

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Abou Bekr Belkaid Tlemcen

Faculté de Technologie



Département de Télécommunication

Polycopié pédagogique

Domaine :

LMD : 2^o Année - Semestre 3

Présenté par : Dr. BOURI Sihem

TRAVAUX DIRIGES

en

Electrotechnique fondamentale

Année universitaire : 2020 / 2021

Table des matières

Préface	7
1 Rappels mathématiques sur les Nombres complexes	9
1.1 Rappel du cours	9
1.1.1 Définition	9
1.1.2 Représentation dans le plan complexe	10
1.1.3 Module et argument d'un nombre complexe	10
1.1.4 Forme trigonométrique d'un nombre complexe	11
1.1.5 Forme exponentielle d'un nombre complexe	12
1.1.6 Formule de Moivre	13
1.1.7 Formules d'Euler	13
1.1.8 Application à l'électricité des nombres complexes	14
1.2 Exercices résolus	16
1.2.1 Exercice 1 :	16
1.2.2 Exercice 2	18
1.2.3 Exercice 3	18
1.3 Exercices à résoudre	19
1.3.1 Exercice 1	19
1.3.2 Exercice 2	19
2 Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité	21
2.1 Rappel du cours	21
2.1.1 Régime Continu (Permanent)	21
2.1.2 Lois de Kirchhoff	22
2.1.3 Association des dipôles	23
2.1.4 Diviseur de courants	25
2.1.5 Diviseur de tensions	26
2.1.6 Régime transitoire	26
2.2 Exercices résolus	29
2.2.1 Exercice 1 :	29
2.2.2 Exercice 2 :	30
2.2.3 Exercice 3 :	31
2.3 Exercices à résoudre :	36
2.3.1 Exercice 1 :	36
2.3.2 Exercice 2 :	36
3 Circuits et puissances électriques	37
3.1 Rappel sur le circuit monophasé	37
3.1.1 Écriture des grandeurs sinusoïdales	37

3.1.2	Puissance électrique en alternatif sinusoïdal	37
3.2	Exercices résolus	40
3.2.1	Exercice 1 :	40
3.2.2	Exercice 2 :	42
3.2.3	Exercice 3 :	44
3.2.4	Exercice 4 :	45
3.2.5	Exercice 5 :	46
3.3	Exercices à résoudre :	48
3.3.1	Exercice 1 :	48
3.3.2	Exercice 2 :	49
3.4	Rappel du cours sur le système triphasé équilibré	49
3.4.1	Source de tension	49
3.4.2	Récepteur triphasé équilibré	50
3.4.3	Mesure des puissances	54
3.4.4	Amélioration du facteur de puissance	55
3.5	Exercices résolus	56
3.5.1	Exercice 1	56
3.5.2	Exercice 2 :	61
3.5.3	Exercice 3 :	62
3.5.4	Exercice 4 :	63
3.6	Exercices à résoudre	65
3.6.1	Exercice 1 :	65
3.6.2	Exercice 2 :	65
3.6.3	Exercice 3 :	65
3.7	Rappel du cours sur les systèmes triphasés déséquilibrés	65
3.7.1	Composantes symétriques	66
3.7.2	Composantes symétriques et courants	68
3.7.3	Composantes symétriques et impédances	68
3.7.4	Calcul de puissance	68
3.8	Exercices résolus	69
3.8.1	Exercice 1 :	69
3.9	Exercices à résoudre	71
3.9.1	Exercice 1 :	71
3.9.2	Exercice 2 :	71
4	Circuit magnétique	73
4.1	Rappel du cours sur le circuit magnétique	73
4.1.1	Champ magnétique	73
4.1.2	Induction magnétique	74
4.1.3	Théorème d'Ampère	74
4.1.4	Flux magnétique	75
4.1.5	Reluctance	76
4.1.6	Inductance propre	77
4.1.7	Inductance mutuelle	78
4.1.8	Analogie magnétique - électrique	78
4.1.9	Pertes fer	79
4.2	Exercices résolus	80
4.2.1	Exercice 1 :	80

4.2.2	Exercice 2 :	81
4.2.3	Exercice 3 :	83
4.3	Exercices à résoudre	86
4.3.1	Exercice 1 :	86
4.3.2	Exercice 2 :	87
5	Transformateur monophasé	89
5.1	Rappel du cours	89
5.1.1	Principe de fonctionnement	89
5.1.2	Transformateur parfait	90
5.1.3	Transformateur réel	90
5.2	Exercices résolus	93
5.2.1	Exercice 1	94
5.2.2	Exercice 2	95
5.2.3	Exercice 3	96
5.2.4	Exercice 4	99
5.3	Exercices à résoudre	100
5.3.1	Exercice 1	100
5.3.2	Exercice 2	101
6	Machines à courant continu	103
6.1	Rappel du cours	103
6.1.1	Constitution	104
6.1.2	Fonctionnement en moteur	106
6.1.3	Fonctionnement en génératrice	108
6.2	Exercices résolus	110
6.2.1	Exercice 1	110
6.2.2	Exercice 2	110
6.2.3	Exercice 3	111
6.2.4	Exercice 4	114
6.2.5	Exercice 5	116
6.3	Exercices à résoudre	118
6.3.1	Exercice 1	118
6.3.2	Exercice 2	118

Préface

L'électrotechnique a un champ d'application extrêmement vaste, elle concerne de très nombreux domaines industriels, dans la production, le transport de l'énergie électrique, les équipements électriques, les moyens de transports utilisant des moteurs électriques et également dans des domaines plus inattendus comme l'aérospatial.

La finalité de l'enseignement de l'électrotechnique est de donner aux étudiants des notions qui sont propres à cette discipline afin de leur permettre d'exercer éventuellement leur futur métier dans les entreprises industrielles.

Ce manuscrit destiné aux étudiants L2 Télécommunication traite les travaux dirigés du module " Electrotechnique fondamentale". On a donné un résumé du cours suivi d'exercices résolus. On a proposé d'autres exercices non résolus pour permettre aux étudiants de les résoudre eux même.

Ce manuscrit est divisé en six chapitres :

Chapitre 1 : Rappels mathématiques sur les nombres complexes

Chapitre 2 : Les lois fondamentales de l'électricité.

Chapitre 3 : Circuits et puissances électriques

Chapitre 4 : Circuit magnétique

Chapitre 5 : Transformateur monophasé.

Chapitre 6 : Machines à courant continu

Chapitre 1

Rappels mathématiques sur les Nombres complexes

1.1 Rappel du cours

1.1.1 Définition

Il existe un ensemble de nombres, noté C , appelé ensemble des nombres complexes qui possède les propriétés suivantes :

- C contient R .
- Dans C , on définit une addition et une multiplication qui suivent les mêmes règles de calcul que dans R .
- Il existe dans C un nombre j tel que $j^2 = -1$.
- Tout élément z de C s'écrit sous la forme :

- **Algébrique :**

$$\bar{z} = a + j \cdot b$$

Avec :

a : La partie réelle

b : s'appelle la partie imaginaire.

On note $Re(z) = a$ et $Im(z) = b$.

- **Exponentielle :**

$$\bar{z} = z \cdot e^{j\theta}$$

Avec :

z : module de z

θ : argument de z .

- **Trigonométrique :**

$$\bar{z} = z \cdot (\cos \theta + j \sin \theta)$$

Remarques :

- Si $b = 0$: alors \bar{z} est un nombre réel.

- Si $a = 0$: alors \bar{z} est un nombre imaginaire pur.

Propriétés

- Deux nombres complexes sont égaux, si et seulement si, ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.
- Un nombre complexe est nul, si et seulement si, sa partie réelle et sa partie imaginaire sont nulles.

1.1.2 Représentation dans le plan complexe

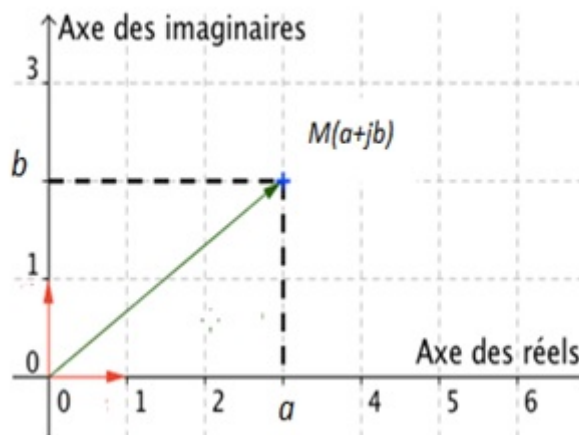


FIGURE 1.1 – Représentation dans le plan complexe

1.1.3 Module et argument d'un nombre complexe

Module

On appelle module de z , le nombre réel positif, noté $|z|$,

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1.1)$$

M est un point d'affixe z . Alors le module de z est égal à la distance OM.

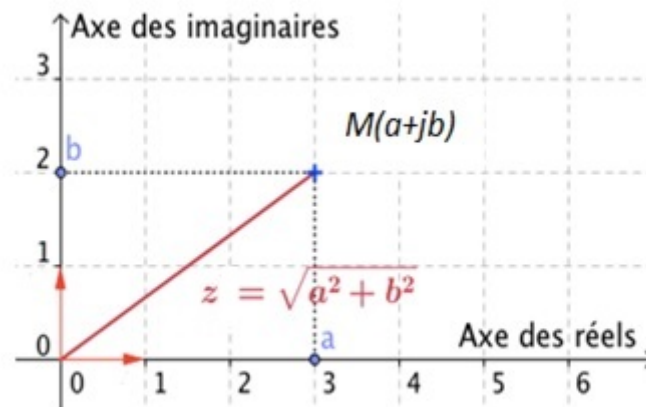


FIGURE 1.2 – Module d'un nombre complexe

Argument

Soit un point M d'affixe z non nulle. On appelle argument de z , notée $\arg(z)$ une mesure, en radians, de l'angle $(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$.

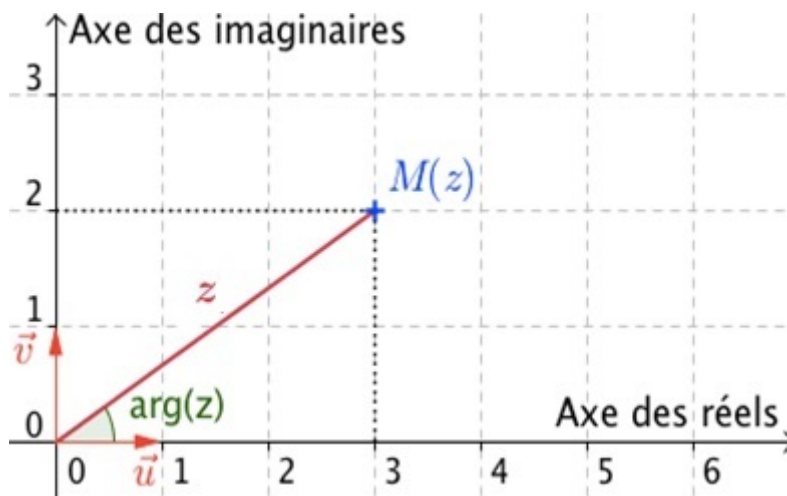


FIGURE 1.3 – Argument d'un nombre complexe

Remarques :

- Un nombre complexe non nul possède une infinité d'arguments de la forme $\arg(z) + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. On notera $\arg(z)$ modulo 2π ou $\arg(z)[2\pi]$
- 0 n'a pas d'argument car dans ce cas l'angle n'est pas défini.

1.1.4 Forme trigonométrique d'un nombre complexe

Soit $\bar{z} = a + jb$ un nombre complexe non nul. On pose : $\theta = \arg(z)$

On a alors :

$$a = z \cos \theta$$

$$b = z \sin \theta$$

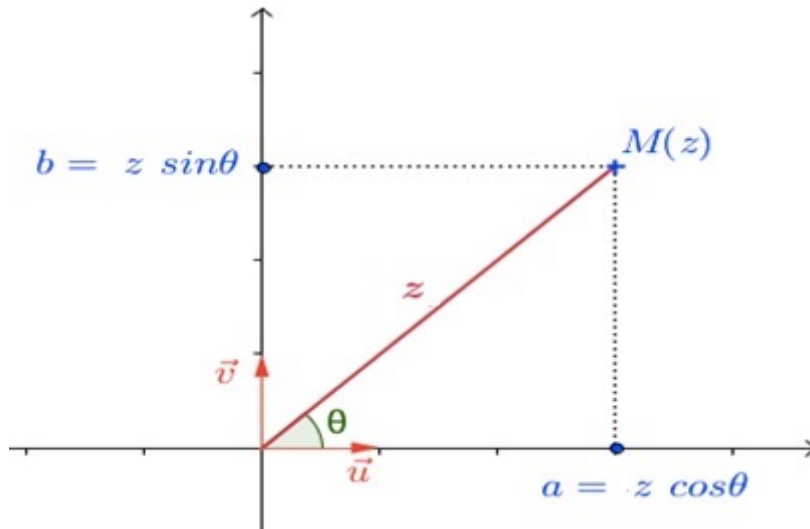


FIGURE 1.4

On appelle forme trigonométrique d'un nombre complexe z non nul l'écriture

$$\bar{z} = z(\cos \theta + j \sin \theta) \quad (1.2)$$

Avec :

$$\theta = \arg(z)$$

Le tableau suivant résume les propriétés de la forme trigonométrique d'un nombre complexe.

TABLE 1.1 – Propriétés de la forme trigonométrique

Produit	$\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z')$
Puissance	$\arg(z^n) = n \cdot \arg(z)$
Inverse	$\arg(\frac{1}{z}) = -\arg(z); z \neq 0$
Quotient	$\arg(\frac{z}{z'}) = \arg(z) - \arg(z')$

1.1.5 Forme exponentielle d'un nombre complexe

1) Définition

Posons $f(\theta) = \cos \theta + j \sin \theta$.

En prenant $z = z' = 1$, on a :

$$(\cos \theta + j \sin \theta)(\cos \theta' + j \sin \theta') = \cos(\theta + \theta') + j \sin(\theta + \theta')$$

Soit :

$f(\theta) \cdot f(\theta') = f(\theta + \theta')$ On retrouve ainsi la même équation fonctionnelle que celle établie pour les exponentielles :

$$e^{\theta} \cdot e^{\theta'} = e^{(\theta+\theta')} \quad (1.3)$$

Pour tout réel θ , on a :

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad (1.4)$$

Remarque :

$e^{j\theta}$: est le nombre complexe de module 1 et d'argument θ .

2) Propriété

$$e^{j\pi} = -1 \quad (1.5)$$

1.1.6 Formule de Moivre

$\bar{z} = z(\cos \theta + j \sin \theta)$, en prenant le module égale à 1, on obtient pour tout entier naturel n , la formule de Moivre

$$(\cos \theta + j \sin \theta)^n = \cos n\theta + j \sin n\theta \quad (1.6)$$

Par analogie

$$(e^{j\theta})^n = e^{jn\theta} \quad (1.7)$$

Propriétés

Pour tous réels θ et θ' , pour tout entier naturel n non nul,

a) $e^{j\theta} \cdot e^{j\theta'} = e^{j(\theta+\theta')}$

b) $\frac{1}{e^{j\theta}} = e^{-j\theta}$

c) $\frac{e^{j\theta}}{e^{j\theta'}} = e^{j(\theta-\theta')}$

1.1.7 Formules d'Euler

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

et

$$e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta$$

, En additionnant membre à membre, on obtient :

$$e^{j\theta} + e^{-j\theta} = 2 \cos \theta$$

En soustrayant membre à membre, on obtient :

$$e^{j\theta} - e^{-j\theta} = 2j \sin \theta$$

D'où les formules d'Euler

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \quad (1.8)$$

$$\sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j} \quad (1.9)$$

1.1.8 Application à l'électricité des nombres complexes

L'écriture complexe des tensions et courants dans le plan complexe est la suivante :

$$\bar{V} = V\sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} \quad (1.10)$$

$$\bar{I} = I\sqrt{2} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (1.11)$$

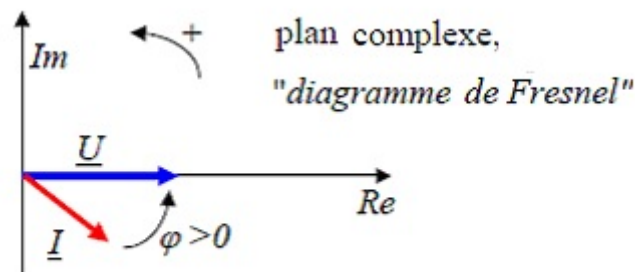


FIGURE 1.5 – Diagramme de Fresnel

Il existe trois types de dipôle : Résistance, bobine et condensateur. A chacun de ces dipôles correspond une relation liant la tension à ses bornes et le courant qui le traverse. Le tableau suivant résume les tensions des différents dipôles.

TABLE 1.2 – Les tensions des différents dipôles

Dipôle	Forme complexe	Module	Argument
Résistance	$\bar{V} = R \cdot \bar{I}$	$V = R \cdot I$	$\varphi = 0$
Bobine	$\bar{V} = jL\omega \bar{I}$	$V = L\omega I$	$\varphi = 90^0$
Condensateur	$\bar{V} = \frac{1}{jC\omega} \cdot \bar{I}$	$V = \frac{I}{C\omega}$	$\varphi = -90^0$

La grandeur notée \bar{Z} est appelée impédance.

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$$

Pour la résistance :

$$\bar{Z} = R$$

Pour la bobine :

$$\bar{Z} = jL\omega$$

Pour la capacité :

$$\bar{Z} = \frac{1}{jC\omega}$$

Exemple

Soit un circuit électrique RL série représenté par la figure suivante.

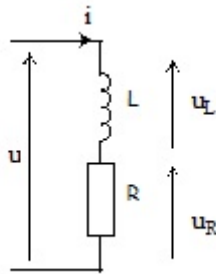


FIGURE 1.6 – Diagramme de Fresnel

1. Tracer le diagramme de Fresnel du circuit
2. Déterminer le module et l'argument de l'impédance équivalente du circuit

Solution :

1. Le diagramme de Fresnel

$$\bar{U} - \bar{U}_L - \bar{U}_R = 0$$

$$\bar{U}_R + \bar{U}_L = \bar{U}$$

$$R \cdot \bar{I} + jL\omega \cdot \bar{I} = \bar{U}$$

2. L'impédance équivalente

$$\bar{Z} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L = R + jL\omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

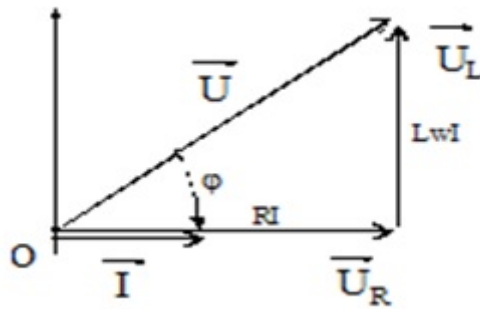


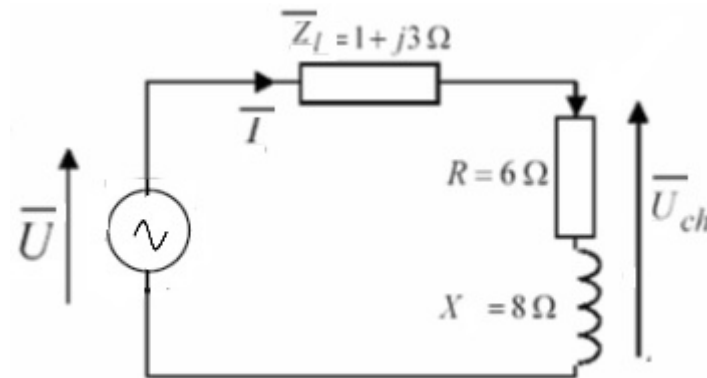
FIGURE 1.7 – Diagramme de Fresnel

1.2 Exercices résolus

1.2.1 Exercice 1 :

1) Énoncé

Une charge industrielle est représentée par une impédance formée de la mise en série d'une résistance et une inductance. La tension aux bornes de la charge est $\bar{U}_{ch} = 200e^{j0}V$.



1. Calculer \bar{I}_{ch} .
2. Calculer la tension de la source si la ligne qui relie la source à la charge a une impédance \bar{Z}_l .
3. Si on ajoute un condensateur de 12.5Ω en parallèle, calculer :
 - a) Le courant qui traverse le condensateur C.
 - b) Le nouveau courant fourni par la source.
4. Calculer la nouvelle tension de la source.

