Exercices gestion de production

Exercice 1

Une entreprise a établi ses prévisions de consommation d'une matière première stratégique dont les approvisionnements sont parfois sujets à des aléas. En conséquence, le stock minimum est fixé à 2 mois de consommation moyenne.

Mois	Consommations (Tonnes)
1	630
2	654
3	568
4	698
5	645
6	732
7	845
8	50
9	658
10	768
11	745
12	850
Total	**7843 (C)**

Compte tenu du caractère stratégique de la matière première, l'entreprise a fixé des paramètres qui privilégient la sécurité sur la rentabilité.

Les différents paramètres afférents aux approvisionnements sont les suivants :

- Le coût d'achat d'une tonne est 7200 Dh (p)
- Le coût fixe d'une commande est de 45000 Dh (f-)
- Le coût de stockage représente 15% de la valeur du stock (t)
- Le stock initial est de 2545 tonnes.
- Le délai d'approvisionnement est de 3 semaines.
- Le stock de sécurité est fixé à 2 mois au minimum. A la fin de l'année, il doit représenter au moins 2500 tonnes.
- Les commandes sont passées en début du mois par cent tonnes et les commandes arrivent à la fin du mois.

TAF : - Déterminer la quantité économique.

Solution :

L'application directe de la formule de Wilson donne la cadence optimale d'approvisionnement.

- Quantité optimale commandée :
$Q^* = ((2.C.f)/(p.t))^{1/2}$

Cadence d'approvisionnement optimale : $N^* = C/Q^*$
Soit :
$N^* = (C.(p.t)^{1/2})/(2.C.f)^{1/2} = ((C.p.t)/(2.f))^{1/2}$

$N^* = ((7843.7200.0,15)/(2.45000))^{1/2}$ = **94,12**

La Quantité économique est de 7843/94,12 = **808,45**. Soit 8 commandes de 100 tonnes.
Le plan annuel d'approvisionnement est donc le suivant :

Mois	Consommation	Stock de sécurité	Stock final	Entrée	Stock finale ajustée
12			2545		
1	630	1307	1915		1915
2	654	1307	1261	800	2061
3	568	1307	1493		1493
4	698	1307	795	800	1595
5	645	1307	950	800	1750
6	732	1307	1018	800	1818
7	845	1307	973	800	1773
8	50	1307	1723		1723
9	658	1307	1065	800	1865
10	768	1307	1097	800	1897
11	745	1307	1152	800	1952
12	850	1307	1102	1600	2702

Le stock final ajusté ne doit jamais être inférieur au stock de sécurité.
Par ailleurs, les commandes sont effectuées sur la base de la quantité économique optimale. Ce mode de gestion de stock combine l'optimisation des flux avec les préoccupations de sécurité d'approvisionnement.

Exercice 2:

Soit à établir le programme des approvisionnements de la matière W. Les caractéristiques de cette matière sont les suivantes :

Stock au 1er janvier: 240 unités,

Délai d'approvisionnement : 2 mois,

Stock de sécurité : 1 mois,

Consommation annuelle : C = 2 000 unités à 16 Dh (p) l'unité,

Coût de passation d'une commande : F = 60 Dh,

Coût unitaire d'entretien du stock (t) (coût de possession) : 6%.

Prévision des consommations mensuelles (en quantités)

Janvier	240	**Mai**	80	**Septembre**	160
Février	60	**Juin**	100	**Octobre**	200
Mars	100	**Juillet**	160	**Novembre**	300
Avril	100	**Août**	200	**Décembre**	300

En valeur, la consommation annuelle prévue s'élève à :

C = 2 000 x 16 = 32 000 F

On en déduit que la cadence optimale d'approvisionnement est de :

$$N = \sqrt{\frac{Ct}{2F}} = \sqrt{\frac{32\,000 \times 0{,}06}{2 \times 60}} = 4$$

Et qu'avec un réapprovisionnement par quantités constantes, il convient de commander, à chaque fois, un lot de :

$$Q = \frac{K}{N} = \frac{2\,000}{4} = 500 \text{ unités.}$$

<u>Selon la méthode de Wilson :</u>

$$Q^* = \sqrt{\frac{2*2000*60}{16*6\%}} = 500 \text{ unités} ; \quad N^* = 2000/500 = 4$$

