1. المتوسط الحسابي: Mean

يعتبر من أهم مقاييس النزعة المركزية اليوم باعتباره يأخذ كل القيم عند حسابه فهو يعتمد في تحديد مؤشرات أو خصائص البيانات كما يستخدم عندما نريد المقارنة بين مجموعتين أو أكثر من حيث الخاصية محل القياس كأن نطبق اختبار في مادة من المواد على مجموعتين ونحدد أيّ المجموعتين أقوى فنستخرج متوسط درجات كل مجموعة ثم نقارن بينهما، ومن بين التساؤلات الممكن اعتماد المتوسط الحسابي كأسلوب إحصائي لاختبارها:

ما مستوى تحصيل الطلبة في مادة معينة؟ ما هي اتجاهات الأساتذة نحو استخدام أو تطبيق أسلوبي الخرائط الذهنية والقائم على المشاريع في التدريس مثلا؟ ما معدل أداء العمل في مؤسسة ما؟

- **الوسط الحسابي للبيانات الغير مبوبة:**

ويحسب من خلال جمع كل قيم المشاهدات أو القياسات للعينة المأخوذة من المجتمع لقياس ظاهرة ما وقسمتها على عدد أفراد هذه العينة. لذلك فإن الوسط الحسابي يحسب وفقا لما يلي: $\bar{x} = \frac{\varepsilon x_i}{n}$

الوسط الحسابي هو تقدير غير متحيز لمعدل مشاهدات المجتمع الذي اختيرت منه العينة.

مثال: لنفرض أنه لدينا البيانات التالية التي تمثل الدخل الشهري للعمال في مؤسسة ما بالدينار

المطلوب: حساب معدل أو متوسط الدخل الشهري للعمال في هذه المؤسسة .

45000	50000	22000	12000	30000

$$\bar{x} = \frac{30000 + 12000 + 22000 + 50000 + 45000}{5}$$

$$\bar{x} = \frac{159000}{5} = 31800$$

وهذا يعني أن متوسط الدخل الشهري للعمال يقدر ب 31800دج

- **الوسط الحسابي للبيانات المبوبة:**

بيانات تكرارية: $\overline{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon x_i fi}}{\boldsymbol{\varepsilon fi}}$

مثال: أوجد متوسط أداء العمال في مصنع للنسيج يوميا (تؤخذ بعدد مرات تصنيع المادة) وكانت النتائج كالتالي:

$x_i fi$	fi (التكرار)	X_I (القيم)

7	3	21
10	2	20
5	6	30
3	8	24
المجموع	19	95

$$\bar{x} = \frac{95}{19} = 5$$

متوسط أداء العمال في مصنع النسيج يقدر ب 05 أغطية في اليوم.

بيانات مبوبة على شكل فئات: يتم إيجاد الوسط الحسابي من خلال حساب مراكز الفئات ومن ثم ضرب مركز الفئة في التكرار المناضر له ($\mathbf{C_i f_i}$) وقسمتها على مجموع التكرارات باعتماد المعادلة التالية: $\bar{x} = \frac{\varepsilon c_i f i}{\varepsilon f i}$

يتم حساب مركز الفئة وفقا لما يلي: $\frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$

مثال: الجدول التالي يبين كميات الإنتاج بالقطعة ل 50 عامل والمطلوب إيجاد متوسط إنتاجية القطع يوميا.

الفئات	f_i	c_i	$c_i f_i$
10-5	20	7,5	150
15-10	12	12,5	150
20-15	10	17,5	175
25-20	05	22,5	112,5
30-25	03	27,5	82,5
المجموع	50		670

$\bar{x} = \frac{670}{50} = 13{,}4$ بالتقريب 14 قطعة يوميا

من خصائصه أن الوسط الحسابي للمقدار الثابت يساوي الثابت نفسه أي أنه إذا كانت قيم X كلما متماثلة فإن قيمة الوسط الحسابي تبقى ثابتة، بالإضافة إلى أنّ مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفر.