2) Solution

1. Calcule de
- \bar{I}_{ch}

$$\bar{U}_{ch} = \bar{Z}_{ch} \cdot \bar{I}_{ch} \Rightarrow \bar{I}_{ch} = \frac{\bar{U}_{ch}}{\bar{Z}_{ch}}$$

$$Z_{ch} = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\Omega$$

$$\varphi_{ch} = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) = \arctan\left(\frac{8}{6}\right) = 53^\circ.13$$

$$\bar{Z}_{ch} = 10 \cdot e^{j53^\circ.13}\Omega$$

$$\bar{I}_{ch} = \frac{200 \cdot e^{j0}}{10 \cdot e^{j53^\circ.13}} = 20 \cdot e^{-j53^\circ.13} A$$

2. La tension de la source

$$\bar{U} = \bar{U}_l + \bar{U}_{ch}$$

$$\bar{U}_l = \bar{Z}_l \cdot \bar{I}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_{ch} = 20 \cdot e^{-j53^\circ.13} A$$

$$Z_l = \sqrt{1^2 + 3^2} = 3.16\Omega$$

$$\varphi_l = \arctan\frac{3}{1} = 71^\circ.57$$

$$\bar{Z}_l = 3.16 \cdot e^{j71^\circ.57}$$

$$\bar{U}_l = 3.16 \cdot e^{j71^\circ.57} \times 20 \cdot e^{-j53^\circ.13} = 63.2 \cdot e^{j18^\circ.44} V$$

$$\bar{U}_l = 59.96 + j20$$

$$\bar{U} = 200 + 59.96 + j20 = 259.96 + j20V$$

$$\bar{U} = 260.73 \cdot e^{j4^\circ.4} V$$

- 3.
- $Z_C = 12.5\Omega$

- a) Le courant qui traverse le condensateur

$$\bar{U}_{ch} = \bar{Z}_C \cdot \bar{I}_C$$

$$\Rightarrow \bar{I}_C = \frac{\bar{U}_{ch}}{\bar{Z}_C} = \frac{200 \cdot e^{j0^\circ}}{12.5 \cdot e^{-j90^\circ}} = 16 \cdot e^{j90^\circ} A$$

b) Le nouveau courant fourni par la source

$$\bar{I}' = \bar{I}_{ch} + \bar{I}_C = 12 - j16 + j16 = 12A$$

4. La nouvelle tension de la source

$$\bar{U}' = \bar{U}'_l + \bar{U}_{ch}$$

$$\bar{U}'_l = \bar{Z}_l \cdot \bar{I}' = 3.16 \cdot e^{j71^\circ.57} \times 12 \cdot e^{j0} = 37.92 \cdot e^{j71^\circ.57} V = 12 + j35.98V$$

$$\bar{U}' = 200 + 12 + j35.98 = 212 + j35.98 = 215e^{j9.63}V$$

1.2.2 Exercice 2

1) Énoncé :

Calculer le module des nombres complexes suivants :

$$\bar{z}_1 = \frac{1+j}{1-j};$$

$$\bar{z}_2 = \frac{(2+3j) \cdot (1-5j)}{(4-j5) \cdot (2-j)}$$

2) Solution :

$$\bullet \quad \bar{z}_1 = \frac{1+j}{1-j}$$

$$z_1 = \frac{\sqrt{1^2 + 1^2}}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}}$$

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

$$\bullet \quad \bar{z}_2 = \frac{(2+3j)(1-5j)}{(4-5j)(2-j)}$$

$$z_2 = \frac{\sqrt{2^2 + 3^2} \times \sqrt{1^2 + (-5)^2}}{\sqrt{4^2 + (-5)^2} \times \sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{\frac{338}{205}} = 1.28$$

1.2.3 Exercice 3

1) Énoncé :

Soit : $\bar{z}_1 = 6 - j5$; $\bar{z}_2 = 1 - j$

1. Calculer le module et l'argument de \bar{z}_1
2. Calculer le module et l'argument de \bar{z}_2
3. Calculer le module et l'argument de $\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$
4. Calculer les parties réelle et imaginaire de $\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

2) Solution :

1. Module et argument de
- \bar{z}_1

$$z_1 = \sqrt{6^2 + (-5)^2} = 7.81$$

$$\theta_1 = \arg(z_1) = \arctan\left(\frac{-5}{6}\right) = -39^\circ.81$$

2. Module et argument de
- \bar{z}_2

$$z_2 = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = 1.41$$

$$\theta_2 = \arg(z_2) = \arctan\left(\frac{-1}{1}\right) = -45^\circ$$

3. Module et argument de
- $\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{7.81}{1.41} = 5.54$$

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 = -39^\circ.81 + 45 = 5^\circ.19$$

4. Les parties réelles et imaginaires de
- $\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}$

$$\operatorname{Re}\left(\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}\right) = 5.54 \cdot \cos(5.19) = 5.52$$

$$\operatorname{Im}\left(\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}\right) = 5.54 \cdot \sin(5.19) = 0.5$$

1.3 Exercices à résoudre**1.3.1 Exercice 1**

Ecrire sous la forme trigonométrique et exponentielle les nombres complexes suivants :

$$\bar{z}_1 = \frac{(1-j3)^2}{(1+j)^3}$$

$$\bar{z}_2 = -1 + j$$

$$\bar{z}_3 = 1 + 3j$$

1.3.2 Exercice 2

Lineariser : $\cos^2 \theta$; $\sin^3 \theta$; $\cos^4 \theta$

Chapitre 2

Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

2.1 Rappel du cours

2.1.1 Régime Continu (Permanent)

On dit qu'on est en régime continu ou permanent si les courants et les potentiels électriques sont indépendants du temps. Donc il ne peut y avoir accumulation de charges. Donc le courant est le même en tout point d'un circuit simple. Il est le même à l'entrée et à la sortie d'un dipôle.

1) L'intensité du courant

Dans un conducteur filiforme, si la quantité de charges électriques traverse le conducteur pendant le temps , nous avons vu que, par définition, l'intensité du courant vaut :

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (2.1)$$

2) La tension

On appelle tension aux bornes du dipôle, la différence de potentiel électrique

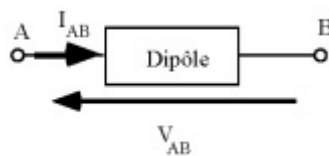


FIGURE 2.1 – La tension aux bornes d'un dipôle

$$V_{AB} = V_A - V_B \quad (2.2)$$

2.1.2 Lois de Kirchhoff

Les lois de Kirchhoff sont des propriétés physiques qui s'appliquent sur les circuits électriques. Ces lois portent le nom du physicien allemand Gustav Kirchhoff qui les a établies en 1845.



FIGURE 2.2 – Portrait de Gustav Robert Kirchhoff

Les deux lois de Kirchhoff sont :

1) Loi des nœuds

« la somme algébrique des intensités des courants qui entrent par un nœud est égale à la somme algébrique des intensités des courants qui en sortent »

$$\sum I_{ent} = \sum I_{sort} \quad (2.3)$$

Exemple :

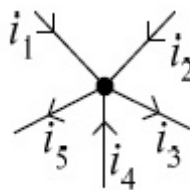


FIGURE 2.3 – Schéma illustrant la loi des nœuds

$$I_1 + I_2 + I_4 = I_3 + I_5$$

2) Loi des mailles

La loi des mailles est la deuxième loi de Kirchhoff. Cette loi n'est pas plus compliquée mais demande de la rigueur pour éviter les erreurs d'étourderies. Cette loi stipule que « dans une maille d'un réseau électrique, la somme des tensions le long de cette maille est

toujours nulle ». En d'autres termes, si on fait le tour d'une maille et que l'on additionne toutes les tensions de celle-ci (en faisant attention au sens), la somme sera égale à zéro.

$$\sum U_i = 0 \quad (2.4)$$

Exemple :

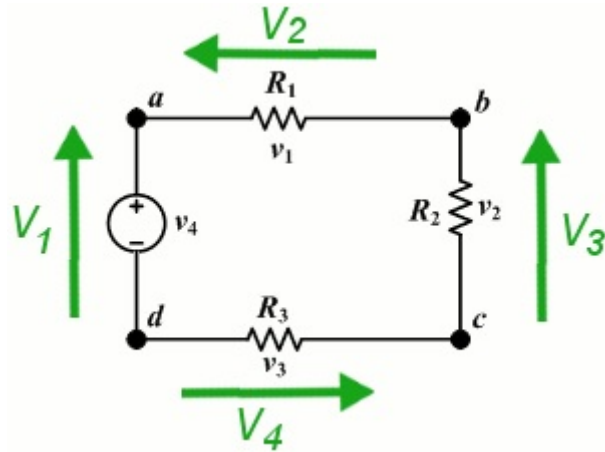


FIGURE 2.4 – Schéma illustrant la loi des mailles

$$V_1 - V_2 - V_3 - V_4 = 0$$

2.1.3 Association des dipôles

On distingue deux types d'association de dipôles. Les dipôles peuvent être connectés en série, ils sont alors tous traversés par la même intensité. Ils peuvent être connectés en parallèle, ils sont alors tous soumis à la même tension.

1) Résistances

A) Montage série

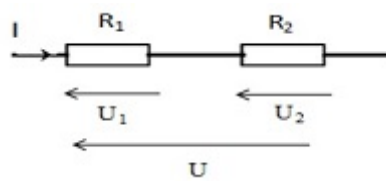


FIGURE 2.5 – Montage série des résistances

Chaque dipôle est traversé par la même intensité et la tension aux bornes du dipôle équivalent est égale à la somme des tensions partielles :

$$R_{eq} = \sum_i R_i \quad (2.5)$$

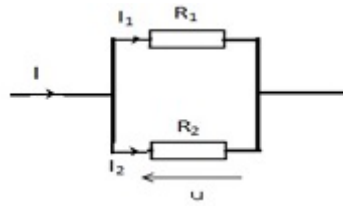
B) Montage parallèle

FIGURE 2.6 – Montage parallèle des résistances

Les dipôles sont soumis à la même tension. Le courant total qui traverse l'ensemble des dipôles est égal à la somme des courants individuels.

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i} \quad (2.6)$$

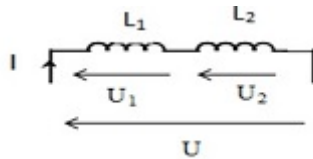
2) Inductances**A) Montage série**

FIGURE 2.7 – Montage série des inductances

Chaque dipôle est traversé par la même intensité et la tension aux bornes du dipôle équivalent est égale à la somme des tensions partielles.

$$L_{eq} = \sum_i L_i \quad (2.7)$$

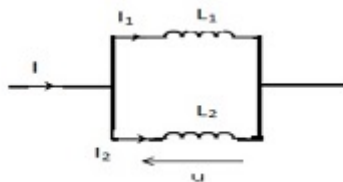
B) Montage parallèle

FIGURE 2.8 – Montage parallèle des inductances

Les dipôles sont soumis à la même tension. Le courant total qui traverse l'ensemble des dipôles est égal à la somme des courants individuels.

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_i \frac{1}{L_i} \quad (2.8)$$

3) Condensateurs

A) Montage série

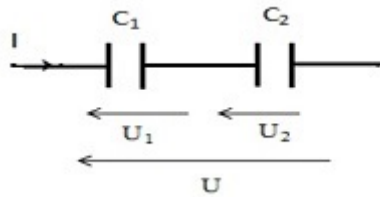


FIGURE 2.9 – Montage série des condensateurs

Chaque dipôle est traversé par la même intensité et la tension aux bornes du dipôle équivalent est égale à la somme des tensions partielles.

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i} \quad (2.9)$$

B) Montage parallèle

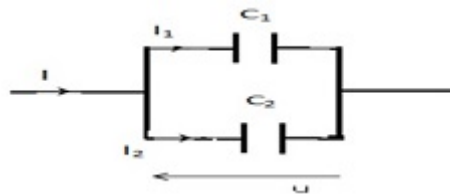


FIGURE 2.10 – Montage parallèle des condensateurs

Les dipôles sont soumis à la même tension. Le courant total qui traverse l'ensemble des dipôles est égal à la somme des courants individuels.

$$C_{eq} = \sum_i C_i \quad (2.10)$$

2.1.4 Diviseur de courants

Le diviseur de courant divise un courant I en autant de courants I_i qu'il y a de résistances en parallèle R_i

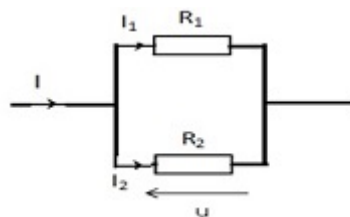


FIGURE 2.11 – Diviseur de courants

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I \quad (2.11)$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I \quad (2.12)$$

2.1.5 Diviseur de tensions

Le montage diviseur de tension permet de diviser une tension U en autant de tensions U_i qu'il y a de résistances en série R_i

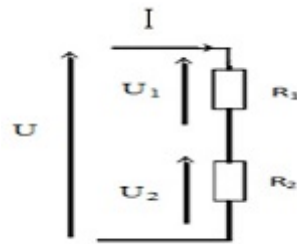


FIGURE 2.12 – Diviseur de tensions

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot U \quad (2.13)$$

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U \quad (2.14)$$

2.1.6 Régime transitoire

un régime transitoire est le régime d'évolution d'un système qui n'a pas encore atteint un état stable ou le régime établi. Un régime transitoire peut apparaître lors d'une modification d'un système. Il peut être caractérisé par un taux d'amortissement, un temps de relaxation ou encore un facteur de qualité.

Pour un circuit électrique, un régime transitoire apparaît par exemple à l'ouverture ou à la fermeture d'un interrupteur, à la modification de la tension ou de l'intensité délivrée par un générateur, au passage d'un signal continu à un signal périodique. Il prend la forme d'un régime apériodique, d'un régime (apériodique) critique, ou d'un régime pseudo-périodique.

1) Circuit R-L série

En appliquant la loi des mailles, on obtient :

$$e(t) - u_R - u_L = 0$$

$$e(t) = u_R + u_L$$

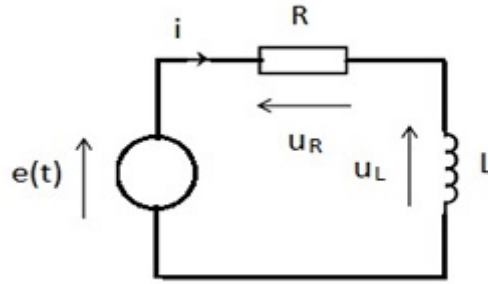


FIGURE 2.13 – Circuit R-L série

En remplaçant u_R et u_L , on obtient :

$$e(t) = R \cdot i + L \frac{di}{dt}$$

Pour :

$$\begin{aligned} t < 0; e(t) &= 0 \\ t > 0; e(t) &= E \end{aligned}$$

Donc :

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} = E \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$$

La solution est de la forme :

$$i(t) = i^{(h)} + i^{(p)}$$

$i^{(h)}$: Pour régime libre sans second membre.

$i^{(p)}$: Pour la dérivée égale à 0 avec second membre.

La solution générale est :

$$i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (2.15)$$

Avec :

$$\tau = \frac{L}{R}$$

2) Circuit R-C série

En appliquant la loi des mailles, on obtient :

$$e(t) - u_R - u_C = 0$$

Sachant que :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

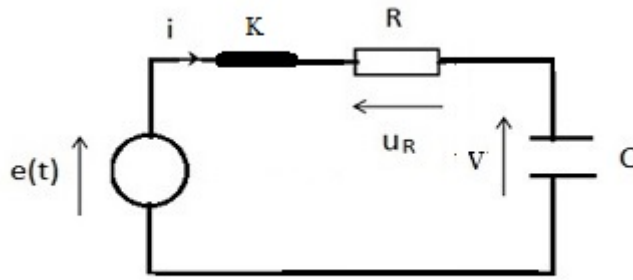


FIGURE 2.14 – Circuit R-C série

et

$$i = \frac{dq}{dt}$$

En remplaçant, on obtient :

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = e(t)$$

Pour :

$$\begin{aligned} t < 0; e(t) &= 0 \\ t > 0; e(t) &= E \end{aligned}$$

Donc :

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$$

La solution est de la forme :

$$q(t) = q^{(h)} + q^{(p)}$$

$q^{(h)}$: Pour régime libre sans second membre.

$q^{(p)}$: Pour la dérivée égale à 0 avec second membre.

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \quad (2.16)$$

$$u_R(t) = E \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} \quad (2.17)$$

$$u_C(t) = E(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (2.18)$$

Avec :

$$\tau = RC$$

2.2 Exercices résolus

2.2.1 Exercice 1 :

1) Énoncé :

On considère le schéma représenté à la figure ci-dessous.

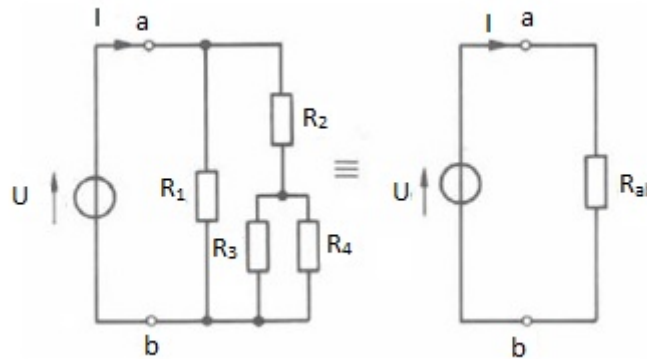


FIGURE 2.15 – Schéma du circuit électrique et son circuit simplifié

Avec :

$$U = 73.45V ; R_1 = 22\Omega ; R_2 = 36\Omega ; R_3 = 18\Omega ; R_4 = 15\Omega.$$

Déterminer :

1. La résistance équivalente entre les bornes a et b
2. La valeur du courant I.

2) Solution

1. La résistance R_{ab}

- Les résistances R_3 et R_4 sont en parallèle, donc :

$$R_{34} = \frac{R_3 \times R_4}{R_3 + R_4} = \frac{18 \times 15}{18 + 15} = 8.18\Omega$$

- Les résistances R_2 et R_{34} sont en série, donc :

$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 22 + 8.18 = 30.18\Omega$$

- Les résistances R_1 et R_{234} sont en parallèles, la résistance équivalente est :

$$R_{ab} = \frac{R_1 \times R_{234}}{R_1 + R_{234}} = \frac{22 \times 30.18}{22 + 30.18} = 12.39\Omega$$

2. Le courant I :

$$I = \frac{U}{R_{ab}} = \frac{73.45}{12.39} = 5.93A$$

2.2.2 Exercice 2 :

1) Énoncé

Réduire le plus possible le circuit électrique pour obtenir le schéma simplifié de la figure suivante :

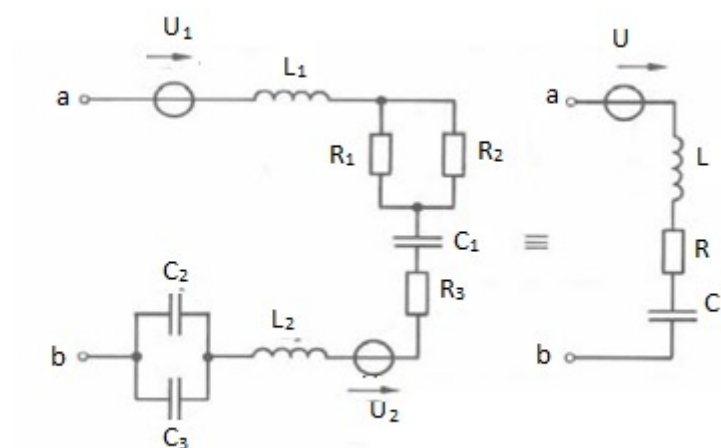


FIGURE 2.16 – Circuit électrique et son schéma simplifié

2) Solution :

- Les bobines L_1 et L_2 sont en série, l'inductance équivalente est :

$$L = L_1 + L_2$$

- Les résistances R_1 et R_2 sont en parallèles :

$$R = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

- Les résistances R_{12} et R_3 sont en série, la résistance équivalente est :

$$R = R_{12} + R_3$$

- Les condensateurs C_2 et C_3 sont en parallèles :

$$C_{23} = C_1 + C_2$$

- Les condensateurs C_1 et C_{23} sont en série, la capacité équivalente est :

$$C = \frac{C_1 \times (C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

- Les tensions :

$$U = U_1 - U_2$$

2.2.3 Exercice 3 :

1) Énoncé

On considère un circuit composé d'un condensateur initialement non chargé, une résistance R , d'une source de tension continue de fem E et d'un interrupteur K initialement ouvert. A $t = 0$, l'interrupteur se ferme.

1. Tracer la courbe représentant l'évolution de la tension $v(t)$ aux bornes du condensateur
2. Dédire l'évolution temporelle du courant $i(t)$ circulant dans le circuit.
3. Calculer l'énergie fournie par le générateur entre 0 et t_1 .
4. Calculer l'énergie dissipée sous forme de chaleur dans R
5. Calculer l'énergie emmagasinée dans le condensateur C
6. Conclure

2) Solution

1. La tension aux bornes du condensateur.

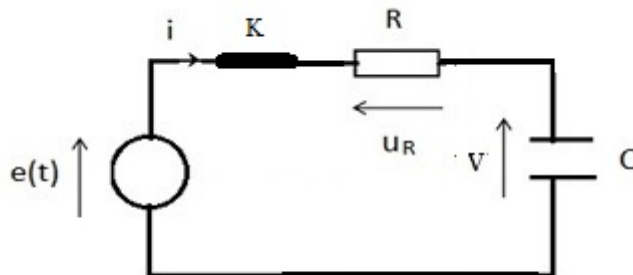


FIGURE 2.17 – Circuit RC série

En appliquant la loi des mailles, on obtient :

$$e(t) - u_R - v = 0$$

$$e(t) = u_R + v$$

Sachant que :

$$v = \frac{q}{C}$$

et

$$i = \frac{dq}{dt}$$

On obtient :

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = e(t)$$

Pour :

$$t < 0; e(t) = 0$$

$$t > 0; e(t) = E$$

Donc :

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = \frac{E}{R}$$

La solution est de la forme :

$$q(t) = q^{(h)} + q^{(p)}.$$

$q^{(h)}$: Pour régime libre sans second membre.

$q^{(p)}$: Pour la dérivée égale à 0 avec second membre.