<u>La méthode comptable donne les résultats suivants :</u>

Période	Sortie de stock (consommations)	Stock en fin de mois avec rupture éventuelle	Entrées en stock (livraisons)	Stock rectifié en fonction des entrées	Commandes	
					Dates	Quantités
D		240				
J	240	0	500	500	Début novembre	500
F	60	440				
M	100	340				
A	100	240				
M	80	160				
J	100	60	500	560	Début avril	500
J	160	-100		400		
A	200	200				
S	160	40	500	540	Début juillet	500
O	200	-160		340		
N	300	40	500	540	Début septembre	500
D	300	-260		240		

Sur cette fiche, il apparaît qu'en l'absence de livraison, le stock de départ 240 s'annule fin janvier. Pour respecter la marge de sécurité, il est nécessaire d'obtenir une livraison début janvier et de passer commande début novembre.
Fin juillet, la rupture apparaît avec un solde négatif. Elle aura donc lieu dans la première moitié de juillet, aussi pour respecter les contraintes de l'énoncé, il faut être livré début juin et commander début avril, etc.

Il en résulte (en quantités) :

	Déc.	**Janv.**	**Fév.**	**Mars**	**Avril**	**Mai**	**Juin**	**Période considérée**
Commandes					500			Début du mois
Livraisons		500					500	Début du mois
Sorties		240	60	100	100	80	100	Durée du mois
Stocks	240	500	440	340	240	160	560	Fin de mois
	Juil.	**Août**	**Sept.**	**Oct.**	**Nov.**	**Déc.**	**Période considérée**	
Commandes	500		500				Début du mois	
Livraisons			500		500		Début du mois	
Sorties	160	200	160	200	300	300	Durée du mois	
Stocks	400	200	540	340	540	240	Fin de mois	

Exercice 3:

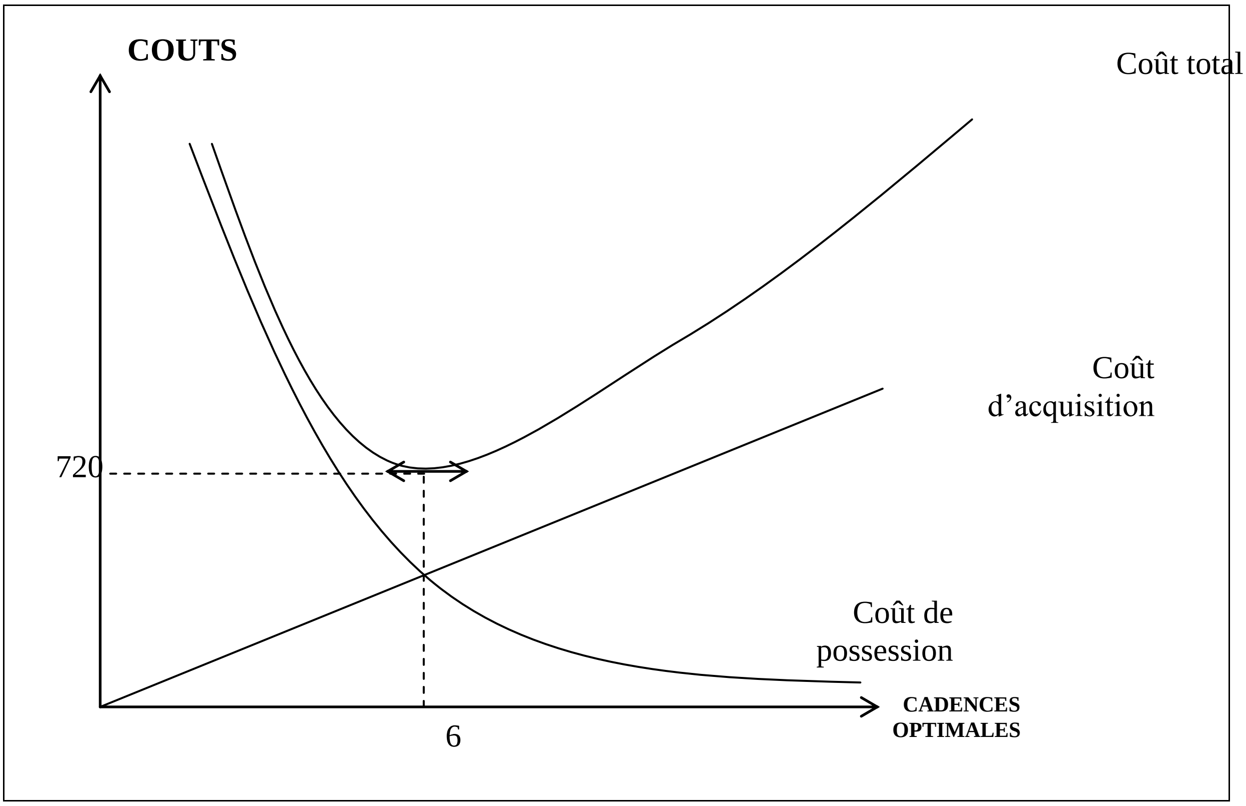
Soit pour une matière M une consommation annuelle de valeur de 48 000 dh. Le cout d'acquisition de 60 dh par commande et le taux de possession de 9%.