2. الوسيط Median

هو أحد مقاييس النزعة المركزية والذي يأخذ في الاعتبار رتب القيم ويعرف بأنه القيمة التي يقل عنها نصف عدد القيم ويزيد عنها النصف الآخر أي أن 50% من القيم أعلى منه و50% أقل منه بعد ترتيبهم إما ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ولذلك هو يعتبر من مقاييس الموضع ويحسب بالطرق التالية:

- **الوسيط للبيانات الغير مبوبة:**

إذا كان عدد القيم فردي فإن قيمة الوسيط بعد الترتيب هي $\frac{n+1}{2}$

مثال: أوجد الوسيط للبيانات التالية:

53	55	62	63	65	68	70	79	80
1	2	3	4	5	6	7	8	9

$$me = \frac{n+1}{2} = \frac{9+1}{2} = 5$$

ومنه تسلسل القيمة 5 تقابلها الدرجة 65

إذا كان عدد القيم زوجي فإن قيمة الوسيط بعد الترتيب هي $\frac{n}{2}$ و$\frac{n}{2}+1$ ومن ثم فإن الوسيط هو القيمة رقم $\frac{\left(\frac{n}{2}\right)و\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}$

مثال: أوجد وسيط الإنتاج للبيانات التالية:

1,5	1,8	2	2,5	3	3,5	4	4,25	5,5	6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

$$n = 10$$

$$\frac{10}{2} = 5 \quad / \quad \frac{10}{2} + 1 = 6$$

وبتطبيق المعادلة فإن القيمتان 5و6 تحددان القيمتان 3و3,5 ومنه فإن قيمة الوسيط هي القيمة المعدلة بينهما

$$m_e = \frac{3+3,5}{2} = 3,25$$

- **الوسيط للبيانات المبوبة:**

عند التعامل مع بيانات مجمعة في شكل فئات، يتم حساب الوسيط وفقا للمعادلة التالية:

$$m_e = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - F}{f} \right) \times c$$

حيث أنّ:

L :الحد الأدنى للفئة الوسيطية

N :مجموع التكرارات

F :التكرار التراكمي للفئة التي تسبق الفئة الوسيطية مباشرة

F :تكرار الفئة الوسيطية

C :طول الفئة (الفرق بين الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة)

مثال:

الفئات	التكرار (f)	التكرار التراكمي
20-10	4	4
30-20	6	10
40-30	10	20
50-40	8	28
60-50	5	33
المجموع	33	

ملاحظة: يتم حساب التكرار التراكمي بترك القيمة الأولى للتكرار كما هي (4) بعدها نضيف لها القيمة أو التكرار الذي يأتي بعده مباشرة (4+6) وهكذا بحيث أن القيمة الأخيرة للتكرار التراكمي تعبر عن مجموع التكرارات.

نحسب الوسيط: $\frac{N}{2} = \frac{33}{2} = 16,5$

تحديد الفئة الوسيطية: نجد أن أول تكرار تراكمي أكبر من 16,5 هو 20 وهذا يعني أن الفئة الوسيطية هي من 40-30

Lالحد الأدنى للفئة الوسيطية = 30

F التكرار التراكمي للفئة السابقة = 10

Fتكرار الفئة الوسيطية = 10

C طول الفئة =10

وبتطبيق القانون فإن قيمة الوسيط هي: $m_e = 30 + \left(\frac{16,5-10}{10}\right) \times 10$

$$m_e = 36,5$$

3. المنوال Mod

هو القيمة الأكثر تكرارا بين المشاهدات ويستخدم لمعرفة النمط الشائع مثال ماهي المهنة الأكثر اختيارا من طرف الطلبة؟

- **المنوال للبيانات الغير مبوبة:** هو القيمة الأكثر تكرارا في المجموعة.

مثال: أوجد المنوال للبيانات التالية:

67,58,70,65,77,75,77,77,80 = المنوال هو القيمة 77 (تكرر 3 مرات).

90,95,85,75,93,65,55,88 = لا يوجد منوال (القيم ليس لها تكرار).

