المحاضرة 05: أساليب اختبار الفرضيات الارتباطية

من المعلوم بأن البحث العلمي لا يتوقف عند مجرد الوصف والتصنيف (بيان القيمة التي يتجمع عندها متغير أو توضيح درجة انتشار هذه القيم والمقارنة بين المجموعات ووصفها وتلخيص بياناتها، بل يتعدى ذلك إلى بيان نوع العلاقة بين الظواهر ومختلف المتغيرات ووصفها وصفا علميا دقيقا من حيث الوصول إلى معامل رقمي يصف هذه العلاقة ويحدد قوتها.

وعليه يعتبر الارتباط من الأساليب الإحصائية المعتمدة في اختبار الفرضيات التي تدرس العلاقة بين متغيرين أو أكثر، مثال ذلك دراسة العلاقة بين الأداء الوظيفي وأساليب تسيير المؤسسة فإيّ زيادة أو نقصان في الأداء الوظيفي العمال سيرجع لنوعية الأساليب المتبعة من طرف المؤسسة في التسيير، ومن بين معاملات الارتباط نجد:

1. معامل الارتباط الخطي البسيط: Simple Linear Correlation Coefficient

يطلق عليه بمعامل ارتباط بيرسون Pearson ويستخدم لدراسة العلاقة بين متغيرين لهما خصائص قابلة للقياس، ويندرجان ضمن مستوى القياس الفتري ويرمز له في العينة ب r_{xy} وفي المجتمع ب p_{xy}، ويحسب معامل الارتباط في العينة كتقدير لمعامل الارتباط في المجتمع، بحيث نجده يهتم بتحديد أو إيجاد نوع وقوة العلاقة بين متغيرين أو أكثر بحيث أنّ:

- **نوع العلاقة:** تأخذ ثلاث أنواع.

إذا كانت قيمة معامل الارتباط سالبة $r < 0$ توجد علاقة عكسية بين المتغيرين (زيادة أحد المتغيرين يصاحبه انخفاض المتغير الثاني والعكس).

إذا كانت قيمة معامل الارتباط موجبة $r > 0$ توجد علاقة طردية بين المتغيرين (زيادة أحد المتغيرين يصاحبه زيادة في المتغير الثاني).

إذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوي الصفر $r = 0$ دل ذلك على انعدام العلاقة بين المتغيرين.

- **قوة العلاقة:** ويمكن الحكم على قوة العلاقة من حيث درجة قربها أو بعدها عن (± 1)حيث أن قيمة معامل الارتباط تقع بين $(-1 \text{ و} +1)$، بحيث يمكن تمثيلها في شكل التالي:

ولإيجاد قيمة معامل ارتباط بيرسون نطبق القانون التالي:

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)(n\sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

حيث :

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$: مجموع حاصل ضرب x في y

$\sum x$: مجموع قيم المتغير x

$\sum y$: مجموع قيم المتغير y

$\sum x^2$: مجموع مربعات قيم المتغير x

$\sum y^2$: مجموع مربعات قيم المتغير y

مثال: لنفترض أننا نريد دراسة العلاقة بين نظام الحوافز والأداء الوظيفي للعمال في مؤسسة ما بحيث تم الحصول على البيانات التالية:

الحوافز	20	13	8	23	14	23	15	9	17	14
الأداء	15	8	5	17	7	17	9	5	12	13	8

X	**Y**	**XY**	**X^2**	**Y^2**
20	15	300	400	225
13	8	104	169	64
8	5	40	64	25
23	17	391	529	289
14	7	98	196	49
15	9	135	225	81

