = \frac{x \cdot L}{100} + \frac{n \cdot G}{N}$$

Avec :

n : le nombre de points d'erreur commise par appareil

N : le nombre total de points de l'appareil

4.3 Calcul d'incertitudes par différentielle

La grandeur mesurée s'obtient par une mesure indirecte. Supposons que des mesures ont donné deux valeurs x et y avec des incertitudes absolues Δx et Δy. Considérons la fonction f(x, y) dont on veut calculer Δf.

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \Delta y$$