Solution 1 $q^{(h)}$:

$$\frac{dq}{dt} + \frac{q}{RC} = 0 \Rightarrow \frac{dq}{q} = -RC \cdot dt$$

en intégrant les deux parties, on obtient :

$$\Rightarrow \ln(q) = -RC \cdot t \Rightarrow q = K e^{\frac{-t}{RC}}$$

Solution 2 $q^{(p)}$:

$$\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} = E \Rightarrow q = EC$$

La solution générale est de la forme :

$$q(t) = EC + K e^{-t/RC}$$

En conditions initiales :

$$t = 0; q = 0$$

$$0 = EC + K \Rightarrow K = -EC$$

$$\Rightarrow q(t) = EC \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$

avec :

$$\tau = RC$$

La tension aux bornes du condensateur est :

$$v(t) = \frac{q}{C}$$

$$\Rightarrow v(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

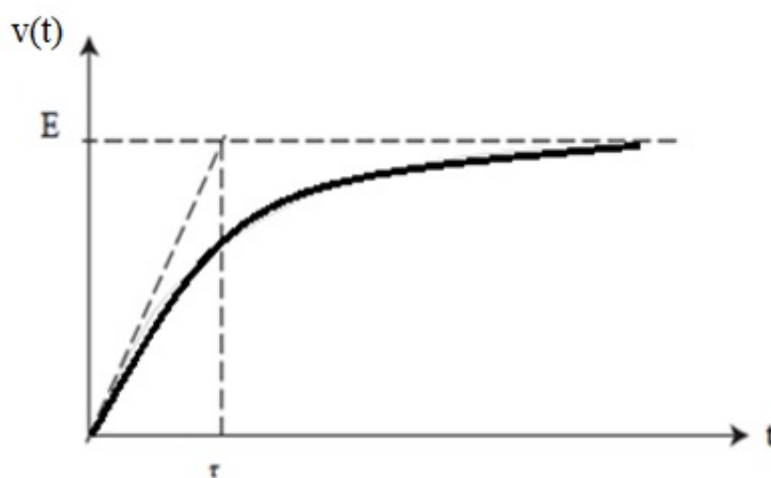
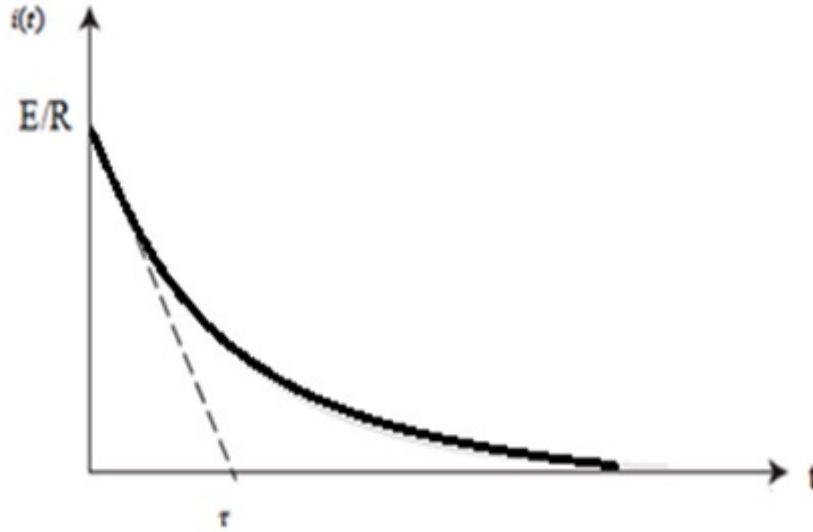


FIGURE 2.18 – Représentation de la tension $v(t)$

2. Le courant $i(t)$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

FIGURE 2.19 – Représentation du courant $i(t)$

3. L'énergie fournie par le générateur entre 0 et t_1

$$dW_E = P_E \cdot dt \Rightarrow W_E = \int_0^{t_1} P_E \cdot dt$$

$$W_E = \int_0^{t_1} E \cdot i(t) \cdot dt = \int_0^{t_1} E \cdot \frac{E}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \cdot dt$$

$$W_E = \frac{E^2}{R} \int_0^{t_1} e^{\frac{-t}{RC}} \cdot dt$$

$$W_E = \frac{E^2}{R} \left[-RC \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \right]_0^{t_1}$$

$$W_E = \frac{E^2}{R} \left[-RC \cdot e^{\frac{-t_1}{RC}} + RC \cdot e^{\frac{0}{RC}} \right]$$

$$W_E = \frac{E^2}{R} \left[-RC \cdot e^{\frac{-t_1}{RC}} + RC \right]$$

$$W_E = E^2 C \left(1 - e^{\frac{-t_1}{RC}} \right)$$

4. L'énergie dissipée sous forme de chaleur dans R

$$dW_R = P_R \cdot dt \Rightarrow W_R = \int_0^{t_1} P_R \cdot dt$$

$$W_R = \int_0^{t_1} R \cdot i^2(t) \cdot dt = \int_0^{t_1} R \left(\frac{E}{R} \cdot e^{\frac{-t}{RC}} \right)^2 \cdot dt$$

$$W_R = \frac{E^2}{R} \int_0^{t_1} e^{\frac{-2t}{RC}} \cdot dt$$

$$W_R = \frac{E^2}{R} \left[\frac{-RC}{2} \cdot e^{\frac{-2t}{RC}} \right]_0^{t_1}$$

$$W_R = \frac{E^2}{R} \left[\frac{-RC}{2} \cdot e^{\frac{-2t_1}{RC}} + \frac{RC}{2} \cdot e^{\frac{0}{RC}} \right]$$

$$W_R = \frac{E^2}{2R} \left[\frac{-RC}{2} \cdot e^{\frac{-2t_1}{RC}} + \frac{RC}{2} \right]$$

$$W_R = \frac{E^2 C}{2} \left(1 - e^{\frac{-2t_1}{RC}} \right)$$

5. L'énergie emmagasinée dans le condensateur C

$$dW_C = P_C \cdot dt \Rightarrow W_C = \int_0^{t_1} P_C \cdot dt$$

$$W_C = \int_0^{t_1} \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} \cdot dt$$

$$W_C = \frac{1}{C} \int_0^{t_1} q \cdot dq$$

$$W_C = \frac{1}{C} \left[\frac{q^2}{2} \right]_0^{t_1}$$

$$W_C = \frac{1}{2C} \left[E^2 C^2 \left(1 - e^{\frac{-t_1}{RC}} \right)^2 \right]$$

$$W_C = \frac{E^2 C}{2} \left(1 - e^{\frac{-t_1}{RC}} \right)^2$$

6. Conclusion

$$W_R + W_C = \frac{E^2 C}{2} \left(1 - e^{\frac{-2t_1}{RC}} \right) + \frac{E^2 C}{2} \left(1 - e^{\frac{-t_1}{RC}} \right)^2$$

$$W_R + W_C = \frac{E^2 C}{2} - \frac{E^2 C}{2} e^{\frac{-2t_1}{RC}} + \frac{E^2 C}{2} \left(1 + e^{\frac{-2t_1}{RC}} - 2e^{\frac{-t_1}{RC}} \right)$$

$$W_R + W_C = \frac{E^2 C}{2} + \frac{E^2 C}{2} - E^2 C e^{\frac{-t_1}{RC}}$$

$$W_R + W_C = E^2 C \left(1 - e^{\frac{-t_1}{RC}} \right)$$

$$W_R + W_C = W_E$$

L'énergie a été intégralement distribuée dans la résistance et le condensateur.

2.3 Exercices à résoudre :

2.3.1 Exercice 1 :

Considérons un circuit contenant en série une fem E , une résistance, une inductance et un interrupteur initialement ouvert et fermé à $t = 0$.

1. Tracer l'allure du courant $i(t)$
2. Vérifier que l'énergie du générateur est intégralement distribuée dans la résistance R et l'inductance L .

2.3.2 Exercice 2 :

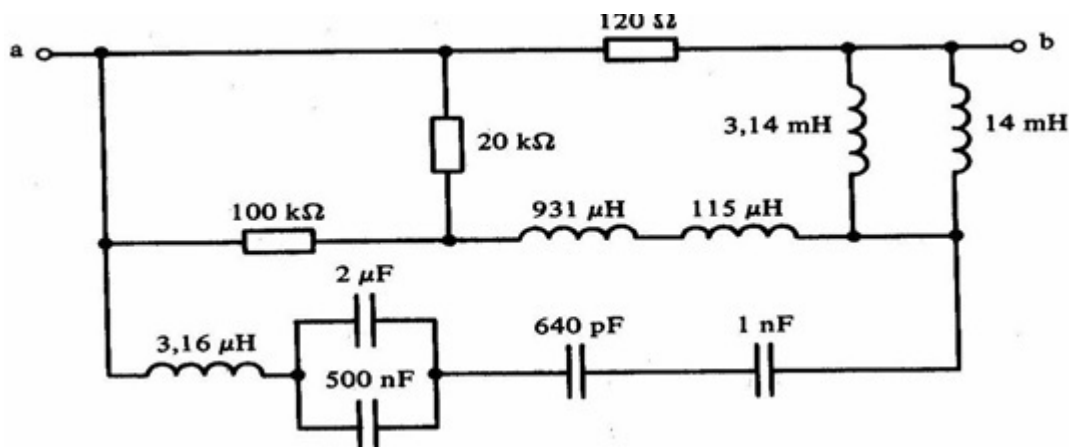


FIGURE 2.20 – Schéma du circuit électrique

Simplifier au maximum le circuit de la figure ci-dessus.

Chapitre 3

Circuits et puissances électriques

3.1 Rappel sur le circuit monophasé

3.1.1 Écriture des grandeurs sinusoïdales

On écrit la tension et le courant sinusoïdaux sous la forme :

$$v(t) = V_{max} \cdot \sin \omega t \quad (3.1)$$

$$i(t) = I_{max} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (3.2)$$

Avec :

V_{max} : Amplitude de la tension (V)

I_{max} : Amplitude du courant (A)

ω : Pulsation ($rad \cdot s^{-1}$)

φ : Déphasage (rad)

ωt : phase initiale (rad)

La valeur moyenne est de la forme :

$$V_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot dt = 0 \quad (3.3)$$

La valeur efficace est de la forme :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) \cdot dt} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \quad (3.4)$$

3.1.2 Puissance électrique en alternatif sinusoïdal

Puissance active :

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (3.5)$$

Puissance réactive :

$$Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (3.6)$$

Puissance apparente :

$$S = V \cdot I \quad (3.7)$$

D'où :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (3.8)$$

Cette formulation fait apparaître une relation graphique qu'on appelle triangle des puissances :

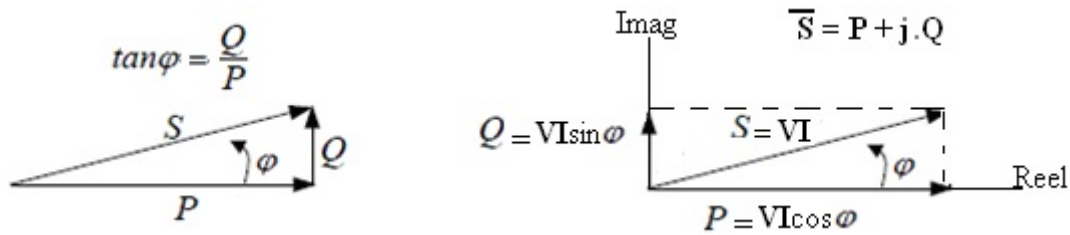


FIGURE 3.1 – Triangle des puissances

1) Application des puissances sur les dipôles

En régime sinusoïdal, un dipôle passif linéaire est caractérisé par son impédance complexe \bar{Z} .

$$\bar{V} = Z\bar{I}$$

$$\bar{Z} = R + jX$$

Avec :

R : Résistance (en Ω)

X : Réactance (en Ω)

Le tableau suivant résume les puissances absorbées par chaque dipôle.

TABLE 3.1 – Les puissances absorbées par chaque dipôle

Dipôle	Puissance active	Puissance réactive	Puissance apparente
Résistance	$P = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$	$Q = 0$	$S = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R}$
Bobine	$P = 0$	$Q = L\omega I^2 = \frac{V^2}{L\omega}$	$S = L\omega I^2 = \frac{V^2}{L\omega}$
Condensateur	$P = 0$	$Q = -C\omega V^2 = \frac{-I^2}{C\omega}$	$S = C\omega V^2 = \frac{I^2}{C\omega}$

Le facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad (3.9)$$

2) Théorème de Boucherot

Ce théorème s'écrit : « La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant, de même pour la puissance réactive. Cependant, c'est faux en ce qui concerne la puissance apparente »

Ce théorème traduit le principe de la conservation de l'énergie électrique. On représente le théorème de Boucherot par le schéma qui fait apparaître n charges consommant chacune sa puissance active et sa puissance réactive :

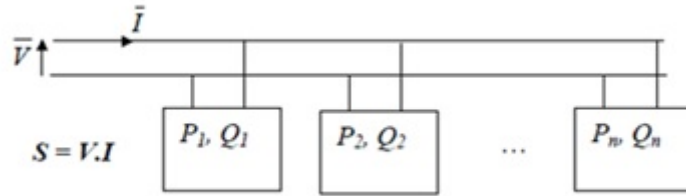


FIGURE 3.2 – Installation électrique monophasée avec n charges

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$$

$$P = \sum_i P_i \quad (3.10)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n$$

$$Q = \sum_i Q_i \quad (3.11)$$

On constate bien sur cette construction que les puissances actives et réactives s'ajoutent algébriquement sur les axes alors que la puissance apparente S n'est pas égale, en valeur, à la somme des hypoténuses des triangles.

En revanche, la puissance apparente complexe, représentée par le vecteur S est bien la somme vectorielle des puissances apparentes complexes des diverses charges. On peut donc écrire :

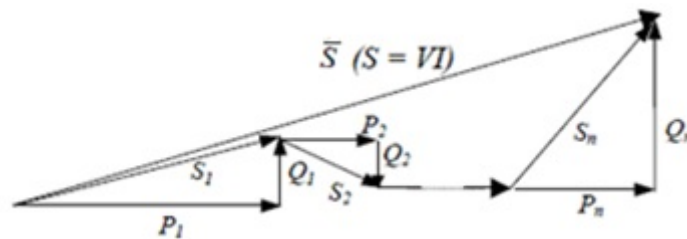


FIGURE 3.3 – Triangle des puissances pour n charges

$$S \neq S_1 + S_2 + \dots + S_n$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (3.12)$$

3) Amélioration du facteur de puissance

Détermination des capacités des condensateurs pour relever le facteur de puissance de $\cos \varphi$ à $\cos \varphi'$ (ou bien $\tan \varphi$ à $\tan \varphi'$). On a :

$$Q' = Q + Q_c$$

$$P' = P$$

(Conservation de la puissance active)

$$Q_c = -C\omega V^2$$

$$Q' = P \tan \varphi'$$

$$Q = P \tan \varphi$$

Donc :

$$C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{\omega V^2} \quad (3.13)$$

3.2 Exercices résolus

3.2.1 Exercice 1 :

1) Énoncé

Une installation monophasée, 230V AC, 50Hz, comporte 30 lampes à incandescence de 75W chacune et un moteur monophasé de puissance utile de 2,25kW, de rendement $\eta = 0,75$ et de facteur de puissance $\cos \varphi = 0,6$.

1. Calculer l'intensité I_1 du courant dans les lampes.
2. Calculer la puissance active absorbée par le moteur.
3. Calculer l'intensité I_2 du courant dans le moteur.
4. Calculer les puissances active P_t , réactive totale Q_t et apparente S_t de l'installation.
5. Calculer l'intensité totale I_t en ligne, et le facteur de puissance de l'installation.

2) Solution

1. L'intensité du courant dans les lampes

$$P_{lamp} = V \cdot I_1 \cdot \cos \varphi \Rightarrow I_1 = \frac{P_{lamp}}{V \cdot \cos \varphi}$$

Pour une charge résistive, $\cos \varphi = 1$

$$I_1 = \frac{P_{lamp}}{V}$$

$$P_{lampe} = 75 \times 30 = 2250W$$

$$I_1 = \frac{2250}{230} = 9.78A$$

2. La puissance active absorbée par le moteur

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

$$\Rightarrow P_a = \frac{P_u}{\eta} = \frac{2.25 \times 10^3}{0.75} = 3000W$$

3. L'intensité du courant dans le moteur

$$P_a = V \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_m$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{P_a}{V \cdot \cos \varphi_m} = \frac{3000}{230 \times 0.6} = 21.74A$$

4. Les puissances active, réactive et apparente de l'installation
En appliquant le théorème de Boucherot, on a :

$$P_t = \sum P_i$$

$$P_t = P_{lamp} + P_m = 2250 + 3000 = 5250W$$

$$Q_t = \sum Q_i$$

$$Q_t = Q_{lamp} + Q_m$$

$$Q_{lamp} = 0$$

$$\tan \varphi_m = \frac{Q_m}{P_m}$$

$$\Rightarrow Q_m = P_m \tan \varphi_m = 3000 \times 1.33 = 3990 \text{ VAR}$$

$$Q_t = 0 + 3990 = 3990 \text{ VAR}$$

$$S_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{5250^2 + 3990^2} = 6594.13 \text{ VA}$$

5. Le courant et le facteur de puissance de l'installation

$$I_t = I_1 + I_2 = 9.78 + 21.74 = 31.52 \text{ A}$$

$$P_t = V \cdot I_t \cdot \cos \varphi_t$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_t = \frac{P_t}{V \cdot I_t} = \frac{5250}{230 \times 31.52} = 0.72$$

3.2.2 Exercice 2 :

1) Énoncé

Une installation d'éclairage comprend : 100 tubes fluorescents de 40W chacun, $\cos \varphi_1 = 0,4$ (non compensé) est alimentée par un réseau 230V, 50Hz.

1. Calculer la puissance totale de l'installation, l'intensité de ligne.
2. On veut passer d'un $\cos \varphi_1$ de 0,4 à un $\cos \varphi_2$ de 0,9. Calculer la valeur de la puissance réactive du condensateur à installer. Calculer la valeur du condensateur.
3. Calculer la nouvelle valeur du courant en ligne. Indiquer, d'après les résultats des questions précédentes l'avantage d'avoir un $\cos \varphi$ le plus proche de 1.

2) Solution

1. La puissance totale de l'installation et le courant de ligne

$$P = 40 \times 100 = 4000W$$

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$\Rightarrow I = \frac{P}{V \cdot \cos \varphi} = \frac{4000}{230 \times 0.4} = 43.48A$$

2. La puissance réactive du condensateur et la valeur du condensateur

$$Q' = Q + Q_C \Rightarrow Q_C = Q' - Q$$

$$Q' = P' \tan \varphi'$$

$$P' = P = 4000W$$

$$\tan \varphi' = \tan(\cos^{-1}0.9) = 0.48$$

$$Q' = 4000 \times 0.48 = 1920VAR$$

$$Q = P \tan \varphi = 4000 \times 2.29 = 9160VAR$$

$$Q_C = 1920 - 9160 = -7240VAR$$

$$Q_C = -V^2 C \omega \Rightarrow C = \frac{Q_C}{-V^2 \cdot \omega}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$C = \frac{-7240}{-230^2 \times 2 \times 3.14 \times 50} = 435.87\mu F$$

3. La nouvelle valeur du courant de ligne

$$P' = V \cdot I' \cdot \cos \varphi' \Rightarrow I' = \frac{P}{V \cdot \cos \varphi'}$$

$$I' = \frac{4000}{230 \times 0.9} = 19.32A$$

Pour un facteur de puissance élevé, on a un courant de ligne faible. Donc, plus on augmente le facteur de puissance, plus on diminue le courant de ligne pour une même puissance consommée.

3.2.3 Exercice 3 :

1) Énoncé

Un récepteur inductif, alimenté sous une tension de valeur efficace $V = 230V$ et de fréquence $f = 50Hz$, absorbe une puissance active $P = 2800W$ avec un facteur de puissance $\cos \varphi = 0,65$.

1. Calculer la valeur efficace I du courant appelé.
2. Calculer la puissance Q réactive absorbée. On veut amener le facteur de puissance à 0,95 en branchant un condensateur en parallèle sur le récepteur.
3. Quelle sera la nouvelle valeur de la puissance active P' absorbée par l'ensemble ?
4. Quelle sera la nouvelle valeur de la puissance réactive Q' absorbée par l'ensemble ?
5. Déterminer la capacité C du condensateur.
6. Calculer la nouvelle valeur efficace I' du courant appelé.

2) Solution

1. La valeur du courant I :

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{V \cdot \cos \varphi} = \frac{2800}{230 \times 0.65} = 18.73A$$

2. La puissance réactive

$$Q = P \cdot \tan \varphi = 2800 \times 1.17 = 3276VAR$$

3. $\cos \varphi' = 0.95$

$$P' = P + P_c = P = 2800W$$

Puisque $P_c = 0$

4. La puissance réactive de la nouvelle installation

$$Q' = P \cdot \tan \varphi' = 2800 \times 0.33 = 914 \text{ VAR}$$

5. La valeur de la capacité

$$Q_c = -V^2 \cdot C \cdot \omega$$

$$Q_c = Q' - Q = 914 - 3276 = -3057 \text{ VAR}$$

$$C = -\frac{Q_c}{V^2 \cdot \omega} = \frac{3057}{230^2 \times 314} = 104.04 \mu\text{F}$$

6. La valeur de I'

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi'$$

$$I' = \frac{P}{V \cdot \cos \varphi'} = \frac{2800}{230 \times 0.95} = 12.82 \text{ A}$$

3.2.4 Exercice 4 :

1) Énoncé

Un poste de soudure (récepteur inductif) alimenté sous une tension $v(t) = 230\sqrt{2} \cos(314 \cdot t)$, absorbe une puissance active $P = 2500 \text{ W}$. Le courant appelé est de 16 A .

Calculer :

1. La puissance apparente,
2. Le facteur de puissance,
3. La puissance réactive
4. Le déphasage.
5. Les pertes par effet joule sachant que la résistance des bobinages du poste de soudure a pour valeur $2,23 \Omega$.

2) Solution

1. La puissance apparente

$$S = V \cdot I = 230 \times 16 = 3680 \text{ VA}$$

2. Le facteur de puissance

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{2500}{3680} = 0.68$$

3. La puissance réactive

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \implies Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

$$Q = \sqrt{3680^2 - 2500^2} = 2700.44 \text{ VA}$$

4. Le déphasage

$$\varphi = \arccos(\cos \varphi) = 47^\circ.16$$

5. Les pertes par effet joule

$$P_j = R \cdot I^2 = 2.23 \times 16^2 = 570.88 \text{ W}$$

3.2.5 Exercice 5 :**1) Énoncé**

Un atelier monophasé est constitué de trois charges mises en parallèle sur la même tension sinusoïdale à 50Hz de valeur efficace $V = 230\text{V}$. Les mesures faites sur chacune de ces charges sont données dans le tableau ci-dessus.

TABLE 3.2

Charge 1	Charge 2	Charge 3
$P_1 = 20\text{KW}$	$S_2 = 45\text{KVA}$	$S_3 = 10\text{KVA}$
$Q_1 = 15\text{KVAR}$	$\cos \varphi_2 = 0.6$	$Q_3 = -5\text{KVAR}$

1. Calculer pour chaque charge l'ensemble des grandeurs électriques la caractérisant : puissances active, réactive, apparente, le courant absorbé et le facteur de puissance.
2. En déduire les puissances active, réactive et apparente consommées par la charge totale, le facteur de puissance global ainsi que le courant absorbé.
3. Représenter le triangle des puissances de l'ensemble de ces charges.
4. On désire, en plaçant un condensateur C' en parallèle sur l'installation, de relever le facteur de puissance à 0.9 . Calculer C' .
5. Calculer la valeur de C'' d'un condensateur permettant d'obtenir un facteur de puissance de 0.9 .
6. Le facteur de puissance ayant la même valeur pour les deux cas, quel condensateur choisit-on en pratique ?

2) Solution

1. Les grandeurs électriques

TABLE 3.3

Charge 1	Charge 2	Charge 3
$P_1 = 20KW$	$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 27KW$	$P_3 = \sqrt{S_3^2 - Q_3^2} = 8.66KW$
$Q_1 = 15KVAR$	$Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = 36KVAR$	$Q_3 = -5KVAR$
$S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 25KVA$	$S_2 = 45KVA$	$S_3 = 10KVA$
$I_1 = \frac{S_1}{V} = 108.7A$	$I_2 = \frac{S_2}{V} = 195.65A$	$I_3 = \frac{S_3}{V} = 43.48A$
$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = 0.8AR$	$\cos \varphi_2 = 0.6AR$	$\cos \varphi_3 = \frac{P_3}{S_3} = 0.866AV$

2. Détermination de : P_t, Q_t, S_t, I_t et $\cos \varphi_t$

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = 20 \times 10^3 + 27 \times 10^3 + 8.66 \times 10^3 = 55.66KW$$

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 15 \times 10^3 + 36 \times 10^3 - 5 \times 10^3 = 46KVAR$$

$$S_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{55660^2 + 46000^2} = 72.21KVA$$

$$I_t = \frac{S_t}{V} = \frac{72210}{230} = 313.96A$$

$$\cos \varphi_t = \frac{P_t}{S_t} = \frac{55660}{72210} = 0.77AR$$

3. Triangle des puissances :

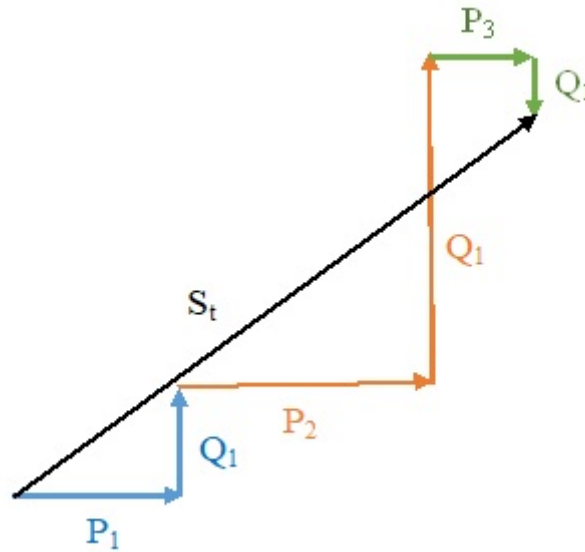


FIGURE 3.4 – Triangle des puissances

4. $\cos \varphi' = 0.9AR$

$$C' = \frac{P_t(\tan \varphi_t - \tan \varphi')}{V^2 \cdot \omega} = \frac{55660(0.83 - 0.48)}{230^2 \times 314} = 1.17mF$$

5. $\cos \varphi'' = 0.9AV$

$$C' = \frac{P_t(\tan \varphi_t - \tan \varphi'')}{V^2 \cdot \omega} = \frac{55660(0.83 + 0.48)}{230^2 \times 314} = 4.4mF$$

3.3 Exercices à résoudre :**3.3.1 Exercice 1 :**

On alimente sous la tension $230V$ du secteur un poste de travail constitué de 10 lampes de $100W$ et d'un moteur de puissance utile $3680W$. À pleine charge, le rendement du moteur est $\eta = 0,75$ et le facteur de puissance $0,707$. (On rappelle que $\eta = \frac{P_u}{P_a}$, une lampe est assimilable à une résistance)

1. Calculer la puissance absorbée P_a par le moteur.
2. Calculer le facteur de puissance $\cos \varphi$ du poste de travail et l'intensité du courant absorbé à pleine charge.
3. On veut relever le facteur de puissance à $\cos \varphi = 0,866$. Calculer la valeur du condensateur nécessaires ainsi que la nouvelle intensité I' du courant absorbé par le poste.