9	5	45	81	25
17	12	204	289	144
23	13	299	529	169
14	8	112	196	64
ε =156	**99**	**1728**	**2678**	**1135**

$$r = \frac{10\,(1728) - (156)(99)}{\sqrt{(10(2678) - (156)^2(10(1135) - (99)^2}}$$

$$r = \frac{1836}{\sqrt{(2444)(1549)}} = \frac{1836}{\sqrt{3785758}} = \frac{1836}{1945.70}$$

r= 0.94

لاتخاذ القرار الإحصائي نقارن بين القيمة المحسوبة والقيمة الجدولية لمعامل ارتباط بيرسون عند مستوى دلالة إحصائية أقل من 0,05 عند درجة الحرية (n-1)نجد أنّ 8 =1- **n=10** وبالاعتماد على جدول القيم الحرجة لمعامل ارتباط بيرسون نجد بأن القيمة الجدولية لمعامل ارتباط بيرسون = 0,63 وهي أقل من القيمة المحسوبة وعليه نرفض الفرض الصفري ونقبل الفرض البديل والذي يشير إلى وجود علاقة طردية قوية وهذا يدل على أنّ نظام الحوافز يساهم في الرفع من الأداء الوظيفي للعمال.

المحاضرة 06: معامل ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman

يستخدم معامل ارتباط الرتب لسبيرمان إذا كانت البيانات تندرج ضمن النوع الوصفي وذات القياس الترتيبي (بيانات وصفية ترتيبية) وذلك من خلال تحديد رتب الصفات المراد دراستها مثل تقديرات الطلبة (A^+, A ,C,B,B^+) مستوى الأداء, مستوى الدخل, ويتم حسابه وفق الصيغة التالية: $r_{xy} = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$

حيث تمثل: d: الفرق بين رتب المتغيرين.

وفي حال تساوي العلامتين أو القيمتين نقوم بجمعهما بعد ترتيب القيم ونقسم على عددهم وبالتالي ستأخذ كل قيمة منهما نفس الرتبة (مثلا ممتاز تكررت مرتين وبعد ترتيبهما ستأخذان القيمة 1و2 فلتحديد رتبتهما نقوم بجمع 1+2 مقسومة على 2 وتصبح رتبتهما 1,5).

مثال: فيما يلي تقديرات 10 عمال تم اختبار كفاءاتهم لمدة شهرين لغرض تنصيبهم في فرع البيع والتسويق حسب قدرتهم على بيع المنتج وكانت نتائجهم في الشهر الأول والشهر الثاني كالتالي:

الأفراد	الشهر الأول	الشهر الثاني	رتبx	رتبy	d	d^2
1	B	C+	7	7	0	0
2	A	B	3	5	-2	4
3	B	C	7	8.5	-1.5	2.25
4	d	B	10	5	5	25
5	A	A+	3	1	2	4
6	B	C	7	8.5	-1.5	2.25
7	C	d	9	10	-1	1
8	A	A	3	2	-1	1
9	A+	B+	1	3	-2	4
10	B+	B	5	5	0	0
المجموع						43.5

$$r = 1 - \frac{6 \times 43,5}{10(10^2 - 1)} = 1 - \frac{261}{990} = 1 - 0,26$$

$$r = 0.74$$

لاتخاذ القرار الاحصائي حول وجود علاقة بين تقديرات العمال خلال شهرين من البيع نقارن بين القيمة المحسوبة والقيمة الجدولية بالرجوع إلى الجدول الاحصائي الخاص بمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان أو جدول القيم الحرجة لمعامل ارتباط الرتب لسبيرمان عند مستوى دلالة إحصائية 0,05 مع الإشارة إلى أنه في هذا المعامل لانعتمد على درجة الحرية وإنما على عدد أفراد العينة (درجة الحرية هي نفسها عدد أفراد العينة) وعليه نجد بأن قيمتها الجدولية

تساوي 0,648 وهي أقل من القيمة المحسوبة ومنه نقبل الفرض البديل بوجود علاقة ارتباطية طردية قوية بين تقديرات العمال خلال شهرين من البيع.