80,65,86,75,88,69,65,80= يوجد منوالان (المنوال الأول هو القيمة 65 والمنوال الثاني هو القيمة 80).

- **المنوال للبيانات المبوبة:** يحسب من خلال طريقة الفروق لبيرسون بتطبيق القانون التالي:

$$Mod = A + \frac{d}{d_1 + d_2} \times L$$

حيث أنّ:

A: الحد الأدنى لفئة المنوال (الفئة المناضرة لأكبر تكرار)

d_1: الفرق الأول (تكرار الفئة المنوالية –تكرار الفئة التي تسبق الفئة المنوالية)

d_2: الفرق الثاني (تكرار الفئة المنوالية –تكرار الفئة التي تلحق الفئة المنوالية)

L: طول الفئة المنوالية (الحد الأعلى- الحد الأدنى للفئة المنوالية)

مثال: فيما يلي توزيع 30 عامل حسب الإنتاج اليومي له

فئات الانتاج	عدد العمال
5-2	4
8-5	7
11-8	10
14-11	5
17-14	4
	30

الفئة المنوالية هي الفئة المناضرة لأكبر تكرار (11-8)

حساب الفرق d: $d_1 = 10-7=3$

$d_2 = 10-5=5$

الحد الأدنى للفئة المنوالية = 8

طول الفئة L= 3

$$Mod = 8 + \frac{3}{3+5} \times 3 = 9{,}12$$

المحاضرة 04: مقاييس التشتت

إن الاعتماد على مقاييس النزعة المركزية لا يمكن أن يمد الباحث بمعلومات واضحة ومتكاملة علن البيانات المعتمدة في قياس الظاهرة خاصة ما يتعلق بتحديد مقدار تجانس مفردات المجموعة مقارنة بمجموعة أخرى من البيانات لنفس الظاهرة، وذلك بتحديد مدى قربها أو بعدها عن المتوسط، فإذا كانت الدرجة كبيرة كان التباعد بين قيم المجموعة واسعا (بيانات مشتتة وغير متجانسة) أما إذا كانت الدرجة صغيرة فإن القيم متقاربة وقريبة من المركز (البيانات مركزة حول المتوسط الحسابي)، وعليه فإن مقاييس التشتت تستخدم لقياس مدى تجانس البيانات أو انتشارها حول مقياس النزعة المركزية ومنها المدى، الانحراف المعياري، التباين، الالتواء والتفلطح.

1. المدى : Rang

وهو أبسط مقاييس التشتت ويحسب في حالة **البيانات الغير مبوبة** بتطبيق القانون التالي:

المدى= أكبر قيمة- أصغر قيمة

في حالة البيانات المبوبة: المدى = مركز الفئة الأخيرة -مركز الفئة الأولى.

مثال: الجدول التكراري التالي يبين توزيع 60 مؤسسة حسب الإنتاج الصناعي لمنتج ما، أحسب المدى؟

الإنتاج	20-15	25-20	30-25	35-30	40-35	45-40

عدد المؤسسات	3	9	15	18	12	3

المدى = مركز الفئة الأخيرة (04-45) -مركز الفئة الأولى (15-20).

مركز الفئة الأخيرة =$\frac{40+45}{2} = 42,5$ مركز الفئة الأولى= $\frac{15+20}{2} = 17,5$

$$\text{Rang}= 42,5 - 17,5 = 25$$

من عيوبه أنه يعتمد على قيمتين فقط ولا يأخذ جميع القيم في الحسبان كما أنه يتأثر بالقيم الشاذة.

2. **التباين:** تم الإشارة إليه في المحاضرة الثانية.
3. **الانحراف المعياري:** $\sqrt{s^2}$ وهو الجذر التربيعي للتباين (بحيث أنه كلما اقترب من الصفر كان هناك تجانس ويكون هناك تشتت إذا فاق المتوسط الحسابي أو كلما ابتعد عن المتوسط ويجب الإشارة إلى أن من خصائص الانحراف المعياري أنه يأخذ كل القيم في الاعتبار كما أنه يتأثر بالقيم الشاذة).