3.3.2 Exercice 2 :

Un atelier absorbe $5kW$ sous une tension de $200V$, avec un courant de $50A$ à une fréquence de $50Hz$.

Trouver la capacité du condensateur à mettre aux bornes d'arrivée de l'atelier en vue de relever le facteur de puissance $0,8$.

3.4 Rappel du cours sur le système triphasé équilibré

3.4.1 Source de tension

Trois grandeurs sinusoïdales forment un système équilibré si elles ont la même amplitude et si elles sont déphasées entre elles d'un angle de 120° .

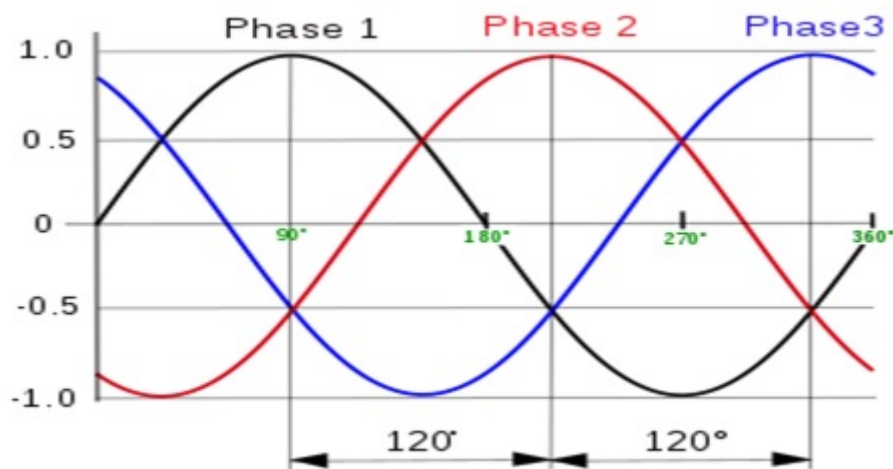


FIGURE 3.5 – Système triphasé équilibré

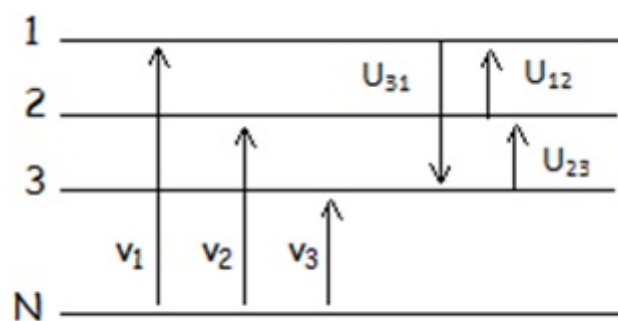


FIGURE 3.6 – Tensions simples et composées

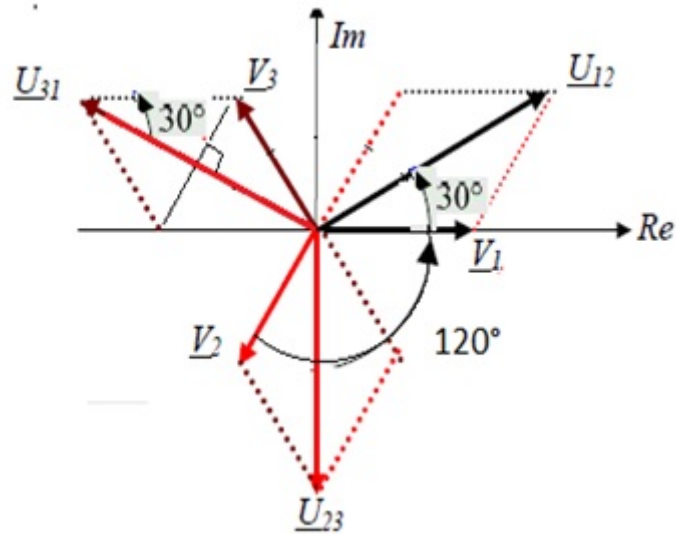


FIGURE 3.7 – Tensions simples et composées

La relation entre la tension composée et le tension simple est :

$$U = \sqrt{3}V \quad (3.14)$$

3.4.2 Récepteur triphasé équilibré

Un récepteur triphasé équilibré comporte trois dipôles identiques d'impédance Z .

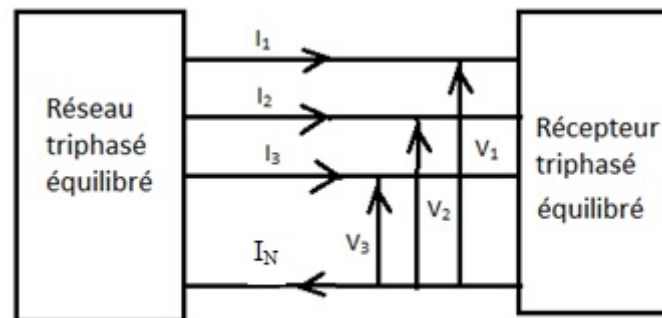


FIGURE 3.8 – Récepteur triphasé branché à une source triphasée

On note I_1, I_2 et I_3 les trois courants de ligne. En régime équilibré le courant dans le neutre est nul ($I_1 + I_2 + I_3 = I_N = 0$). En cas de déséquilibre, le courant du neutre est différent de 0.

Les courants de lignes forment un système triphasé de courant (même valeur efficace I et un déphasage de 120°).

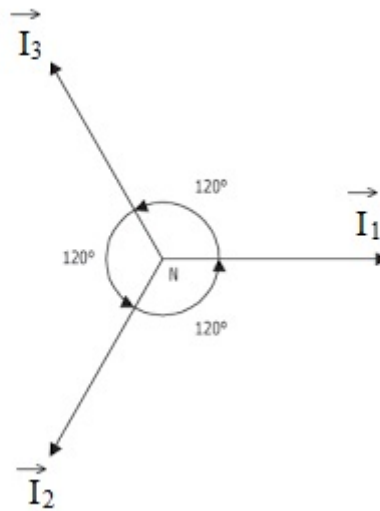


FIGURE 3.9 – Diagramme vectoriel des courants

1) Couplage étoile

Les courants J_1 , J_2 et J_3 qui traversent ces impédances sont appelés courants de phases.

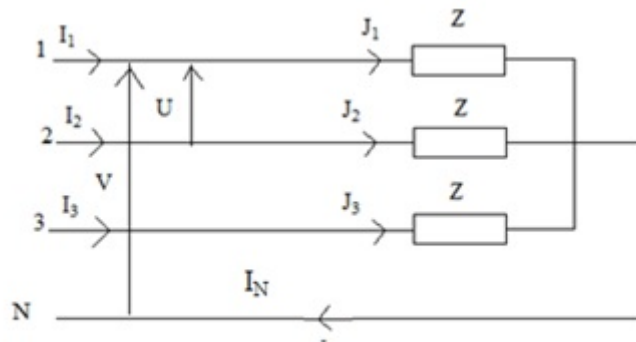


FIGURE 3.10 – Couplage étoile

Les courants de lignes sont les mêmes courants qui traversent les impédances de la charge.

Donc :

$$I = J \quad (3.15)$$

La tension aux bornes de chaque phase du récepteur est une tension simple, et la tension entre deux phases est une tension composée.

On peut écrire :

$$U = \sqrt{3}V \quad (3.16)$$

La puissance consommée par la charge couplée en étoile est :

$$P = 3 \cdot V \cdot J \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (3.17)$$

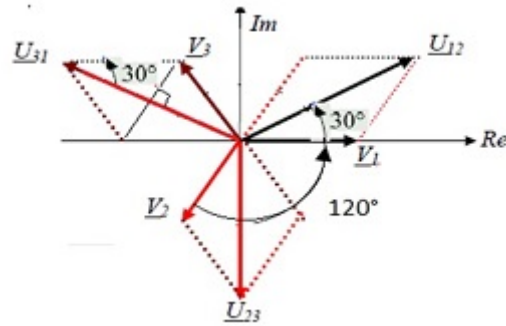


FIGURE 3.11 – Représentation des tensions simples et complexes

$$Q = 3 \cdot V \cdot J \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (3.18)$$

$$S = 3 \cdot V \cdot J = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \quad (3.19)$$

Les pertes joules :

$$P_j = 3 \cdot R \cdot I^2 \quad (3.20)$$

Avec :

R : La résistance d'une phase du récepteur

$$P_j = \frac{3}{2} r \cdot I^2 \quad (3.21)$$

Avec :

r : Résistance mesurée aux bornes de deux phases du récepteur.

2) Couplage triangle

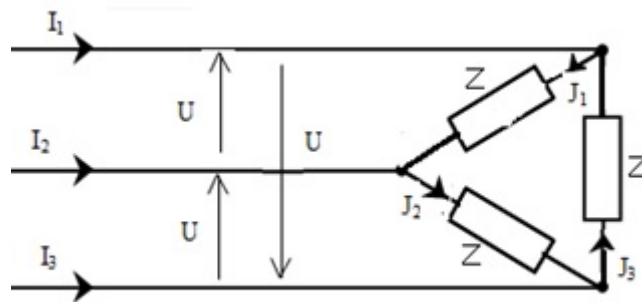


FIGURE 3.12 – Couplage triangle

Les courants J_1 , J_2 et J_3 qui traversent ces impédances sont appelés courants de phases.

On peut écrire :

$$I = \sqrt{3} J \quad (3.22)$$

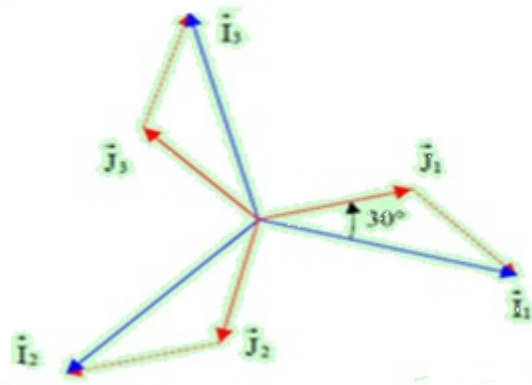


FIGURE 3.13 – Représentation des courants de ligne et de phase

La puissance consommée par la charge couplée en triangle est :

$$P = 3 \cdot U \cdot J \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (3.23)$$

$$Q = 3 \cdot U \cdot J \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi \quad (3.24)$$

$$S = 3 \cdot U \cdot J = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \quad (3.25)$$

Les pertes joules :

$$P_j = 3 \cdot R \cdot J^2 = R \cdot I^2 \quad (3.26)$$

Avec :

R : La résistance d'une phase du récepteur

$$P_j = \frac{3}{2} r \cdot I^2 \quad (3.27)$$

Avec :

r : Résistance mesurée aux bornes de deux phases du récepteur.

3.4.3 Mesure des puissances

En électrotechnique les mesures de puissance sont effectuées au moyen de wattmètres, dont le symbole est donné ci-après :

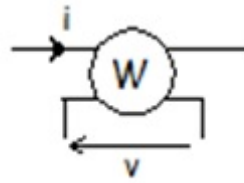


FIGURE 3.14 – Le symbole du Wattmètre

Cet appareil permet de mesurer la puissance active correspondant au courant i traversant son circuit courant et à la tension v aux bornes de son circuit tension.

1) Méthode des trois wattmètres

En régime sinusoïdal équilibré, la puissance active consommée par la charge peut être mesurée avec trois wattmètres montés entre une phase et un neutre comme le présente la figure suivante :

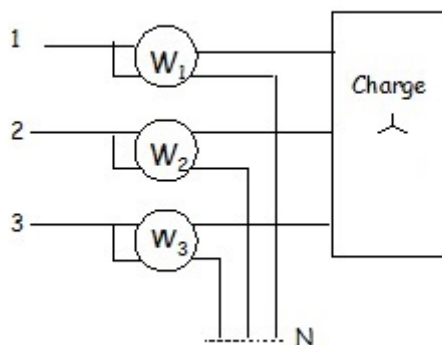


FIGURE 3.15 – Mesure de la puissance par la méthode des 3 Wattmètres

Ce montage est valable que la charge soit montée en étoile ou en triangle ; en l'absence du neutre il est constitué un neutre fictif.

La puissance active est donnée par la somme des trois puissances actives mesurées par les wattmètres :

$$P = P_1 + P_2 + P_3 \quad (3.28)$$

Cette méthode de mesure est valide même dans le cas des régimes déséquilibrés.

2) Méthode des deux wattmètres

En régime sinusoïdal équilibré, la puissance active consommée par la charge peut être mesurée avec deux wattmètres montés entre deux phases comme le présente la figure suivante :

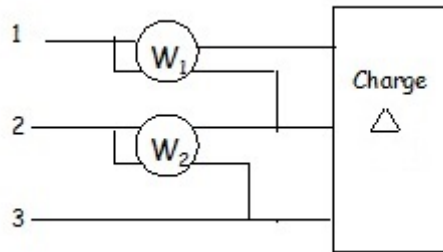


FIGURE 3.16 – Mesure de la puissance par la méthode des deux Wattmètres

La puissance active est donnée par la somme des deux puissances actives mesurées par les wattmètres :

$$P = P_1 + P_2 \quad (3.29)$$

$$Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) \quad (3.30)$$

3.4.4 Amélioration du facteur de puissance

Pour relever le facteur de puissance, on ajoute trois condensateurs identiques en parallèle avec l'installation triphasée. Pour cela, on peut brancher ces trois condensateurs soit en étoile ou en triangle.

1) Branchement étoile

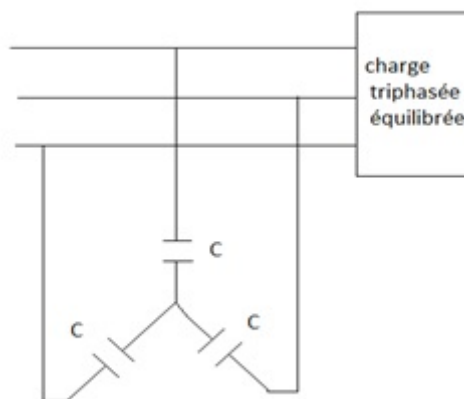


FIGURE 3.17 – Condensateurs branchés en étoile

La capacité d'un condensateur est :

$$C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{3 \cdot V^2 \cdot \omega} \quad (3.31)$$

En remplaçant V par $U/\sqrt{3}$, On peut écrire :

$$C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{U^2 \cdot \omega} \quad (3.32)$$

2) Branchement triangle

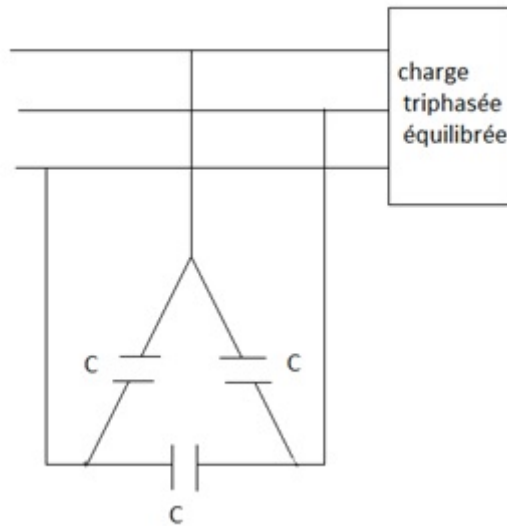


FIGURE 3.18 – Condensateurs branchés en triangle

La capacité d'un condensateur est :

$$C = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{3 \cdot U^2 \cdot \omega} \quad (3.33)$$

Pour un même facteur de puissance, la capacité du condensateur dans un branchement triangle est le tiers de la capacité du condensateur dans un branchement étoile. A cet effet, il est préférable de brancher les condensateurs en Triangle.

3.5 Exercices résolus

3.5.1 Exercice 1

1) Énoncé

Une installation triphasée équilibrée est alimentée par un réseau 220V, 380V, 50Hz. Chaque fil de phase est assimilable à un circuit inductif série de résistance $r = 0,6\Omega$ et d'inductance $L = 1,2mH$. L'installation comporte 30 lampes à incandescence marquées 100W – 200V, également réparties sur les trois phases et deux moteurs triphasés M_1 et M_2 dont les caractéristiques nominales sont :

Moteur M_1 : $U = 380V$; $f = 50Hz$; $P_{u1} = 4kW$; $\cos \varphi_1 = 0,6$ et rendement $\eta_1 = 80\%$.

Moteur M_2 : $U = 380V$; $f = 50Hz$; $P_{u2} = 3kW$; $\cos \varphi_2 = 0,7$ et rendement $\eta_2 = 85\%$.

1. Lorsque tous les appareils fonctionnent ensemble, calculer :

- La puissance active totale.

- La puissance réactive totale.
 - La puissance apparente totale.
 - L'intensité efficace du courant dans chaque fil de ligne.
 - Le facteur de puissance de l'installation.
 - La valeur efficace U_1 de la tension au départ de la ligne.
 - Les pertes totales par effet joule dans les fils de ligne (les exprimer en pourcentage de la puissance P_1 au départ de la ligne).
2. Afin de relever le facteur de puissance de l'installation, trois condensateurs couplés en triangle sont branchés en parallèles aux bornes de l'installation. La capacité de chaque condensateur est $C = 35\mu F$. Calculer :
- La puissance réactive de l'ensemble installation-condensateurs.
 - Le facteur de puissance.
 - L'intensité efficace I_2 du courant dans chaque fil de ligne.
 - La valeur efficace U_2 de la tension au départ de la ligne.
 - Les pertes totales par effet joule dans les fils de ligne (les exprimer en pourcentage de la puissance P_1 au départ de la ligne).
 - Quelles sont les améliorations apportées par le relèvement du facteur de puissance.

2) Solution

1. Les appareils fonctionnent ensemble

- La puissance active totale

$$P_t = P_{lamp} + P_{M1} + P_{M2}$$

$$P_{lamp} = 30 \times 100 = 3000W$$

$$\eta_{M1} = \frac{P_{u1}}{P_{M1}} \Rightarrow P_{M1} = \frac{P_{u1}}{\eta_{M1}}$$

$$P_{M1} = \frac{4000}{0.8} = 5000W$$

$$\eta_{M2} = \frac{P_{u2}}{P_{M2}} \Rightarrow P_{M2} = \frac{P_{u2}}{\eta_{M2}}$$

$$P_{M2} = \frac{3000}{0.85} = 3529.41W$$

$$P_t = 3000 + 5000 + 3529.14 = 11529.14W$$

- La puissance réactive totale

$$Q_t = Q_{lamp} + Q_{M1} + Q_{M2}$$

$$Q_{lamp} = 0$$

$$\tan \varphi_{M1} = \frac{Q_{M1}}{P_{M1}} \Rightarrow Q_{M1} = P_{M1} \tan \varphi_{M1}$$

$$Q_{M1} = 5000 \times 1.33 = 6650 \text{ VAR}$$

$$Q_{M2} = P_{M2} \tan \varphi_{M2}$$

$$Q_{M1} = 3529.14 \times 1.02 = 3600 \text{ VAR}$$

$$Q_t = 0 + 6650 + 3600 = 10250 \text{ VAR}$$

$$S_t = \sqrt{P_t^2 + Q_t^2} = \sqrt{11529.14^2 + 10250^2} = 15426.72 \text{ VA}$$

- L'intensité du courant dans chaque fil de ligne

$$S_t = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \Rightarrow I = \frac{S_t}{\sqrt{3} \cdot U}$$

$$I = \frac{15426.72}{\sqrt{3} \times 380} = 23.44 \text{ A}$$

- Le facteur de puissance de l'installation

$$\cos \varphi = \frac{P_t}{S_t} = \frac{11529.14}{15426.72} = 0.75$$

- La tension U_1 au départ de la ligne

$$U_1 = \sqrt{3} V_1$$

$$V_1 = V_l + V$$

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 219.4V$$

$$V_l = Z_l \cdot I$$

$$Z_l = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{0.6^2 + (1.2 \times 10^{-3} \times 314)^2} = 0.71\Omega$$

$$V_l = 0.71 \times 23.44 = 16.64V$$

$$V_1 = 16.64 + 219.4 = 236.04V$$

$$U_1 = \sqrt{3} \times 236.04 = 408.83V$$

- Les pertes totales par effet joule dans les fils de ligne

$$P_j = 3 \cdot r \cdot I^2 = 3 \times 0.6 \times 23.44^2 = 989W$$

$$P_1 = P_j + P_t = 989 + 11529.14 = 12518.14W$$

$$P_{j\%} = \frac{P_j \cdot 100}{P_1} = \frac{989 \times 100}{12518.14} = 7.9\%$$

2. $C = 35\mu F$

- La puissance réactive de l'ensemble installation- condensateur

$$Q' = Q_t + Q_C$$

$$Q_C = -3U^2C\omega = -3 \times 380^2 \times 35 \times 10^{-6} \times 314 = -4760.87$$

$$Q' = 10250 - 4760.87 = 5489.13VAR$$

- Le facteur de puissance

$$\cos \varphi' = \frac{P_t}{S'}$$

$$S' = \sqrt{P_t^2 + Q'^2} = 11529.14^2 + 5489.13^2 = 12769.16VA$$

$$\cos \varphi' = \frac{11529.14}{12769.16} = 0.9$$

- Le courant I_2

$$P_t = \sqrt{3}U I_2 \cos \varphi' \Rightarrow I_2 = \frac{P_t}{\sqrt{3}U \cos \varphi'}$$

$$I_2 = \frac{11529.14}{\sqrt{3} \times 380 \times 0.9} = 19.46A$$

- La tension U_2

$$U_2 = \sqrt{3}V_2$$

$$V_2 = V_l' + V$$

$$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 219.4V$$

$$V_l' = Z_l \cdot I_2$$

$$V_l' = 0.71 \times 19.46 = 13.82V$$

$$V_1' = 13.82 + 219.4 = 233.22V$$

$$U_2 = \sqrt{3} \times 233.22 = 403.95V$$

- Les pertes totales par effet joule dans les fils de ligne

$$P_j' = 3 \cdot r \cdot I_2^2 = 3 \times 0.6 \times 19.46^2 = 681.65W$$

$$P_2 = P_j' + P_t = 681.65 + 11529.14 = 12210.8W$$

$$P_{j\%}' = \frac{P_j' \cdot 100}{P_2} = \frac{681.65 \times 100}{12210.8} = 5.58\%$$

- En relevant le facteur de puissance, le courant a diminué et par conséquent les pertes dans la ligne ont diminuées puisqu'elles sont proportionnelles au carré du courant.