المحاضرة 07: معامل الارتباط فاي

يعتبر أحد الأساليب الإحصائية المعتمدة في إيجاد الارتباط الذي يقترن بوجود جدول مزدوج لمتغيرين من النوع الوصفي وغير قابلة للترتيب التصاعدي أو التنازلي كمتغير الجنس (ذكر، أنثى) او الرضا (راض، غير راض) وعليه فغن الجدول يكوّن من خانتين 2×2 تمثلان نواتج المتغيرين وفقا للشكل التالي:

	X_1	X2	Σ
Y_1	a	b	**a+b**
Y_2	c	d	**c+d**
Σ	a+c	b+d	**a+c+b+d**

ويتم حسابه بتطبيق القانون التالي:

$$rf = \frac{bc - a\,d}{\sqrt{(a+c)(b+d)(c+d)(a+b)}}$$

مثال: قمنا بدراسة على 25 موظف لتحديد العلاقة بين الجنس والرضا عن العمل (راض، غير راض) كما هو موضح في الجدول:

	ذكر	أنثى	Σ
راض	2	10	12
غير راض	5	8	13
Σ	7	18	25

$$r^f = \frac{(10 \times 5) - (2 \times 8)}{\sqrt{(7)(18)(13)(12)}}$$

$$= \frac{50-16}{\sqrt{19656}} = \frac{34}{140,199}$$

$$rf = 0,24$$

الطريقة الثانية لحساب معامل فاي:

وتحسب بناء على قيمة كا^2 بتطبيق المعادلة التالية: $rf = \sqrt{\frac{x^2}{n}}$

n : العدد الكلي للمشاهدات

ولحساب قيمة فاي نقوم أولا بحساب قيمة كا^2 وفق الصيغة التالية: $x^2 = \sum \left(\frac{fo-fe}{fe}\right)^2$

حيث أن: fo: التكرار المشاهد أو الملاحظ في كل خانة

: f_e التكرار المتوقع في كل خانة

وبتطبيق المثال السابق نقوم برسم نفس الجدول كالتالي:

	ذكر	أنثى	Σ
راض	2	10	12
غير راض	5	8	13
Σ	7	18	25

حساب التكرار المتوقع fe:

$$fe_1 = \frac{12 \times 7}{25} = 3{,}36$$

$$fe_2 = \frac{12 \times 18}{25} = 8{,}64$$

$$fe_3 = \frac{13 \times 7}{25} = 3{,}64$$

$$fe_4 = \frac{13 \times 18}{25} = 9{,}36$$

نرسم الجدول:

	ذكر	أنثى	Σ
راض	3,36	8,64	12
غير راض	3,64	9,36	13
Σ	7	18	25

حساب قيمة كا2: $x^2 = \sum \left(\frac{fo-fe}{fe}\right)^2$

$$\frac{(2-3,36)^2}{3,36} + \frac{(10-8,64)^2}{8,64} + \frac{(5-3,64)^2}{3,64} + \frac{(8-9,36)^2}{9,36}$$

$$\frac{1,84}{3,36} + \frac{1,84}{8,64} + \frac{1,84}{3,64} + \frac{1,84}{9,36} = 0,54 + 0,21 + 0,50 + 0,20$$

$$x^2 = 1,45$$

نوجد قيمة فاي: $rf = \sqrt{\frac{x^2}{n}}$

$$\sqrt{\frac{1,45}{25}} = \sqrt{0,058} =$$

$$rf = 0,24$$

ولاتخاذ القرار الإحصائي حول وجود علاقة بين الجنس والرضا نقارن بين قيمة كا ^{2} المحسوبة بقيمة كا^2 الجدولية عند مستوى دلالة إحصائية $0,05$ ودرجة حرية تساوي (عدد الصفوف-1)(عدد الأعمدة-1) وقيمتها تساوي 1 وبالرجوع إلى جدول القيم الحرجة لكا^2 نجد بأن القيمة الجدولية لها تساوي $3,84$ وهي أكبر من المحسوبة وعليه نرفض الفرض البديل ونقبل الفرض الصفري بعدم وجود علاقة دالة إحصائيا بين الجنس والرضا عن العمل.