$$N = \sqrt{\frac{Ct}{200Ca}} >>> N = \sqrt{\frac{48\ 000.9}{200.60}} = 6$$

Dans ce cas, soit 6 commandes par an ou une commande tous les deux mois pour cette matière

Cadence	Cout total d'acquisition NCa	Cout de possession Ct/200N	Total
1	60	2160	2220
2	120	1080	1200
3	180	720	900
4	240	540	780
5	300	432	732

6	**360**	**360**	**720**
7	**420**	**308.57**	**728.57**
8	**480**	**270**	**750**
9	**540**	**240**	**780**
10	**600**	**216**	**816**



Le tableau et le graphique nous indiquent un cout minimal pour N=6
Il apparait que sur le tableau et le graphique que le cout total est minimal lorsque : le cout de possession=le cout d'acquisition.
Ce principe permet de calculer la cadence optimale sans recourir à la formule Wilson.

Exercice 4 :

Pour une matière M les prévisions de consommation en quantités pour l'année à venir s'établissent ainsi par mois.

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
200	150	250	250	200	200	150	50	200	250	250	250

En outre nous disposons des informations suivantes :
- Stock au premier janvier : 350 unités.
- Prix de l'unité : 20 dhs.
- Cout d'acquisition : 60 DHS par commande.
- Taux de possession : 9%.
- Délai d'approvisionnement : 2 mois.
- Marge de sécurité : 1 mois.

Consommation annuelle = 2400 x 20 DH = 48 000 DH.
Cadence optimale selon la formule de Wilson est égale à 6

$$N = \sqrt{\frac{48\,000\ .\ 9}{200.60}}$$

On peut faire correspondre à cette cadence :
- soit des lots économiques en quantités constantes de 2400/6 = 400
  ou de valeur de 400 x 20 = 8 000.
- soit des périodes régulières de réapprovisionnement 12/6 = 2 mois.

Par quantités constantes :
Soit des livraisons de 400 unités a des dates à déterminer.
Dans cette méthode, la recherche des éléments de budget est faite à l'aide d'un tableau qui peut être ainsi présenté :

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
SI	350	150	400	550	300	500	300	150	500	300	450	600
C	200	150	250	250	200	200	150	50	200	250	250	250
SF	**150**	**0**	**150**	300	100	300	150	100	300	50	200	350
L	0	400	400	0	400	0	0	400	0	400	400	0
SFR	150	400	550	300	500	300	150	500	300	450	600	350

C les sorties c'est-a-dire les consommations
L les entrées c'est adire les livraisons
SFR stock final rectifié
- En janvier le stock final 150 est suffisant pour couvrir la consommation de Février 150. Aucune livraison n'est donc programmée.
- En Février le SF est nul 0, ainsi il est impossible de couvrir la consommation de Mars 250, d'où une livraison de 400 est donc programmée.
- En Mars le SF de 150 est insuffisant pour couvrir la consommation d'Avril 250, d'où une livraison de 400 est donc programmée.