3.5.2 Exercice 2 :

1) Énoncé

Soit un récepteur triphasé équilibré constitué de trois radiateurs $R = 100\Omega$. Ce récepteur est alimenté par un réseau triphasé $230V/400V$ à $50Hz$.

1. Calculer la valeur efficace I du courant de ligne et la puissance active P consommée quand le couplage du récepteur est en étoile.
2. Reprendre la question avec un couplage en triangle.
3. Conclure.

2) Solution

1. Couplage étoile

- Le courant I

$$V = R \cdot I \Rightarrow I = \frac{V}{R}$$

$$I = \frac{230}{100} = 2.3A$$

- La puissance P

$$P = 3 \cdot R \cdot I^2 = 3 \times 100 \times 2.3^2 = 1587W$$

2. Couplage triangle

- Le courant I

$$U = R \cdot J \Rightarrow J = \frac{U}{R}$$

$$J = \frac{400}{100} = 4A$$

$$I = \sqrt{3}J = \sqrt{3} \times 4 = 6.93A$$

- La puissance P

$$P = R \cdot I^2 = 100 \times 6.93^2 = 4802.49W$$

3. Le courant de ligne en couplage triangle est trois fois plus que celui en couplage étoile.

La puissance consommée en triangle est trois fois plus que celle consommée en couplage étoile.

3.5.3 Exercice 3 :

1) Énoncé

Sur un réseau (230V/400V, 50Hz) sans neutre, on branche en étoile un récepteur composé de trois dipôles capacitifs identiques de résistance $R = 20\Omega$ en série avec une capacité $C = 20\mu F$.

1. Déterminer l'impédance complexe de chaque dipôle. Calculer son module et son argument.
2. Déterminer la valeur efficace des courants en ligne, ainsi que leur déphasage par rapport aux tensions simples.
3. Calculer les puissances active et réactive consommées par le récepteur triphasé, ainsi que la puissance apparente.

2) Solution

1. L'impédance complexe

$$\bar{Z} = R - j \frac{1}{C\omega} = 20 - j \frac{1}{20 \times 10^{-6} \times 314}$$

$$\bar{Z} = 20 - j159.24$$

$$Z = \sqrt{20^2 + (-159.24)^2} = 160.5\Omega$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-159.24}{20}\right) = -82^\circ.84$$

2. Courant en ligne

$$V = Z \cdot I \Rightarrow I = \frac{V}{Z} = \frac{230}{160.5} = 1.43A$$

Le déphasage est : $\varphi = 82^\circ.84$.

3. Les puissances P , Q et S

$$P = 3 \cdot R \cdot I^2 = 3 \times 20 \times 1.43^2 = 122.7W$$

Ou bien :

$$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \times 230 \times 1.43 \times 0.125 = 122.98W$$

$$Q = 3 \cdot X \cdot I^2 = 3 \times (-159.24) \times 1.43^2 = -977 \text{ VAR}$$

Ou bien :

$$Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin \varphi = 3 \times 230 \times 1.43 \times (-0.99) = -976.83 \text{ VAR}$$

$$S = 3 \cdot Z \cdot I^2 = 3 \times 160.5 \times 1.43^2 = 984.62 \text{ VA}$$

Ou bien :

$$S = 3 \cdot V \cdot I = 3 \times 230 \times 1.43 = 986.7 \text{ VA}$$

Ou bien :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{122.7^2 + (-977)^2} = 984.68 \text{ VA}$$

3.5.4 Exercice 4 :

1) Énoncé

Trois récepteurs monophasés identiques ont des impédances de module Z .

1. Ils sont couplés en triangle sur le réseau $220/380\text{V}; 50\text{Hz}$. La puissance est mesurée par la méthode des deux wattmètres : $P_a = 1736\text{W}$ et $P_b = 264\text{W}$.
 - Calculer les puissances active et réactive.
 - Déterminer le facteur de puissance et le courant en ligne. En déduire l'impédance Z .
2. Les récepteurs sont maintenant couplés en étoile.
 - Calculer le courant en ligne
 - Les puissances active et réactive.

2) Solution

1. Couplage triangle

- Calcule de P et Q

$$P = P_a + P_b = 1736 + 264 = 2000\text{W}$$

$$Q = \sqrt{3}(P_a - P_b) = \sqrt{3}(1736 - 264) = 2549.58 \text{ VAR}$$

- Le facteur de puissance, le courant de ligne et l'impédance Z

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{2000^2 + 2549.58^2} = 3240.43 \text{ VA}$$

$$\cos \varphi = \frac{2000}{3240.43} = 0.62$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \Rightarrow I = \frac{S}{\sqrt{3} \cdot U}$$

$$I = \frac{3240.43}{\sqrt{3} \times 380} = 4.92 \text{ A}$$

$$U = Z \cdot J \Rightarrow Z = \frac{U}{J}$$

$$J = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{4.92}{\sqrt{3}} = 2.84 \text{ A}$$

$$Z = \frac{380}{2.84} = 133.8 \Omega$$

2. Couplage étoile

- Le courant de ligne

$$V = Z \cdot I \Rightarrow I = \frac{V}{Z}$$

$$I = \frac{220}{133.8} = 1.64 \text{ A}$$

- Calcule de P et Q

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 1.64 \times 0.62 = 669.24 \text{ W}$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \times 380 \times 1.64 \times 0.785 = 847.34 \text{ VAR}$$

3.6 Exercices à résoudre

3.6.1 Exercice 1 :

Une installation alimentée en triphasé $220/380V; 50Hz$ comprend :

- Un moteur de puissance utile $8kW$, de rendement 85% et de facteur de puissance 0.8 .
- Un ensemble de 60 lampes $220V; 100W$.

1. Comment sont couplées les lampes ?
2. Calculer le courant en ligne et le facteur de puissance de l'ensemble.
3. Calculer la capacité des condensateurs couplés en triangle qui relève le facteur de puissance à 1.

3.6.2 Exercice 2 :

Le moteur est alimenté par le réseau $220V/380V; 50Hz$. On mesure la puissance absorbée par la méthode des 2 wattmètres : $P_1 = 4800W$ et $P_2 = 1500W$.

- Calculer les puissances active et réactive. En déduire le courant en ligne et le facteur de puissance du moteur .
- Donner le schéma permettant de mesurer le courant en ligne, la tension composée et les puissances de la méthode des 2 wattmètres. Préciser les calibres des appareils.
- Proposer un autre montage de mesure de la puissance active.

3.6.3 Exercice 3 :

On connaît les puissances active et apparente consommées par un utilisateur ayant une charge triphasée équilibrée : $P = 20KW$ et $S = 30KVA$. La tension d'alimentation est de $500V$. Calculer pour les deux modes de branchement :

1. Le courant de ligne
2. Le courant de phase
3. L'impédance Z

3.7 Rappel du cours sur les systèmes triphasés dés-équilibrés

Il existe trois types de circuits déséquilibrés :

1. **Charge déséquilibré** : Court- circuit dans la charge, ou une mauvaise répartition des charges monophasées sur le réseau triphasé.
2. **Source déséquilibré** : Court- circuit dans la source ou dans un transformateur.

3. Combinaison de source et charge déséquilibrées.

En pratique, on trouve des charges déséquilibrées plus que des sources déséquilibrées. On conçoit les sources pour qu'elles soient le plus équilibrées possibles.

On peut utiliser l'une des deux méthodes d'étude pour résoudre ces circuits :

- Les lois relatives aux circuits électriques (mailles, noeuds, etc,...)
- Méthode des composantes symétriques

3.7.1 Composantes symétriques

Tout système triphasé déséquilibré peut être décomposé en une somme d'un système direct, d'un système inverse et d'un système homopolaire.

1) Système direct

Le système direct est un système triphasé équilibré de séquence directe (abc).

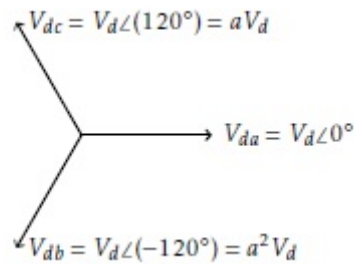


FIGURE 3.19 – Séquence directe

$$\text{Système directe} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_{da} \\ V_{db} \\ V_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} V_d \quad (3.34)$$

Où :

a : rotation d'un angle de 120°

$$a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

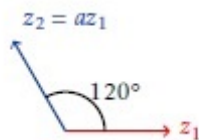


FIGURE 3.20 – Opérateur complexe a

a^2 : rotation d'un angle de 240°

$$a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

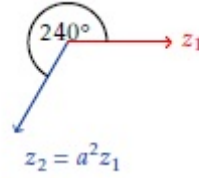


FIGURE 3.21 – Opérateur complexe a^2

2) Système inverse

Le système inverse est un système triphasé équilibré de séquence directe (acb).

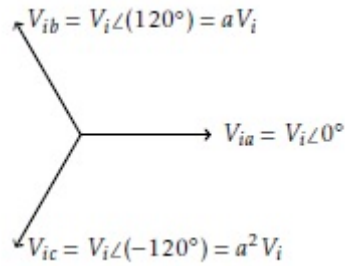


FIGURE 3.22 – Séquence inverse

$$\text{Système inverse} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_{ia} \\ V_{ib} \\ V_{ic} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix} V_i \quad (3.35)$$

3) Système homopolaire

Le système homopolaire est un système triphasé équilibré où les tensions sont égales.

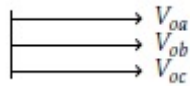


FIGURE 3.23 – Séquence homopolaire

$$\text{Système homopolaire} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_{oa} \\ V_{ob} \\ V_{oc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} V_o \quad (3.36)$$

Dans ce cas, $V_{oa} = V_{ob} = V_{oc} = V_o$

En combinant les trois systèmes (directe, inverse et homopolaire) on obtient un système complet :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \text{ Un système triphasé déséquilibré.}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} V_d + \begin{bmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix} V_i + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} V_o \quad (3.37)$$

On peut simplifier la représentation du système en écrivant :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Le calcul des tensions des systèmes se fait à l'aide de la matrice inverse de M

$$M^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

3.7.2 Composantes symétriques et courants

Soit un système triphasé déséquilibré avec des courants : $\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$

On obtient les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

3.7.3 Composantes symétriques et impédances

Soit un système triphasé déséquilibré avec des impédances : $\begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix}$

On obtient les relations suivantes :

$$\begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} Z_d \\ Z_i \\ Z_o \end{bmatrix} ; \begin{bmatrix} Z_d \\ Z_i \\ Z_o \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

3.7.4 Calcul de puissance

Soit une charge triphasée équilibrée :

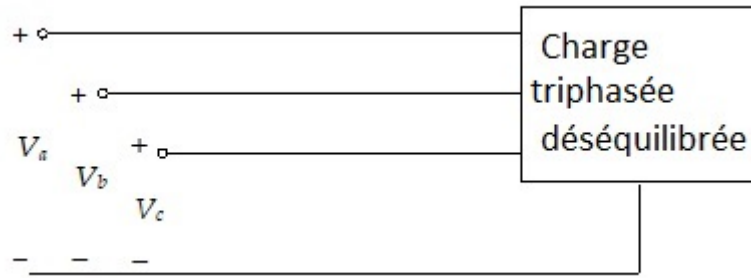


FIGURE 3.24 – Circuit triphasé

La puissance apparente totale est :

$$S = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* \quad (3.41)$$

$$S = \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix}^* \quad (3.42)$$

$$S = 3V_d I_d^* + 3V_i I_i^* + 3V_o I_o^* \quad (3.43)$$

Mesure de puissance

Pour mesurer la puissance dans un système déséquilibré, on utilise :

- La méthode des deux wattmètres si le neutre n'est pas branché
- La méthode des trois wattmètres si le neutre est branché

3.8 Exercices résolus

3.8.1 Exercice 1 :

1) Énoncé

On mesure des tensions et impédances dans un système triphasé de :

$$V_{ab} = 200 \angle 0^\circ$$

$$V_{ab} = 173.2 \angle 210^\circ$$

$$V_{ab} = 100 \angle 120^\circ$$

$$Z_{an} = 20 - j10 \Omega$$

$$Z_{bn} = 30 + j10\Omega$$

$$Z_{cn} = 10 + j15\Omega$$

1. Quelles sont les composantes de séquence directe, inverse et homopolaire des tensions de ligne, des impédances, des courants et des tensions de phase ?
2. Quels sont les courants I_{an} , I_{bn} et I_{cn} pris par cette charge ?
3. Quelles sont les tensions V_{an} , V_{bn} et V_{cn} aux bornes de cette charge ?

2) Solution

1. Les composantes de séquences directe, inverse et homopolaire

- Les tensions de ligne :

$$\begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} V_{dl} \\ V_{il} \\ V_{ol} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_{dl} \\ V_{il} \\ V_{ol} \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} V_{ab} \\ V_{bc} \\ V_{ca} \end{bmatrix}$$

Donc :

$$\begin{bmatrix} V_{dl} \\ V_{il} \\ V_{ol} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200\angle 0^\circ \\ 173.2\angle 210^\circ \\ 100\angle 120^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 152.7\angle -10^\circ.9 \\ 57.7\angle 30^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Les impédances

$$\begin{bmatrix} Z_d \\ Z_i \\ Z_o \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} Z_a \\ Z_b \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.25\angle -49^\circ.1 \\ 13.3\angle -96^\circ.1 \\ 20.6\angle 14^\circ \end{bmatrix}$$

- Les courants :

Dans une charge sans neutre, $I_0 = 0$. Donc, on obtient les équations suivantes :

$$V_d = Z_o I_d + Z_i I_i = 88.16\angle -40^\circ.9$$

$$V_i = Z_d I_d + Z_o I_i = 33.33\angle 60^\circ$$

$$V_o = Z_i I_d + Z_d I_i$$

On obtient :

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_i \end{bmatrix} = [Z]^{-1} \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\angle -52^\circ \\ 1.93\angle 49^\circ \end{bmatrix}$$

- Les tensions de phase :

$$V_{dl} = 152.7\angle -10^\circ.9 \implies V_d = \frac{152.7\angle -10^\circ.9}{\sqrt{3}\angle 30^\circ} = 88.16\angle -40^\circ.9$$

$$V_{il} = 57.7\angle 30^\circ \implies V_i = \frac{57.7\angle 30^\circ}{\sqrt{3}\angle -30^\circ} = 33.3\angle 60^\circ$$

$$V_{ol} = 0 \implies V_o = Z_i I_d + Z_d I_i = 37\angle -145^\circ$$

2. Les courants I_{an} , I_{bn} et I_{cn}

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.25\angle -17^\circ \\ 4.9\angle -179^\circ \\ 2\angle 29^\circ \end{bmatrix} A$$

3. Les tensions V_{an} , V_{bn} et V_{cn}

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72\angle -43^\circ \\ 155\angle -161^\circ \\ 37\angle 85^\circ \end{bmatrix} V$$

3.9 Exercices à résoudre

3.9.1 Exercice 1 :

Les tensions de ligne aux bornes d'une charge en étoile sans fil neutre sont respectivement $200V$, $160V$ et $209V$ pour V_{ab} , V_{bc} et V_{ca} . Les impédances de chacune des phases de la charge sont :

$$Z_{an} = 6 + j0\Omega$$

$$Z_{bn} = 5.2 - j3\Omega$$

$$Z_{cn} = 5 + j12\Omega$$

Déterminer la tension aux bornes de chacune des trois impédances.

3.9.2 Exercice 2 :

Une source triphasée équilibrée de $120/208V$, 4 fils, alimente une charge triphasée en étoile. Des mesures ont permis de recueillir les informations suivantes :

$$V_{an} = 120\angle 0^\circ$$

$$V_{bn} = 120\angle (-120^\circ)$$

$$V_{cn} = 120\angle 120^\circ$$

$$I_a = 23\angle -10^\circ$$

$$I_b = 24\angle -120^\circ$$

$$I_c = 18\angle 100^\circ$$

$$Z_l = 0.10 + j0.24\Omega$$

$$Z_n = 0.15 + j0.36\Omega$$

On demande d'effectuer une analyse exhaustive des tensions, des courants et des puissances et de faire quelques commentaires

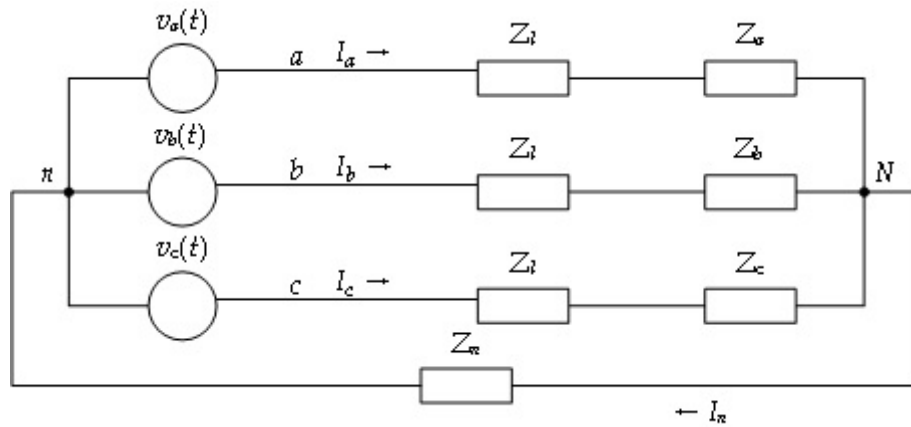


FIGURE 3.25

Chapitre 4

Circuit magnétique

4.1 Rappel du cours sur le circuit magnétique

4.1.1 Champ magnétique

On appelle champ magnétique la grandeur notée H créée dans le vide par toute charge électrique en mouvement ou par un aimant permanent. Il s'exprime en ampère par mètre ($A \cdot m^{-1}$).

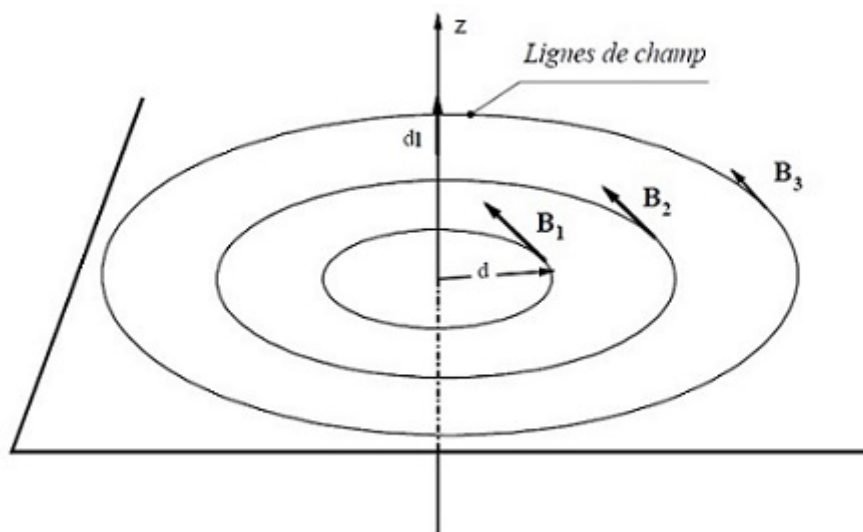


FIGURE 4.1 – Champ magnétique créé par un courant circulant dans un conducteur de longueur infinie

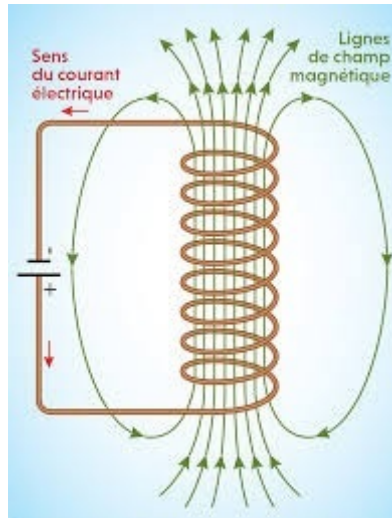


FIGURE 4.2 – Champ magnétique créé par un courant circulant dans une bobine

4.1.2 Induction magnétique

Dans un milieu magnétique soumis à une excitation magnétique on peut définir une induction magnétique B (exprimé en tesla, T). Champ et induction magnétiques sont liées par la relation :

$$B = \mu H$$

μ : étant la perméabilité magnétique du milieu (exprimée en Henry par mètre, $H \cdot m^{-1}$).

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

Avec :

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H \cdot m^{-1}$ la perméabilité magnétique du vide.

μ_r : Perméabilité relative du milieu (grandeur sans dimension)

Dans le vide on a :

$$B = \mu_0 H$$

4.1.3 Théorème d'Ampère

La circulation du vecteur H le long d'une courbe fermée (C) quelconque est égale à la somme algébrique des courants traversant la surface s'appuyant sur le contour (C).

$$\oint_C H \cdot dl = \sum_k \pm I_k$$

Le courant sera pris positivement s'il est dans le sens de la normale à la surface (règle du tirebouchon par rapport au sens de parcours du contour C).

Le courant sera pris négativement s'il est dans le sens contraire de la normale à la surface (règle du tire-bouchon par rapport au sens de parcours du contour C).

Exemple : Le courant I_2 n'intervient pas dans le calcul. L'application du théorème d'ampère donne :

$$\oint_C H \cdot dl = I_1 - I_3 + I_4 - I_5$$

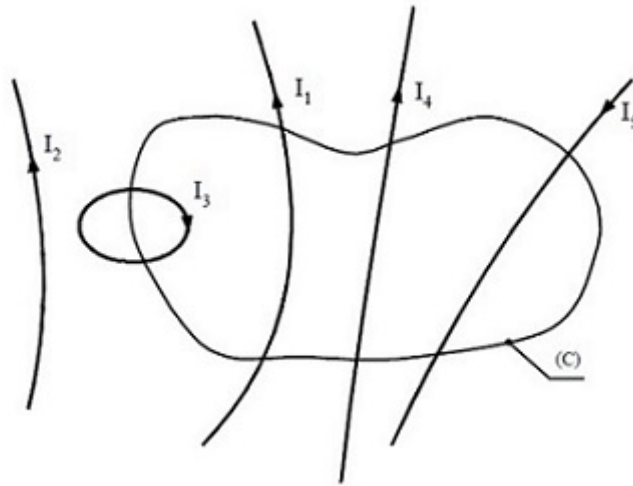


FIGURE 4.3 – Théorème d'Ampère

4.1.4 Flux magnétique

Le flux magnétique est donné par la relation suivante :

$$\phi = \int \int_s B \cdot dS = B \cdot S$$

S : section

B : Induction magnétique

En appliquant la loi de conservation du flux on obtient comme relation :

$$B_1 S_1 = B_2 S_2 + B_3 S_3$$

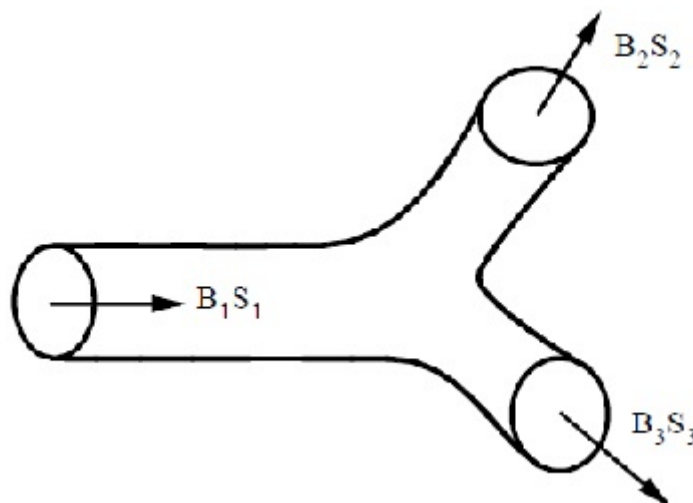


FIGURE 4.4 – Conservation du flux magnétique

Un circuit magnétique est dit parfait s'il canalise la totalité des lignes d'induction le parcourant sans qu'il y ait de fuites.

1) Tore sans entrefer

On considère un tore sans entrefer constitué par un matériau magnétique parfait et enlacé par une bobine comportant N spires et parcourue par un courant continu I :

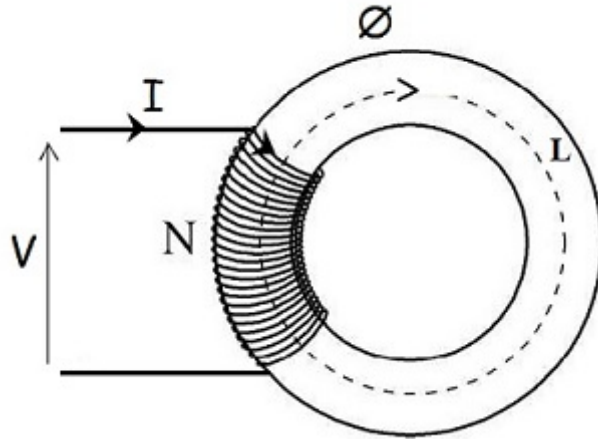


FIGURE 4.5 – Tore sans entrefer

L'application du théorème d'Ampère le long d'une ligne de champ (orientée dans le sens du flux créé par la bobine) donne :

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI = HL$$

Avec :

L : longueur moyenne des lignes de champ

On note :

$\xi = NI$: la force magnétomotrice (*f.m.m*), elle exprime le pouvoir qu'a la bobine à créer un flux dans le tore. On établit souvent une analogie avec la force électromotrice d'un générateur.

4.1.5 Reluctance

On appelle réluctance, notée \mathfrak{R} , du circuit magnétique le rapport de la force magnétomotrice sur le flux de B dans le tore :

$$\mathfrak{R} = \frac{\xi}{\phi}$$

Avec :

On obtient :

$$\mathfrak{R} = \oint_C \frac{dl}{\mu s} = \frac{L}{\mu S}$$

La réluctance caractérise l'opposition du circuit magnétique au passage du flux. Plus la réluctance d'un circuit magnétique est élevée, plus il est nécessaire d'appliquer une force magnétomotrice élevée pour obtenir un flux donné.

Loi d'Hopkinson

On généralise l'expression de la force magnétomotrice créée dans un circuit magnétique par plusieurs bobines :

$$\xi = \sum \pm NI = \mathfrak{R}\phi$$

le signe des termes en NI dépendent de l'orientation des flux créés.

2) Tore avec entrefer

Les circuits magnétiques utilisés pour la fabrication de moteurs comportent nécessairement des entrefers pour permettre la rotation de leurs parties mobiles. D'où l'importance de traiter le cas du tore avec entrefer : L'application du théorème d'Ampère donne :

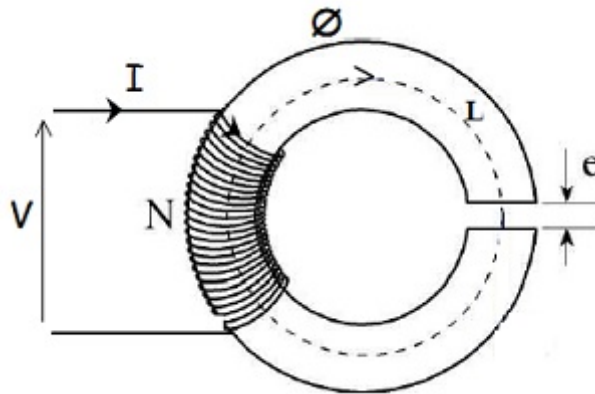


FIGURE 4.6 – Tore avec entrefer

$$NI = (L - e) \frac{B}{\mu} + e \frac{B}{\mu_0} = \frac{B}{\mu_0} \left[\frac{L - e}{\mu_r} + e \right]$$

D'où l'expression de la réluctance :

$$\mathfrak{R} = \frac{NI}{\phi} = \left[L + e \cdot \frac{\mu_r - 1}{\mu S} \right]$$

La réluctance d'un tore avec entrefer est plus importante que celle d'un tore sans entrefer ; pour obtenir la même induction magnétique il faut fournir un courant plus élevé.

4.1.6 Inductance propre

L'inductance d'un circuit est définie par le rapport entre la variation de flux vu par le bobinage (composé de N spires) divisé par la variation du courant d'excitation

$$L = N \frac{\partial \phi}{\partial i}$$

Sachant que :

$$\phi = \frac{NI}{\mathfrak{R}}$$

Donc :

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$$

4.1.7 Inductance mutuelle

L'inductance mutuelle entre deux bobine L_1 et L_2 est :

$$M = \sqrt{L_1 L_2}$$

Sachant que :

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}}$$

et

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}}$$

Donc :

$$M = \frac{N_1 N_2}{\mathfrak{R}}$$

4.1.8 Analogie magnétique - électrique

A tout circuit magnétique, on peut affecter une représentation électrique permettant d'étudier le comportement du circuit à l'aide de relations électriques.

TABLE 4.1 – Analogie magnétique - électrique

Grandeurs magnétiques	Grandeurs électriques
Force magnétomotrice : NI	Force électromotrice : U
Flux magnétique : ϕ	Courant électrique : I
Réductance : $\mathfrak{R} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \frac{l}{S}$	Résistance : $R = \rho \frac{l}{S}$
Loi d'Opkinson : $NI = \mathfrak{R}\phi$	Loi d'Ohm : $U = RI$

4.1.9 Pertes fer

1) Pertes par hystérésis

Ce type de pertes est lié au cycle d'hystérésis du matériau. Le parcours du cycle $B(H)$ fait apparaître une perte d'énergie qui correspond alors à un échauffement de la matière. Les pertes par hystérésis sont donc proportionnelles à la fréquence et sont liées à la structure du matériau.

$$P = \alpha B_M^2 f$$

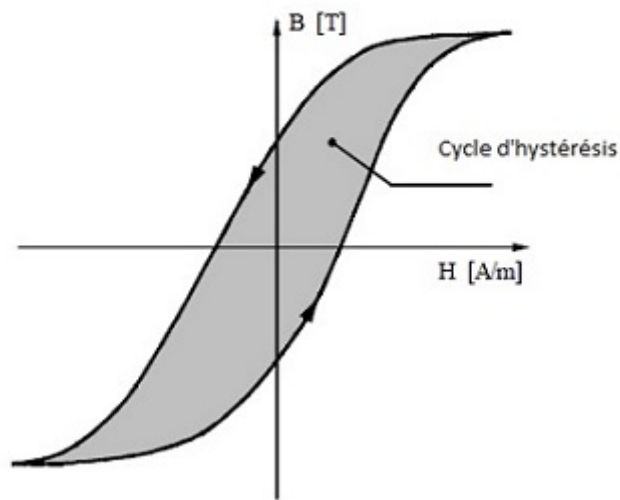


FIGURE 4.7 – Pertes par d'hystérésis

1) Pertes par courant de Foucault

Les variations du champ magnétique dans la matière génèrent par induction des courants induits qui se rebouclent sur eux-mêmes. Il y a donc échauffement par effet joule. Cette fois-ci ces pertes sont proportionnelles au carré de la fréquence.

$$P = \beta B_M^2 f^2$$

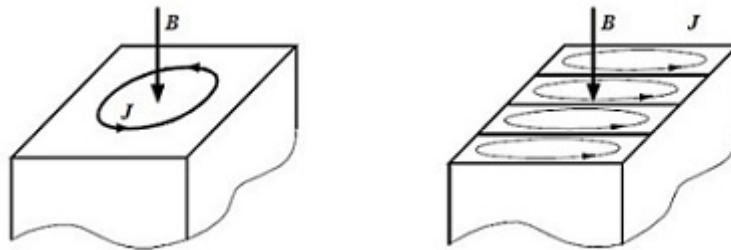


FIGURE 4.8 – Pertes par courant de Foucault

Afin de les limiter, on cherche à réduire le parcours des courants induits, c'est pour cette raison que l'on utilise des circuits magnétiques feuilletés isolés.

4.2 Exercices résolus

4.2.1 Exercice 1 :

1) Énoncé

Soit le circuit magnétique représenté par la figure ci-dessus.

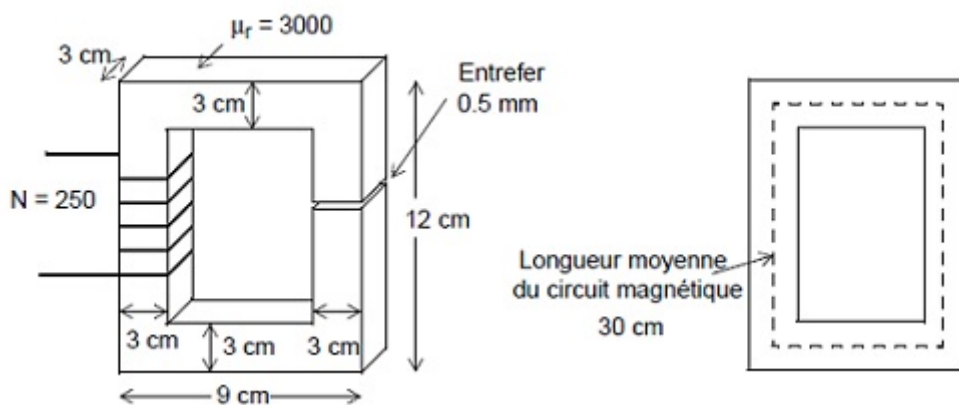


FIGURE 4.9

Déterminer

1. La reluctance du circuit magnétique
2. L'inductance de la bobine
3. L'intensité du courant électrique nécessaire pour créer un champ magnétique d'induction $1.2T$.

2) Solution

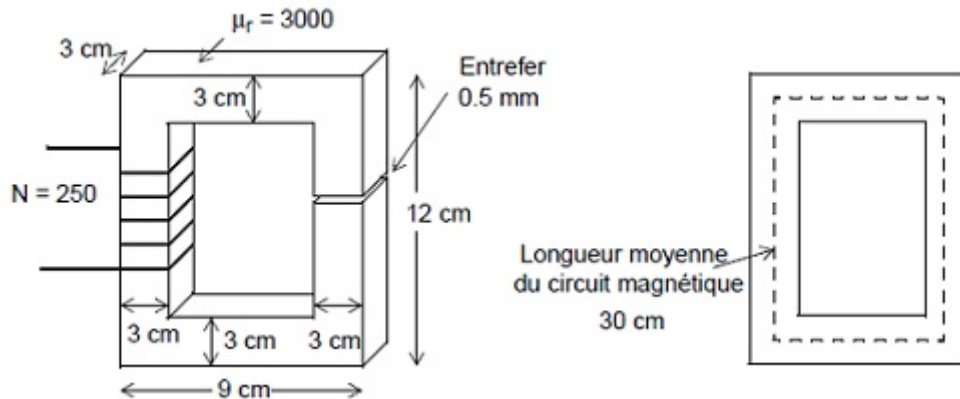


FIGURE 4.10

1. La réluctance du circuit magnétique

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_{fer} + \mathfrak{R}_{air} = \frac{l}{\mu S} + \frac{e}{\mu_0 S} = \frac{0.3}{3000 \times 4 \times \pi \times 10^{-7} \times 9 \times 10^{-4}}$$

$$\mathfrak{R} = 8.84 \times 10^4 + 4.42 \times 10^5 = 5.305 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

2. L'inductance de la bobine

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} = \frac{250^2}{5.305 \times 10^5} = 0.118 \text{ H}$$

3. Le courant électrique

$$NI = \mathfrak{R}\phi \implies I = \frac{\mathfrak{R}\phi}{N}$$

$$\phi = B \cdot S = 1.2 \times 9 \times 10^{-4} = 1.08 \text{ mWb}$$

$$I = \frac{5.305 \times 10^5 \times 1.08 \times 10^{-3}}{250} = 2.29 \text{ A}$$

4.2.2 Exercice 2 :

1) Énoncé

Soit le circuit magnétique représenté par la figure ci- dessus.

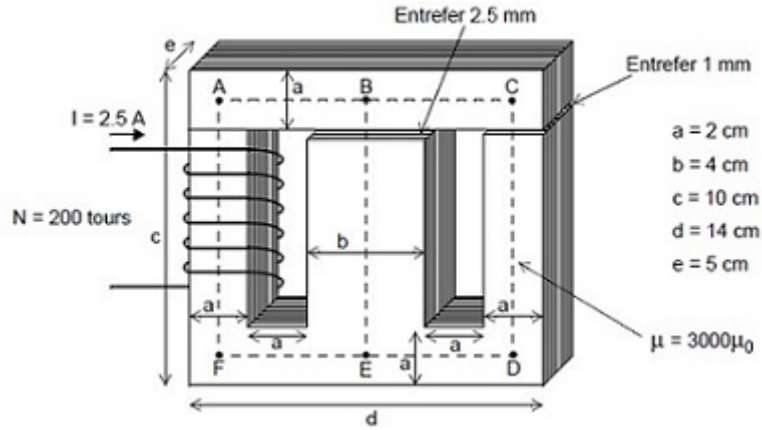


FIGURE 4.11

1. Donner le circuit équivalent du système électromagnétique
2. L'inductance de la bobine
3. Les inductances magnétiques dans les entrefers

2) Solution

1. Le circuit équivalent du système électromagnétique

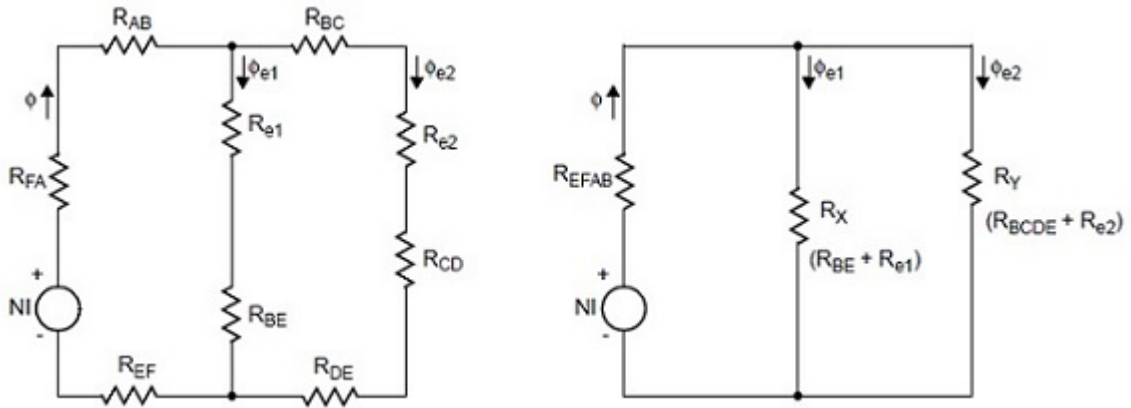


FIGURE 4.12

$$\mathfrak{R}_{e1} = \frac{e_1}{\mu_0 S} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-3}} = 0.9947 \times 10^6 \text{ Atr/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_{e2} = \frac{e_2}{\mu_0 S} = \frac{1 \times 10^{-3}}{4\pi \times 10^{-7} \times 1 \times 10^{-3}} = 7.9577 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_{EFAB} = \frac{l_{EFAB}}{\mu S} = \frac{0.2}{3000 \times \pi \times 10^{-7} \times 1 \times 10^{-3}} = 5.3052 \times 10^4 \text{ Atr/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_{BCDE} = \mathfrak{R}_{EFAB} = 5.3052 \times 10^4 \text{ Atr/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_{BE} = \frac{l_{BE}}{\mu S} = \frac{0.08}{3000 \times \pi \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-3}} = 1.061 \times 10^4 \text{ Atr/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_X = \mathfrak{R}_{BE} + \mathfrak{R}_{e1} = 1.061 \times 10^4 + 0.9947 \times 10^6 = 1.005 \times 10^6 \text{ Atr/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_Y = \mathfrak{R}_{BCDE} + \mathfrak{R}_{e2} = 5.3052 \times 10^4 + 7.9577 \times 10^5 = 0.8488 \times 10^6 \text{ Atr/Wb}$$

2. L'inductance de la bobine

$$L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}_{eq}}$$

$$\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R}_{EFAB} + \frac{\mathfrak{R}_X \times \mathfrak{R}_Y}{\mathfrak{R}_X + \mathfrak{R}_Y} = 5.3052 \times 10^4 + \frac{1.005 \times 10^6 \times 0.8488 \times 10^6}{1.005 \times 10^6 + 0.8488 \times 10^6} = 5.1312 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

$$L = \frac{200^2}{5.1312 \times 10^5} = 77.9 \text{ mH}$$

3. Les inductions magnétiques dans les entrefers

$$B_{e1} = \frac{\phi_{e1}}{S_1}$$

$$B_{e2} = \frac{\phi_{e2}}{S_2}$$

$$\phi = \frac{NI}{\mathfrak{R}_{eq}} = \frac{200 \times 2.5}{5.1312 \times 10^5} = 9.7426 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

En utilisant la loi des diviseurs de courants, on obtient :

$$\phi_{e1} = \frac{\mathfrak{R}_Y}{\mathfrak{R}_X + \mathfrak{R}_Y} \times \phi = \frac{0.8488 \times 10^6}{1.005 \times 10^6 + 0.8488 \times 10^6} \times 9.7426 \times 10^{-4} = 4.4608 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\phi_{e2} = \phi - \phi_{e1} = 9.7426 \times 10^{-4} - 4.4608 \times 10^{-4} = 5.2818 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$B_{e1} = \frac{4.4608 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 0.223 \text{ T}$$

$$B_{e2} = \frac{5.2818 \times 10^{-4}}{1 \times 10^{-3}} = 0.528 \text{ T}$$

4.2.3 Exercice 3 :

1) Énoncé

Soit le circuit magnétique représenté par la figure ci-dessus.