LA DETERMINATION DES DATES DE COMMANDES ET DE LIVRAISONS :

DATES	
Commandes	**Livraisons**
01 / 12	**01 / 02**
18 / 01	**18 / 03**
15 / 03	**15 / 05**
15 / 06	**15 / 08**
06 / 08	**06 / 10**
24 / 09	**24 / 11**

Explication:
Détermination de la date de la 1ère livraison :
Le stock est totalement épuisé au début Mars (01-03) c'est pourquoi une livraison doit être faite le début Février c'est-à-dire le 01/02 afin de tenir compte du stock de sécurité d'un mois.
Détermination de la date de la 2éme livraison :
La quantité en stock début avril avec rupture éventuelle est égale à 150
La consommation par jour en avril est de 250/30=8, 33.

Le stock sera totalement épuisé le 150/8,33 c'est à dire le 18 / 04
La livraison doit avoir lieu 1 mois avant c'est-à-dire le 18/03 afin de tenir compte du stock de sécurité d'un mois.
Etant donné que le délai d'approvisionnement de 2 mois, ceci implique que les commandes doivent être faite de 2 mois avant les livraisons.
A partir du 1er tableau nous pouvons établir :

	D	**J**	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**
Commandes	**400**	**400**		**400**			**400**		**400**	**400**			
Livraisons			**400**	**400**		**400**			**400**		**400**	**400**	
Consommations		**200**	**150**	**250**	**250**	**200**	**200**	**150**	**50**	**200**	**250**	**250**	**250**
Stocks	**350**	**150**	**400**	**550**	**300**	**500**	**300**	**150**	**500**	**300**	**450**	**600**	**350**

<u>PERIODES CONSTANTES</u>

N=6, le réapprovisionnement se fera tous les 2 mois

Le stock initial étant de 350 et compte tenu des consommations des premiers mois, il y a risque de rupture fin Février.
Il est donc nécessaire pour respecter la marge de sécurité de prévoir une livraison début Février, puis de 2 mois en 2mois : début avril, début juin, début aout, début octobre, début décembre.
Il reste à déterminer les quantités à commander, ils doivent couvrir les consommations des deux mois suivant la date ou il y a risque de rupture de stock

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
SI	(350)	150	500	250	400	200	200	50	450	250	500	250
C	200	150	250	250	200	200	150	50	200	250	250	250
SF	150	(0)	250	0	200	0	50	0	250	0	250	350
L	0	500	0	400	0	200	0	450	0	500	0	X
SFR	150	500	250	400	200	200	50	450	250	500	250	Y

Le SF de Décembre (350) permet de couvrir la consommation de Janvier et de Février (350), c'est pourquoi aucune livraison n'est programmée.
Le SF de Février est nul (0), ainsi il est impossible de couvrir la consommation des deux prochains mois, soit Mars et Avril (500), d'où une livraison de 500 est programmée.

LA DETERMINATION DES DATES DE COMMANDES ET DE LIVRAISONS :

DATES	
Commandes	**Livraisons**
01 / 12	**01 / 02**
01 / 02	**01 / 04**
01 / 04	**01 / 06**
01 / 06	**01 / 08**
01 / 08	**01 / 10**
01 / 10	**01 / 12**

A partir de ce tableau nous pouvons établir :

	D	**J**	**F**	**M**	**A**	**M**	**J**	**J**	**A**	**S**	**O**	**N**	**D**
Commandes	**500**		**400**		**200**		**450**		**500**		**X**		
Livraisons			**500**		**400**		**200**		**450**		**500**		**X**

Consommations		**200**	**150**	**250**	**250**	**200**	**200**	**150**	**50**	**200**	**250**	**250**	**250**
Stocks	**350**	**150**	**500**	**250**	**400**	**200**	**200**	**50**	**450**	**250**	**500**	**250**	**Y**