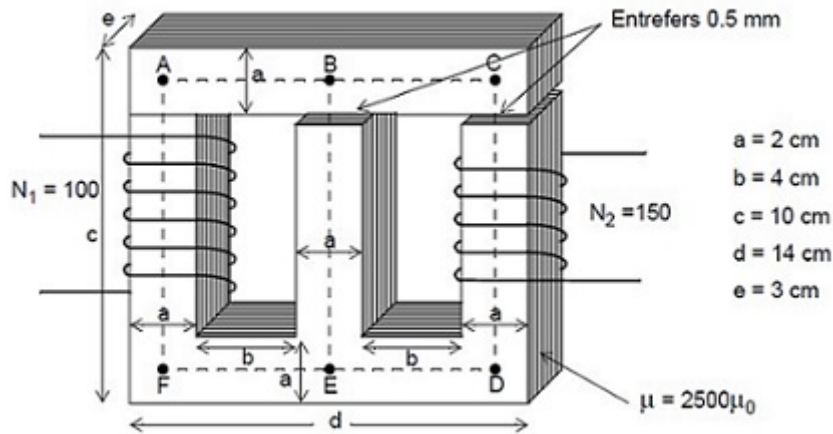


FIGURE 4.13

1. Donner le circuit équivalent du système électromagnétique
2. L'inductance de la bobine 1
3. L'inductance de la bobine 2
4. L'inductance mutuelle entre la bobine 1 et la bobine 2

2) Solution

1. Le circuit équivalent du système électromagnétique La réluctance de l'entrefer \mathfrak{R}

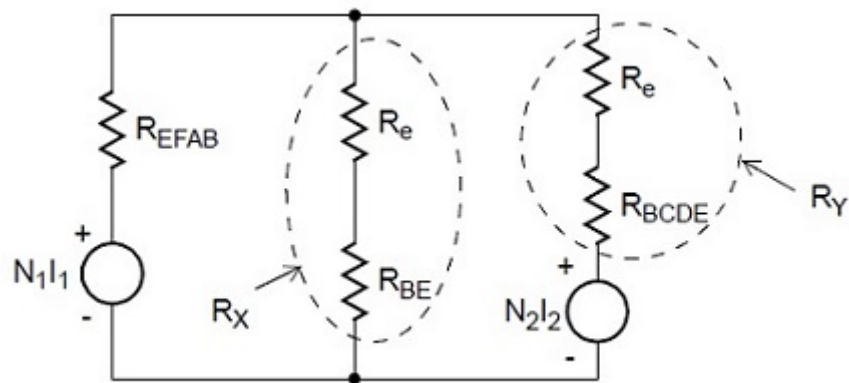


FIGURE 4.14

$$\mathfrak{R}_e = \frac{e}{\mu_0 S} = \frac{0.5 \times 10^{-3}}{4 \times \pi \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} = 6.6315 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

Réluctance des parcours en fer :

$$\mathfrak{R}_{EFAB} = \mathfrak{R}_{BCDE} = \frac{l_{EFAB}}{\mu_r \mu_0 S} = \frac{0.2}{2500 \times \pi \times 10^{-7} \times (2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2})} = 1.061 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_{BE} = \frac{l_{BE}}{\mu_r \mu_0 S} = \frac{008}{2500 \times 4 \times \pi \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-2} \times 3 \times 10^{-2}} = 4.244 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

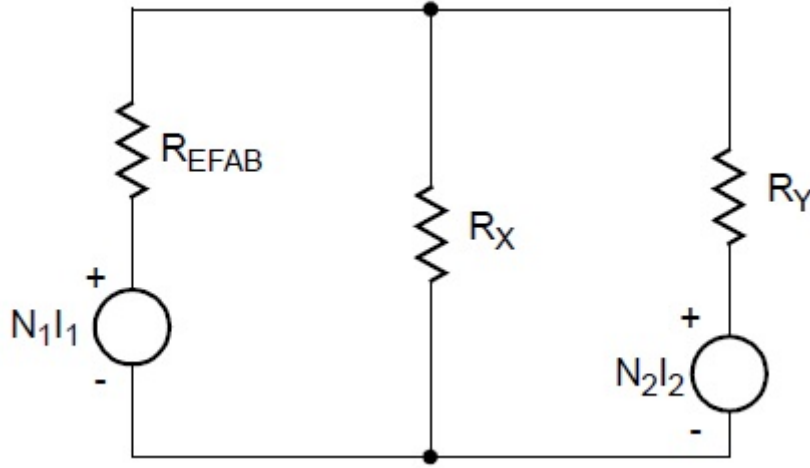


FIGURE 4.15

$$\mathfrak{R}_X = \mathfrak{R}_{BE} + \mathfrak{R}_e = 4.244 \times 10^4 + 6.6315 \times 10^5 = 7.0559 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

$$\mathfrak{R}_Y = \mathfrak{R}_{BCDE} + \mathfrak{R}_e = 1.061 \times 10^4 + 6.6315 \times 10^5 = 7.6925 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

2. L'inductance de la bobine 1 :

$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathfrak{R}_{eq1}}$$

$$\mathfrak{R}_{eq1} = \mathfrak{R}_{EFAB} + \frac{\mathfrak{R}_X \times \mathfrak{R}_Y}{\mathfrak{R}_X + \mathfrak{R}_Y} = 1.061 \times 10^4 + \frac{7.0559 \times 10^5 \times 7.6925 \times 10^5}{7.0559 \times 10^5 + 7.6925 \times 10^5} = 4.7413 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

$$L_1 = \frac{100^2}{4.7413 \times 10^5} = 21.1 \text{ mH}$$

3. L'inductance de la bobine 2 :

$$L_2 = \frac{N_2^2}{\mathfrak{R}_{eq2}}$$

$$\mathfrak{R}_{eq2} = \mathfrak{R}_Y + \frac{\mathfrak{R}_X \times \mathfrak{R}_{EFAB}}{\mathfrak{R}_X + \mathfrak{R}_{EFAB}} = 7.6925 \times 10^5 + \frac{7.0559 \times 10^5 \times 1.061 \times 10^4}{7.0559 \times 10^5 + 1.061 \times 10^4} = 8.6148 \times 10^5 \text{ Atr/Wb}$$

$$L_2 = \frac{150^2}{8.6148 \times 10^5} = 26.1 \text{ mH}$$

4. L'inductance mutuelle entre la bobine 1 et la bobine 2 ($I_1 \neq 0$ et $I_2 = 0$)

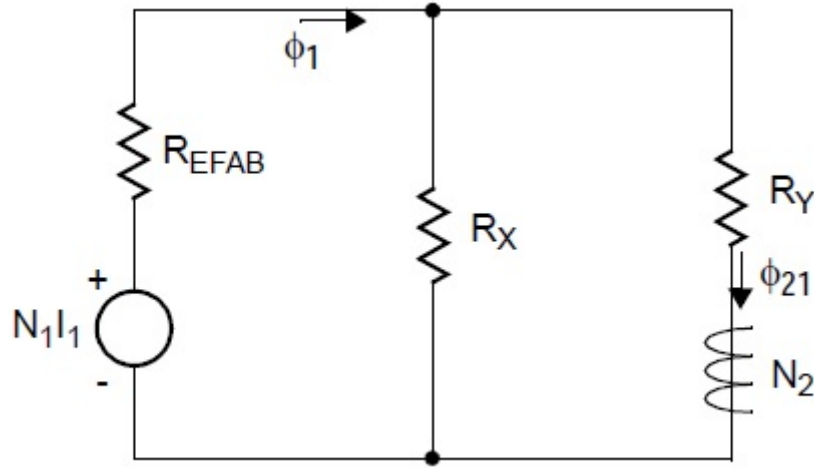


FIGURE 4.16

$$M_{21} = \frac{N_2 \phi_{21}}{I_1}$$

$$\phi_{21} = \frac{\mathfrak{R}_X}{\mathfrak{R}_X + \mathfrak{R}_Y} \times \phi_1$$

$$\phi_1 = \frac{N_1 I_1}{\mathfrak{R}_{eq1}}$$

$$\phi_{21} = \frac{\mathfrak{R}_X}{\mathfrak{R}_X + \mathfrak{R}_Y} \times \frac{N_1 I_1}{\mathfrak{R}_{eq1}} = \frac{7.0559}{7.0559 + 7.6925} \times \frac{100}{4.7413 \times 10^5} \times I_1 = 1.009 \times 10^{-4} \times I_1$$

$$M_{21} = \frac{150 \times 1.009 \times 10^{-4} \times I_1}{I_1} = 15.1 mH$$

4.3 Exercices à résoudre

4.3.1 Exercice 1 :

Soit deux bobines de 160 tours chaque sur le meme noyau magnétique comme illustre la figure ci- dessus.

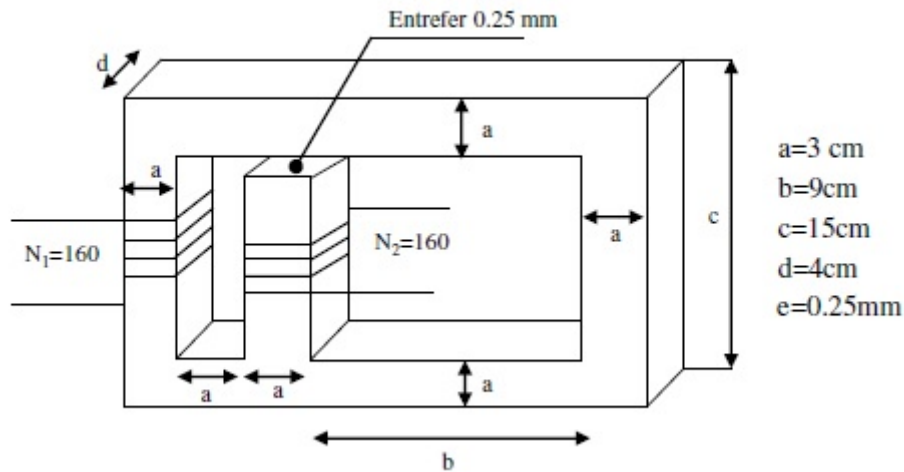


FIGURE 4.17

On suppose que la perméabilité du noyau magnétique est constante et égale à $2500\mu_0$. On suppose aussi que la résistance du fil de cuivre est négligeable.

1. Calculer l'inductance propre de chaque bobine.
2. On fait circuler un courant continu de 1 A dans la bobine 1. La bobine 2 est en circuit ouvert. Calculer le champ magnétique dans chacune des trois colonnes du noyau magnétique.

4.3.2 Exercice 2 :

Soit le système électromagnétique de la figure. On suppose que la perméabilité du noyau magnétique est constante et égale à $3000\mu_0$. La résistance du fil de cuivre est négligeable.

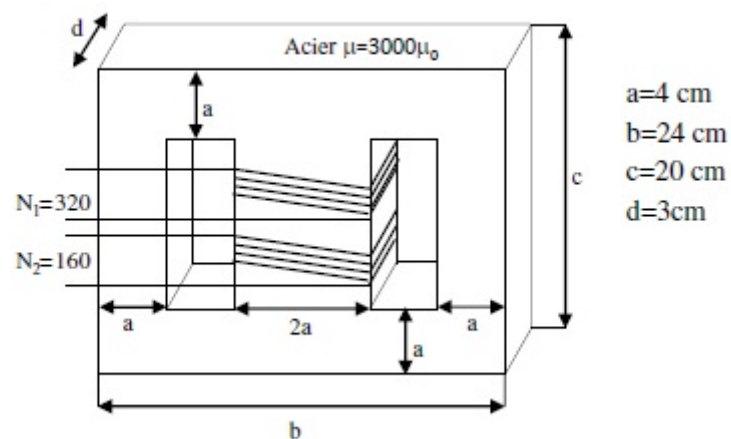


FIGURE 4.18

Calculer :

1. L'inductance propre L_1 de la bobine 1
2. L'inductance propre L_2 de la bobine 2
3. L'inductance mutuelle M entre les deux bobines.

Chapitre 5

Transformateur monophasé

5.1 Rappel du cours

5.1.1 Principe de fonctionnement

Un transformateur est un convertisseur statique (il ne comporte aucune partie mobile) permettant de transformer une tension sinusoïdale en une autre tension sinusoïdale de valeur efficace différente (et de même fréquence).

Le transformateur monophasé est constitué de deux enroulements indépendants qui enlacent un circuit magnétique fermé commun :

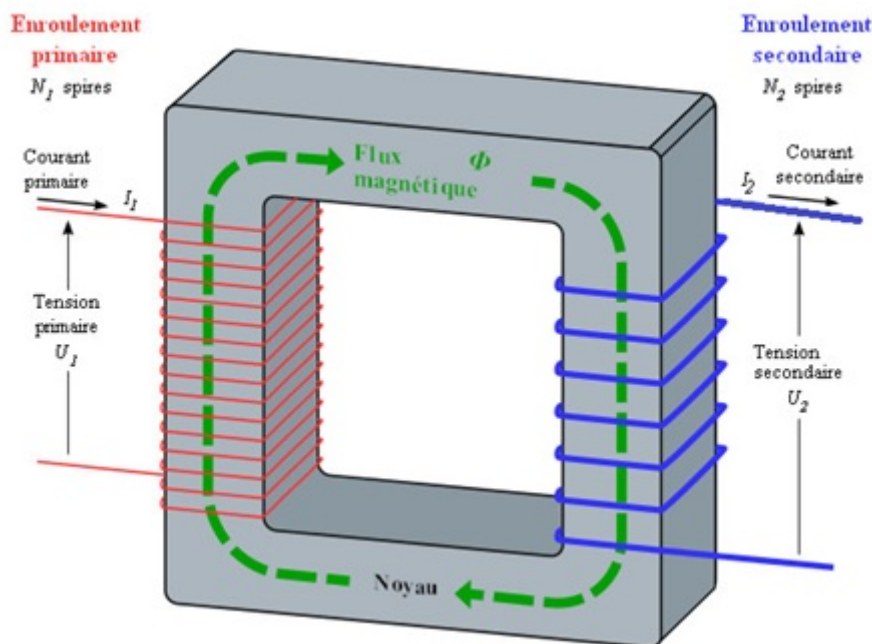


FIGURE 5.1 – Transformateur monophasé

Le primaire alimenté par le réseau crée un champ donc un flux magnétique alternatif dans le circuit magnétique. Le secondaire soumis à la variation du flux du circuit magnétique est le siège d'une f.e.m. induite (loi de Lenz).

La loi de Lenz permet d'écrire :

$$V_1(t) = N_1 \frac{d\phi(t)}{dt}$$

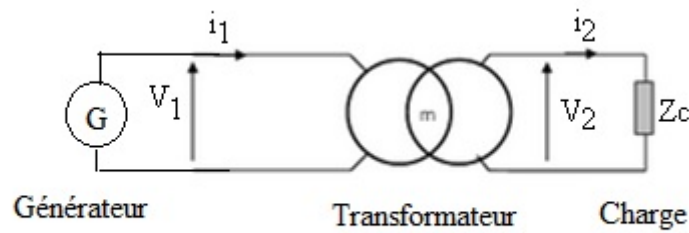


FIGURE 5.2 – Schéma électrique équivalent

5.1.2 Transformateur parfait

Le circuit magnétique d'un transformateur parfait est sans fuites et sans pertes énergétiques. Il est constitué avec un matériau ferromagnétique de perméabilité infinie ($\Re = 0$) et les bobinages sont sans résistance ($R_1 = R_2 = 0$).

$$m = \frac{V_{2v}}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2} \quad (5.1)$$

Avec :

m : Rapport de transformation

Pour un transformateur parfait :

$$P_1 = P_2 ; Q_1 = Q_2 \text{ et } S_1 = S_2$$

Un transformateur parfait permet de modifier les valeurs efficaces de la tension et du courant en conservant la puissance.

5.1.3 Transformateur réel

il existe des pertes dans le bobinage :

- Pertes Joule dans les enroulements
- Pertes magnétiques dans les inductances dites "de fuites"
- Pertes dans le fer dû à l'échauffement du circuit magnétique.

D'où le schéma équivalent du transformateur réel

Ce schéma n'est pas pratique pour caractériser rapidement un transformateur, alors on utilise le schéma dit "schéma équivalent au secondaire" représenté ci-dessous :

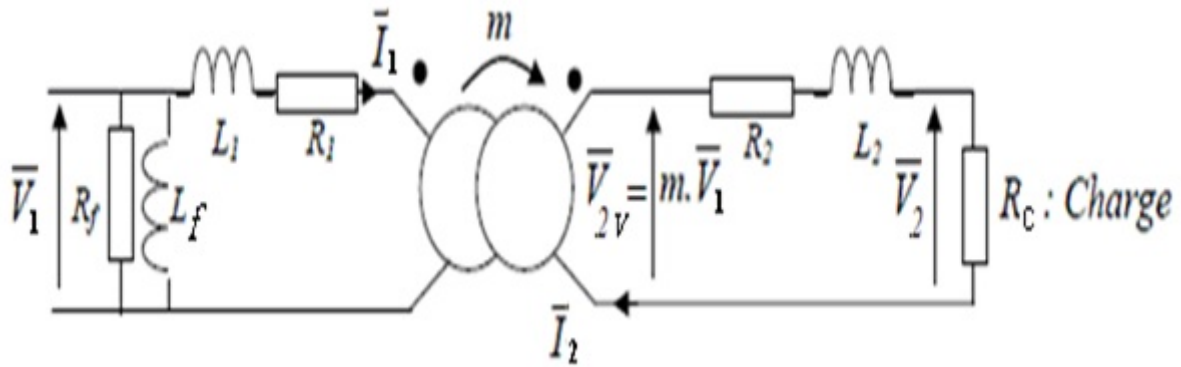


FIGURE 5.3 – Schéma équivalent du transformateur réel

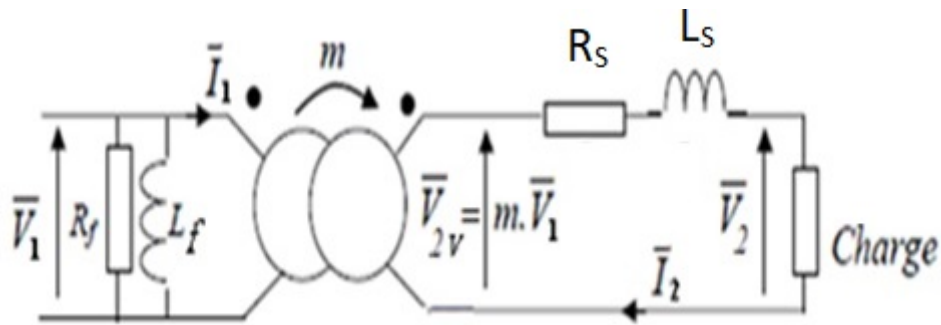


FIGURE 5.4 – Schéma équivalent au secondaire du transformateur réel

$$R_s = R_1 \cdot m^2 + R_2 \quad (5.2)$$

Avec :

R_s : Résistance des enroulements ramenés au secondaire

R_1 : Résistance des enroulements du primaire

R_2 : Résistance des enroulements du secondaire

$$L_s = L_1 \cdot m^2 + L_2 \quad (5.3)$$

L_s : Inductance des enroulements ramenés au secondaire

L_1 : Inductance des enroulements du primaire

L_2 : Inductance des enroulements du secondaire

$$X_s = L_s \omega$$

1) Détermination des éléments équivalents

On détermine ces éléments à partir des deux "essais" appelée "essai à vide" et "essai en cours circuit".

Essai à vide : Cet essai s'effectue sous tension nominale, le secondaire étant en circuit ouvert. On détermine les éléments du circuit magnétique à partir de l'essai à vide. On peut écrire :

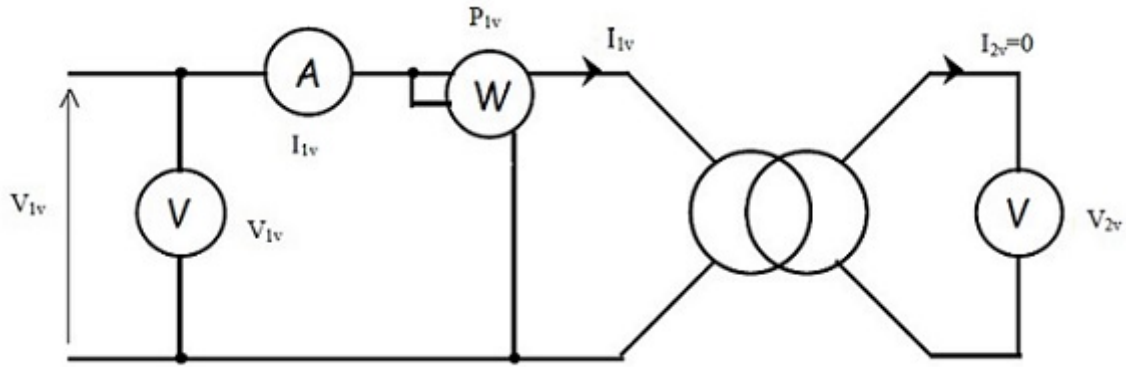


FIGURE 5.5 – Essai à vide

$$R_f = \frac{V_1^2}{P_{1v}} \quad (5.4)$$

$$L_f = \frac{V_1^2}{\omega \sqrt{S_{1v}^2 - P_{1v}^2}} \quad (5.5)$$

Essai en court-circuit : L'essai en court-circuit est réalisé avec le secondaire branché en court-circuit, au courant nominal et sous tension réduite (cet essai s'effectue sans appareil de mesure au secondaire).

On détermine les éléments du circuit électrique à partir de l'essai en court-circuit. On

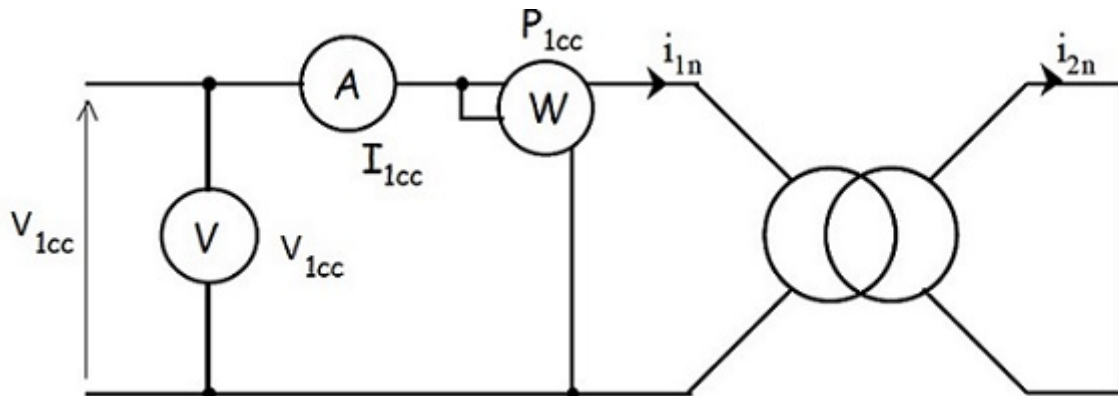


FIGURE 5.6 – Essai en court-circuit

peut écrire :

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} \quad (5.6)$$

$$L_s = \frac{\sqrt{S_1^2 - P_1^2}}{\omega I_{2cc}^2} \quad (5.7)$$

2) Diagramme de Kapp

C'est la représentation de Fresnel du schéma équivalent vu du secondaire (représentation des tensions et des courants dans un plan complexe)

$$\bar{V}_{2v} = \bar{V}_2 + (R_s + jX_s) \bar{I}_2 \quad (5.8)$$

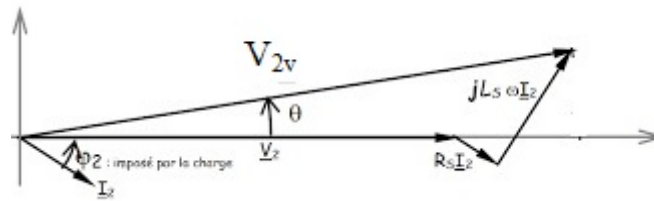


FIGURE 5.7 – Diagramme de Kapp

$$V_{2v} = mV_1 = V_{2v} - \Delta V \quad (5.9)$$

$$\Delta V = I_2 (R_s \cos \varphi_2 + X_s \sin \varphi_2) \quad (5.10)$$

3) Bilan de puissances

Le rendement :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_1 = P_2 + P_j + P_{fer}$$

$$P_2 = V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2$$

$$P_j = R_s I_2^2$$

5.2 Exercices résolus

5.2.1 Exercice 1

1) Énoncé

Un transformateur monophasé a les caractéristiques suivantes :

- Tension primaire nominale : $V_{1n} = 5375V/50Hz$
- Rapport du nombre de spires : $N_2/N_1 = 0,044$
- Résistance de l'enroulement primaire : $R_1 = 12\Omega$
- Résistance de l'enroulement secondaire : $R_2 = 25m\Omega$
- Inductance de fuite du primaire : $L_1 = 50mH$
- Inductance de fuite du secondaire : $L_2 = 100\mu H$

1. Calculer la tension à vide au secondaire.
2. Calculer la résistance des enroulements ramenée au secondaire R_s .
3. Calculer l'inductance de fuite ramenée au secondaire L_s . En déduire la réactance de fuite X_s .
4. Le transformateur débite dans une charge résistive $R = 1\Omega$. Calculer la tension aux bornes du secondaire V_2 et le courant qui circule dans la charge I_2 .