X : Somme des consommations de Janvier et Février de l'année suivante, non encore prévue ;
Y : Le stock final de Décembre

Exercice 5 :

Une société fabrique trois produits appelés X, Y, Z dans trois ateliers appelés U, M, F.
1- les conditions de fabrication exprimées en unités d'œuvre sont résumées ci-dessous:

	U	M	F
X	**5**	**8**	**10**
Y	**6**	**8**	**8**
Z	**4**	**6**	**5**
Capacités mensuelles	**6 700**	**10 000**	**10 800**

2- les conditions commerciales du marché peuvent absorber mensuellement au maximum:
500 X au prix de vente de 320 DH
400 Y au prix de vente de 350 DH
600 Z au prix de vente de 250 DH
Les coûts variables unitaires de production sont respectivement de 255 Dh, 280 Dh et 200 Dh.

<u>TAF</u>: déterminez le programme de production qui permettra de maximiser le résultat aux conditions ci-dessus (la méthode du simplexe).

<u>Solution</u>

U = 5x + 6y + 7z =< 6 700
M = 8x + 8y + 6z =< 10 000
F = 10x + 8y + 5z =< 10 800

On sait que Max. Z = M/CV= prix de vente – coût
Donc max Z = 65x + 70y + 50z

On pose ces données sur le tableau suivant :

	X	**Y**	**Z**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**Contraintes**
U x_1	5	**6**	4	1	0	0	6 700
M x_2	8	**8**	6	0	1	0	10 000
F x_3	10	**8**	5	0	0	1	10 800
Max Z	65	**70**	50	0	0	0	-

Pivot

	X	Y	Z	x_1	x_2	x_3	Contraintes
y	**5/6**	1	2/3	1/6	0	0	1117
x_2	**4/3**	0	2/3	- 4/3	1	0	1067
x_3	**10/3**	0	-1/3	-4/3	0	1	8934
Max Z	**20/3**	0	10/3	-35/3	0	0	-78167

Pivot

	X	Y	Z	x_1	x_2	x_3	Contraintes
y	0	1	1/4	1	-5/8	0	1117
x	1	0	1/2	-1	3/4	0	1067
x_3	0	0	-5/9	-34/3	-5/2	0	8934
Max Z	0	0	-20/3	-45/3	-5	0	-78167

Exercice 6 :

Une usine fabrique deux produits finis 1 et 2 à l'aide de matières premières, heures machines et heures de MOD selon le procédé décrit par le tableau :

	Produits	
	1	2
Matières	1	6
Machines	2	2
MOD	4	1

De plus, il est à signaler que l'entreprise dispose des intrants en quantités limités comme suit : 300 kg de matières

150 heures machines

240 heures de MOD

Sachant que les prix unitaire des produits 1 et 2 sont respectivement de 2 K Dhs et 3 K Dhs et que l'objectif de l'entreprise est de maximiser son CA.

TAF : Déterminer les quantités optimales à vendre.

Correction :

Soient :

P_1 = le nombre de produits 1 à vendre

P_2 = le nombre de produits 2 à vendre

Le programme linéaire s'écrit :

Max $CA = 2xP_1 + 3xP_2$

$1xP_1 + 6xP_2 \leq 300$ contraintes d'approvisionnement (1)

Sous $2xP_1 + 2xP_2 \leq 150$ contrainte sur heures machines (2)

$4xP_1 + 1xP_2 \leq 240$ contrainte sur heures de MOD (3)

$P_1, P_2 \geq 0$ contrainte logiques ou de non négativité

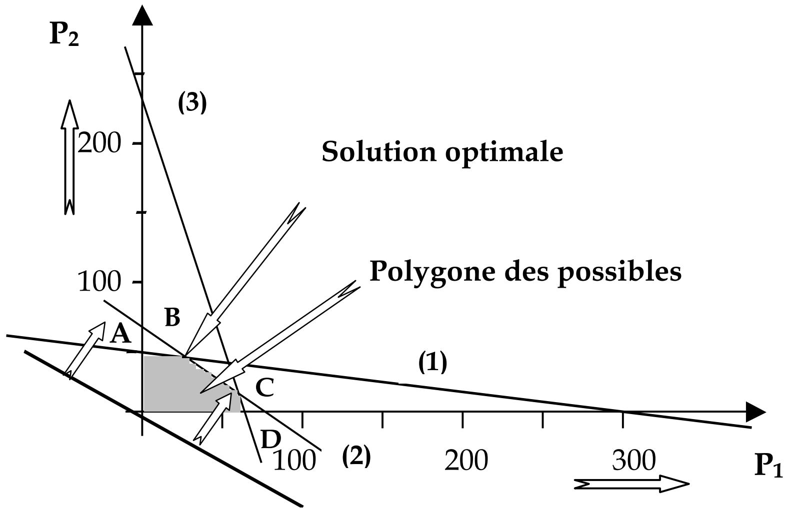
On peut résoudre ce problème par trois méthodes :

Résolution graphique ;

Résolution par l'algorithme du simplexe ;

Raisonnement par unité de facteur rare.

Résolution graphique



Le polygone est obtenu par le tracé des contraintes et le respect des inégalités. La droite objectif représente l'ensemble des combinaisons (P1 ; P2) assurant un même niveau de CA. Ainsi, à l'origine du repère elle matérialise toutes les combinaisons théoriques assurant un CA = 0. On parle alors de droite d'iso CA de niveau 0.

La détermination graphique de la solution repose sur le déplacement parallèle de la fonction objectif d'iso CA. Vers les limites nord est du polygone des possibles (surface grisés sur le graphique). En effet, le but de l'entrepreneur est de maximiser son CA et donc d'identifier la droite de niveau de CA, le plus élevé. Au sommet B du polygone, le CA est maximum.

La combinaison optimale se trouve donc à l'intersection des contraintes (1) et (2)

$$\begin{cases} 1xP_1 + 6xP_2 = 300 \\ 2xP_1 + 2xP_2 = 150 \end{cases}$$

Soit : $P_1 = 30$ et $P_2 = 45$ et un CA de 195K dhs.

Résolution par simplexe

Le programme est présenté sous forme canonique :

Max $\quad CA = 2xP_1 + 3xP_2$

$$1xP_1 + 6P_2 + E_1 = 300$$

Sous $\quad 2xP_1 + 2xP_2 + E_2 = 150$

$$4xP_1 + 1xP_2 + E_3 = 240$$

Avec E1, E2, et E3 les variables d'écart permettant de transformer un problème d'inéquation linéaires en un système d'équations linéaires. Elles représentent économiquement la quantité du facteur rare étudié non consommé par la combinaison de production retenue.

1er tableau du simplexe

Variable De base	Variable du programme					Vecteur 2ème membre
	P1	P2	E1	E2	E3	
E1 E2 E3	1 2 4	6 2 1	1 0 0	0 1 0	0 0 1	300 150 240
CA	2	3	0	0	0	0

Cette première phase correspond sur le graphique à la solution « origine du repère »; c'est à dire P1=P2=0 et E1=300, E2=150 et E3=240. P1 et P2 sont dites variables.

Il convient de faire évoluer la solution du tableau 1.

Pour ce faire, on cherche à produire le produit qui génère le CA le plus élevé, c'est à dire le produit dont le coefficient de la fonction objectif est le plus fort (max (2;3;0;0;0)) soit ici le produit P2. P2 va donc devenir une variable de la base c'est à dire non nulle.

Si P2 entre dans la base cela signifie qu'une variable E1, E2 ou doit en sortir.

Pour sélectionner la variable sortant il convient de retenir celle qui correspond à la contrainte la plus forte au regard de la variable P2.

Pour ce faire, on calcule pour chaque variable d'écart le rapport valeur du 2ème membre / coefficient lu dans la colonne pivot et on retient le plus fiable:

Soit min (300/6; 150/2; 240/1).

La variable d'écart sortant de la base et devenant nulle sera E_1. Ce qui signifie que l'on va chercher à saturer la contrainte sur les matières en ne produisant que du P2. Graphiquement, cela correspond à un déplacement sur l'axe des ordonnées vers le sommet A.

$2^{ème}$ tableau du simplexe

la ligne pivot est recopiée à l'identique à partir du tableau 1 ;

les éléments situés en dessous et au dessous du pivot sont nuls.

Variable De base	Variable du programme					Vecteur ^{2ème} membre
	P1	P2	E1	E2	E3	
P2 E2 E3	1 5/3 23/6	6 0 0	1 -1/3 -1/6	0 1 0	0 0 1	300 50 190
CA	3/2	0	-3/6	0	0	-150

Pour compléter le reste du tableau on a recours à une méthode systématique de calcul résumée ci après (méthode des « 4 coins ») :

Nouvel élément = ancien élément – (produit des coins opposés au pivot)/pivot

Exemple : 5/3 = 2-(2x1)/6 ; -150 =0-(300x3)/6

L'examen du tableau 2 nous indique en fait que la solution envisagée correspond au sommet A identifié par P1=0 et P2=50.

En effet, les valeurs prises par les variables de base sont :

P2=300/6 signifie : on produit 50 produit 2

E2=50/1 signifie : il reste 50heures/machines après la production de P2

E3=190/1 signifie : il reste 190 heures/MOD après la production de P2

Les variables hors base sont par définition nulles :

P1=0 signifie : on ne produit pas de P1

E1=0 signifie : la contrainte de matière est saturée

Le coefficient de la fonction objectif n'étant pas tous nuls ou négatifs, la solution peut être améliorée. On continu nos itérations.

$3^{éme}$ tableau du simplexe

Choix de la variable entrante dans la base : Max (3/2 ; 0 ; -3/6) =3/2 soit P1

Choix de la variable sortante de la base : Min (300/1 ; 50/ (5/3); 190/ (23/6)= min (300 ; 49 ; 56) soit E2

Variable De base	Variable du programme					Vecteur ^{2ème} membre
	P1	P2	E1	E2	E3	
E1 E2 E3	0 5/3 1	6 0 0	6/5 -2/6 6	-3/5 1 23/10	0 0 1	270 50 75
CA	0	0	-2	-9/10	0	-195

L'examen du tableau 3 nous indique en fait que la solution envisagée correspond au sommet B identifié par P2=45 et P1=30.

En effet, les valeurs prises par les variables de base sont :

P2=270/6 signifie : on produit 45 produit 2

P1=50/(5/3) signifie : on produit 30 Produit 1

E3=75 signifie : il reste 75 heures/MOD après la production de 45 P2 et 30 P1.

Les variables hors base sont par définition nulles ;

E1=0 signifie : la contrainte de matière est saturée.

E2=0 signifie : la contrainte des h/machines est saturée.

Les coefficients de la fonction objectif sont tous nuls ou négatifs. La solution ne peut donc plus être améliorée.

Résolution par unité rare

D'après le programme de production, l'entreprise est confrontée à trois facteurs rares : la matière, les heures machine et les heures de MOD.

Il convient d'étudier le CA (objectif de la maximisation) par unité de facteur rare pour éventuellement détecter le produit à favoriser.

	Produit 1			Produit 2		
	CA par produit	Nomenclature ou temps opératoire	CA par unité de facteur rare	CA par produit	Nomenclature ou temps opératoire	CA par unité de facteur rare
Matière	2	1	2	3	6	0,5
H/machine	2	2	1	3	2	1,5
H/MOD	2	4	0,5[1]	3	1	3

Lorsque le test réalisé sur chacun des facteurs rares ne donne pas systématiquement le même produit à favoriser ; la méthode du raisonnement par unité de facteur rare ne peut aboutir à la solution optimale. Cette méthode n'est donc pas une technique universelle mais ne permet de raisonner rapidement :

- lorsqu'une rareté se présente sur un ou deux facteurs de production ;
- lorsqu'un ordre de priorité de production doit être déterminé.

[1] 0,5 signifie que lorsque l'entreprise utilise une heure de MOD à destination de P1 cela lui rapporte 0,5K dhs CA alors qu'une même heure de MOD consacrée à la fabrication de P2 génère 3K dhs CA. Au vu de ce facteur rare la production de P2 est à privilégier