2) Solution

1. Calcule de la tension à vide au secondaire

$$\frac{V_{2v}}{V_{1N}} = \frac{N_2}{N_1} = 0.044 \Rightarrow V_{2v} = V_{1n} \times 0.044$$

$$V_{2v} = 5375 \times 0.044 = 236.5V$$

2. Calcule de la résistance R_s

$$R_s = R_1 \cdot m^2 + R_2 = 12 \times 0.044^2 + 25 \times 10^{-3} = 0.048\Omega$$

3. Calcule de l'inductance de fuite L_s

$$L_s = L_1 \cdot m^2 + L_2 = 50 \times 10^{-3} \times 0.044^2 + 100 \times 10^{-6} = 196.8\mu H$$

$$X_s = L_s \omega = 196.8 \times 10^{-6} \times 314 = 61.8m\Omega$$

4. Calcule de V_2 et I_2

$$\Delta V_2 = V_{2v} - V_2 \Rightarrow V_2 = V_{2v} - \Delta V_2$$

$$V_2 = RI_2$$

$$\Delta V_2 = I_2 (R_S \cos \varphi_2 + X_S \sin \varphi_2)$$

Charge résistive $\Rightarrow \varphi_2 = 0$

$$\Rightarrow \Delta V_2 = R_S I_2$$

$$\Rightarrow RI_2 = V_{2v} - R_S I_2$$

$$I_2 = \frac{V_{2v}}{R + R_S} = \frac{236.5}{1 + 0.048} = 225.67 A$$

$$V_2 = 225.67 \times 1 = 225.67 V$$

5.2.2 Exercice 2

1) Énoncé

Un transformateur de commande et de signalisation monophasé a les caractéristiques suivantes : $230V/24V$; $50Hz$; $630VA$; $11,2kg$

1. Les pertes totales à charge nominale sont de $54,8W$. Calculer le rendement nominal du transformateur pour $\cos \varphi_2 = 1$ et $\cos \varphi_2 = 0,3$.
2. Calculer le courant nominal au secondaire I_{2N} .
3. Les pertes à vide sont de $32,4W$. En déduire les pertes Joule à charge nominale. En déduire R_s , la résistance des enroulements ramenée au secondaire.
4. La chute de tension au secondaire pour $\cos \varphi_2 = 0,6$ (inductif) est de $3,5\%$ de la tension nominale. En déduire X_s , la réactance de fuite ramenée au secondaire.

2) Solution

1. Le rendement nominal du transformateur

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_2 = S \cos \varphi_2$$

$$P_1 = P_2 + Pertes$$

$$\bullet \cos \varphi_2 = 1$$

$$\eta = \frac{630 \times 1}{630 \times 1 + 54.8} = 0.92$$

- $\cos \varphi_2 = 0.3$

$$\eta = \frac{630 \times 0.3}{630 \times 0.3 + 54.8} = 0.775$$

2. Calcule de I_{2n}

$$S = V_2 \cdot I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{S}{V_2}$$

$$I_2 = \frac{630}{24} = 26.25A$$

3. Calcule de P_j et R_s

$$Pertes = P_j + P_{col} \Rightarrow P_j = Pertes - P_{col}$$

$$P_j = 54.8 - 32.4 = 22.4W$$

$$P_j = R_s I_2^2 \Rightarrow R_s = \frac{P_j}{I_2^2}$$

$$R_s = \frac{22.4}{26.25^2} = 32.5m\Omega$$

4. Calcule de X_s

$$\Delta V_2 = I_2 (R_s \cos \varphi_2 + X_s \sin \varphi_2) \Rightarrow X_s = \frac{\Delta V_2 - R_s I_2 \cos \varphi_2}{I_2 \sin \varphi_2}$$

$$\Delta V_2 = \frac{3.5 \times V_2}{100} = \frac{3.5 \times 24}{100} = 0.84V$$

$$X_s = \frac{0.84 - 32.5 \times 10^{-3} \times 26.25 \times 0.6}{26.25 \times 0.8} = 15.63m\Omega$$

5.2.3 Exercice 3

1) Énoncé

Les essais d'un transformateur monophasé ont donné :

A vide : $V_1 = 220V$; $50Hz$; $V_{2v} = 44V$; $P_{1v} = 80W$; $I_{1v} = 1A$.

En court-circuit : $V_{1cc} = 40V$; $P_{1cc} = 250W$; $I_{2cc} = 100A$.

En courant continu au primaire : $I_1 = 10A$; $V_1 = 5V$.

Le transformateur est considéré comme parfait pour les courants lorsque ceux-ci ont leurs valeurs nominales.

1. Déterminer le rapport de transformation à vide m_v et le nombre de spires au secondaire, si l'on en compte 500 au primaire.
2. Calculer la résistance de l'enroulement primaire R_1 .
3. Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide.
4. Montrer que les pertes fer sont négligeables dans l'essai en court-circuit.
5. Représenter le schéma équivalent du transformateur en court-circuit vu du secondaire. En déduire les valeurs R_s et X_s caractérisant l'impédance interne.
6. Le transformateur, alimenté au primaire sous sa tension nominale, débite 100A au secondaire avec un facteur de puissance égal à 0,9 (charge inductive). Déterminer la tension secondaire du transformateur. En déduire la puissance délivrée au secondaire.
7. Déterminer la puissance absorbée au primaire. En déduire le facteur de puissance au primaire et le rendement.

2) Solution

1. Le rapport de transformation à vide et N_2

$$m_v = \frac{V_{2v}}{V_1} = \frac{44}{220} = 0.2$$

$$m_v = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow N_2 = m_v N_1$$

$$N_2 = 500 \times 0.2 = 100 \text{ spires}$$

2. Calcule de R_1

En courant continu :

$$V_1 = R_1 I_1 \Rightarrow R_1 = \frac{V_1}{I_1}$$

$$R_1 = \frac{5}{10} = 0.5 \Omega$$

3. Montrer qu'on peut négliger les pertes joule lors de l'essai à vide.

$$P_{jv} = R_1 I_{1v}^2 = 0.5 \times 1^2 = 0.5 W$$

$$0.5 W \ll 80 W$$

les pertes joule sont négligeables lors de l'essai à vide.

$$P_{1v} = P_{jv} + P_{fer}$$

$$\Rightarrow P_{fer} = P_{1v}$$

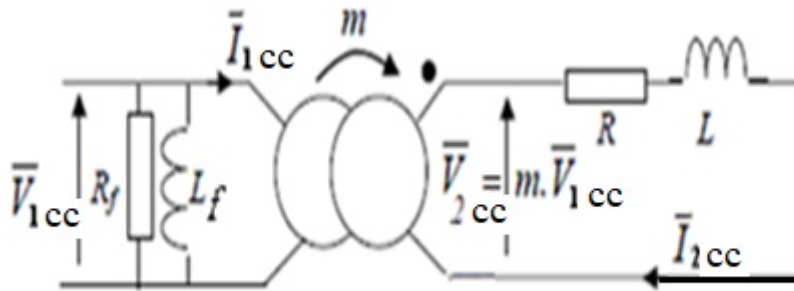
4. Montrer que les pertes fer sont négligeables dans l'essai en court-circuit

$$\begin{aligned}
 P_{fercc} &= \frac{V_{1cc}^2}{R_f} \\
 P_{1v} &= \frac{V_{1v}^2}{R_f} \Rightarrow R_f = \frac{V_{1v}^2}{P_{1v}} \\
 \Rightarrow P_{fercc} &= \frac{V_{1cc}^2}{V_{1v}^2} P_{1v} = \frac{40^2}{220^2} 80 = 2.65W \\
 2.65W &\ll 250W
 \end{aligned}$$

Les pertes fer sont négligeables en court-circuit

$$\begin{aligned}
 P_{1cc} &= P_j + P_{fercc} \\
 \Rightarrow P_j &= P_{1cc}
 \end{aligned}$$

5. Schéma du transformateur en court-circuit ramené au secondaire



Détermination de R_s et X_s

$$\begin{aligned}
 P_{1cc} &= R_s I_{2cc}^2 \Rightarrow R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} \\
 R_s &= \frac{250}{100^2} = 0.025\Omega \\
 V_{2cc} &= Z_s I_{2cc} \Rightarrow Z_s = \frac{V_{2cc}}{I_{2cc}} = \frac{m \cdot V_{1cc}}{I_{2cc}} \\
 Z_s &= \frac{0.2 \times 40}{100} = 0.08\Omega \\
 Z_s &= \sqrt{R_s^2 + X_s^2} \Rightarrow X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} \\
 X_s &= \sqrt{0.08^2 - 0.025^2} = 0.076\Omega
 \end{aligned}$$

6. Calcule de V_2 et P_2

$$\begin{aligned}
 V_2 &= V_{2v} - \Delta V_2 \\
 \Delta V_2 &= I_2 (R_s \cos \varphi_2 + X_s \sin \varphi_2) = 100 (0.025 \times 0.9 + 0.076 \times 0.44) = 5.6V \\
 V_2 &= 44 - 5.6 = 38.4V \\
 P_2 &= V_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = 38.4 \times 100 \times 0.9 = 3456W
 \end{aligned}$$

7. Calcule de P_1 , $\cos \varphi_1$ et η

$$P_1 = P_2 + P_j + P_{fer} = 3456 + 250 + 80 = 3786W$$

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{P_1}{V_1 \cdot I_1}$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{3786}{220 \times 100} = 0.17$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{3456}{3786} = 0.91 = 91\%$$

5.2.4 Exercice 4

1) Énoncé

1. Un essai à vide du transformateur a donné :

$$I_{1v} = 19mA; P_{1v} = 1,5W; V_{2v} = 17V; V_1 = 230V.$$

a) Calculer le rapport de transformation m du transformateur.

b) Que représente la puissance mesurée dans cet essai ?

2. En régime nominal du transformateur, on a relevé :

$$V_1 = 230V; V_{2n} = 15V; I_{2n} = 3A; P_{2n} = 40,5W; S_n = 45VA$$

a) Calculer l'intensité nominale I_{1n} au primaire.

b) En déduire les pertes par effet Joule en régime nominal pour ce transformateur ($R_1 = 53\Omega$ au primaire et $R_2 = 0,2\Omega$ au secondaire)

c) A l'aide des résultats précédents, calculer le rendement η du transformateur en régime nominal.

2) Solution

1. Essai à vide

a) Calcule du rapport de transformation

$$m = \frac{V_{2v}}{V_1} = \frac{17}{230} = 0.074$$

b) La puissance mesurée dans l'essai à vide est P_{fer}

2. Régime nominal

a) Calcule de I_{1n}

$$m = \frac{I_{1n}}{I_{2n}} \Rightarrow I_{1n} = m \cdot I_{2n}$$

$$I_{1n} = 0.074 \times 3 = 0.22A$$

Ou bien :

$$S = V_1 \cdot I_{1n} \Rightarrow I_{1n} = \frac{S}{V_1}$$

$$I_{1n} = \frac{45}{230} = 0.2A$$

b) Calcule des pertes par effet joule

$$P_j = R_s \cdot I_{2n}^2$$

$$R_s = R_1 \cdot m^2 + R_2 = 53 \times 0.074^2 + 0.2 = 0.49\Omega$$

$$P_j = 0.49 \times 3^2 = 4.41W$$

c) Calcule du rendement η

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_1 = P_2 + P_j + P_{fer} = 40.5 + 4.41 + 1.5 = 46.41W$$

$$\eta = \frac{40.5}{46.41} = 0.87 = 87\%$$

5.3 Exercices à résoudre

5.3.1 Exercice 1

Soit un transformateur monophasé $20KV A; 2400V/240V; 50Hz$. Les paramètres de transformateurs sont :

- Résistance primaire $R_1 = 2.7\Omega$
- Réactance primaire $X_1 = 5\Omega$
- Résistance secondaire $R_2 = 0.027\Omega$
- Réactance secondaire $X_2 = 0.05\Omega$
- Résistance de circuit magnétique $R_f = 3800\Omega$
- Réactance de circuit magnétique $X_f = 27000\Omega$

1. Calculer le facteur de puissance à vide ainsi que le courant absorbé I_0
2. Sachant que la tension secondaire à vide $V_{20} = 248V$
 - a) Calculer le rapport de transformation m
 - b) Calculer la résistance ramenée au secondaire R_s ainsi que la réactance ramenée au secondaire X_s
3. Une charge inductive est connectée au secondaire de facteur de puissance 0.8. Au primaire on mesure une tension $V_1 = 2400V$; $I_1 = 8.33A$ et une puissance $P_1 = 16930W$
 - a) Calculer la tension aux bornes de la charge V_2
 - b) Déduire dans ce cas le rendement de transformateur
 - c) Calculer R et L
4. Un condensateur C est placé en parallèle avec la charge pour augmenter le facteur de puissance à 1
 - a) Calculer les nouvelles valeurs de V_2 et I_2
 - b) Déterminer le rendement dans ce cas

5.3.2 Exercice 2

Une série de mesures sur un transformateur monophasé a permis d'établir les caractéristiques suivantes :

- Tensions à vide : $V_{1n} = 21kV$; $V_{20} = 380V$
- Impédances : primaire : $R_1 = 61\Omega$; $X_1 = 141\Omega$
- Secondaire : $R_2 = 0.02\Omega$; $X_2 = 0.04\Omega$
- D'autre part, la puissance nominale, indiquée sur la plaque signalétique est : $S_n = 76KVA$. Sauf indications contraire, dans tout le problème le transformateur sera alimenté par un réseau de tension $21KV - 50Hz$.

1. Donner le schéma équivalent ramené au secondaire en précisant les valeurs :
 - Du rapport de transformation m .
 - De la résistance totale du secondaire R_s
 - De l'inductance de fuite totale au secondaire L_s
2. Le secondaire du transformateur débite sur une charge absorbant un courant nominal, de facteur de puissance égal à 0,8. Calculer la chute de tension ΔV_2 . En déduire la tension au secondaire du transformateur.
3. Le primaire étant toujours alimenté sous une tension de $21KV$, les bornes de sortie du secondaire sont mises en court-circuit franc, calculer le courant de court-circuit.

4. A quelle valeur V_{1cc} faut-il réduire la tension primaire pour limiter en court- circuit, le courant circulant au secondaire à la valeur $I_{2cc} = I_{2n}$
5. Calculer la puissance absorbée P_{1cc} dans l'essai en court- circuit sous tension réduite V_{1cc} .

Chapitre 6

Machines à courant continu

6.1 Rappel du cours

Une machine à courant continu est une machine électrique réversible. Elle fonctionne aussi bien en moteur qu'en génératrice (dynamo).

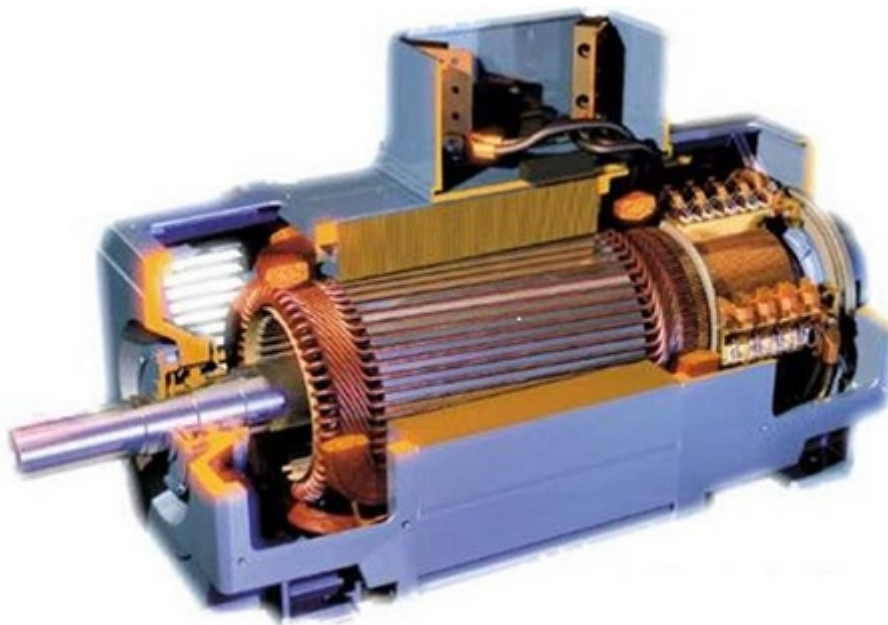


FIGURE 6.1 – Machine à courant continu

La machine à courant continu est un convertisseur électro- mécanique. Quand elle converti l'énergie électrique en énergie mécanique, la machine fonctionne en Moteur.

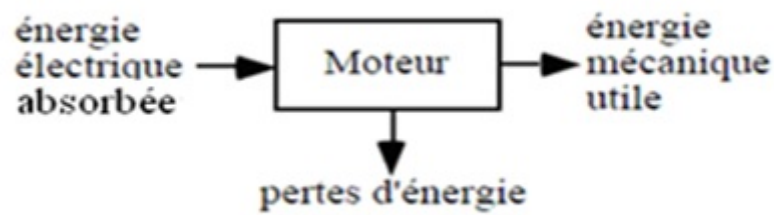


FIGURE 6.2 – Fonctionnement en moteur

Quand elle converti l'énergie mécanique en énergie électrique, la machine fonctionne en Générateur

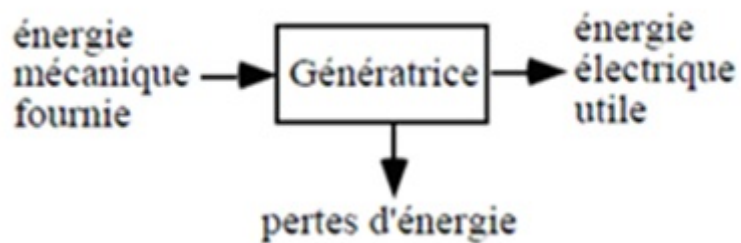


FIGURE 6.3 – Fonctionnement en génératrice

6.1.1 Constitution

La machine à courant continu est constituée de trois parties principales :

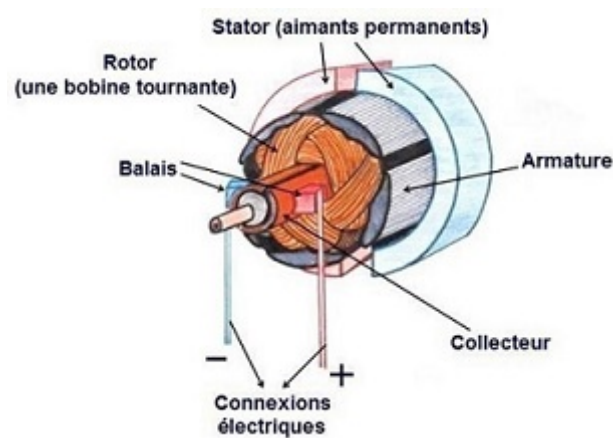


FIGURE 6.4 – Constitution d'une machine à courant continu à aimant permanent

1) Stator

C'est un circuit magnétique = masse métallique + bobinage parcouru par un courant continu. Il sert à créer un champ magnétique (champ "inducteur") dans le rotor.

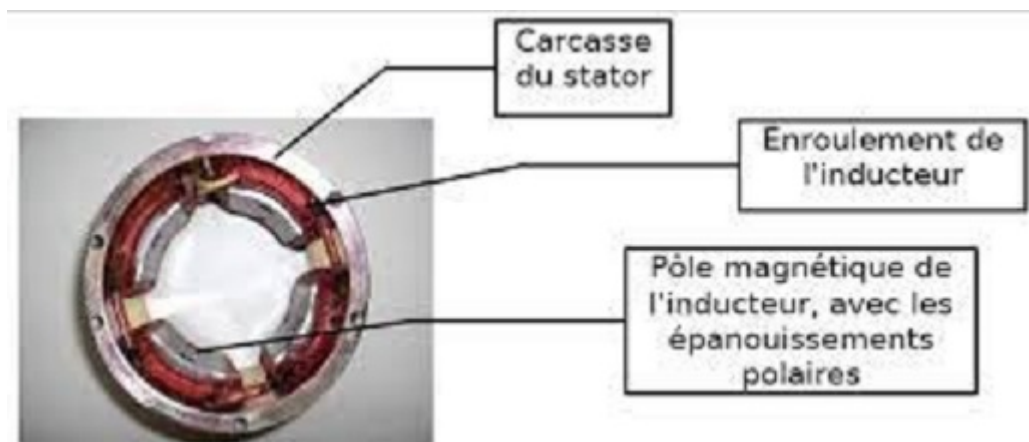


FIGURE 6.5 – Stator bobiné

2) Rotor

C'est un bobinage parcouru par un courant continu d'induit (partie tournante de la machine)



FIGURE 6.6 – Rotor

3) Dispositif collecteur- balais

Le collecteur est un ensemble de lames de cuivre où sont reliées les extrémités du bobinage de l'induit. Les balais (ou charbons) sont fixés au stator et frottent sur le collecteur en rotation. Le dispositif collecteur / balais permet d'accéder au circuit électrique rotorique pour faire circuler un courant dans l'induit.

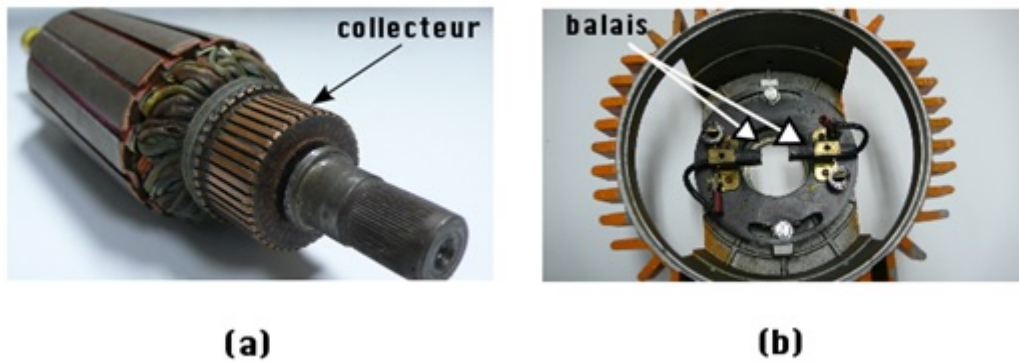


FIGURE 6.7 – Dispositif collecteur- balais

6.1.2 Fonctionnement en moteur

Moteur à excitation séparée

Un moteur à excitation séparée est un moteur dont les bobinages inducteur et d'induit sont alimentés par deux sources différentes.

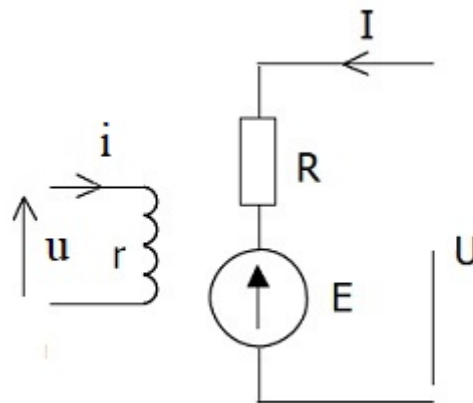


FIGURE 6.8 – Moteur à excitation séparée

$$U = E + RI \quad (6.1)$$

Avec :

E : La $f \cdot e \cdot m$ du moteur (force électromotrice)

U : Tension de l'induit

I : Courant de l'induit

Force électromotrice

$$E = K \cdot \phi \cdot \Omega \quad (6.2)$$

Couple électromagnétique

$$C_{em} = K \cdot \phi \cdot I \quad (6.3)$$

Puissance électromagnétique

$$P_{em} = EI = K \cdot \phi \cdot I \quad (6.4)$$

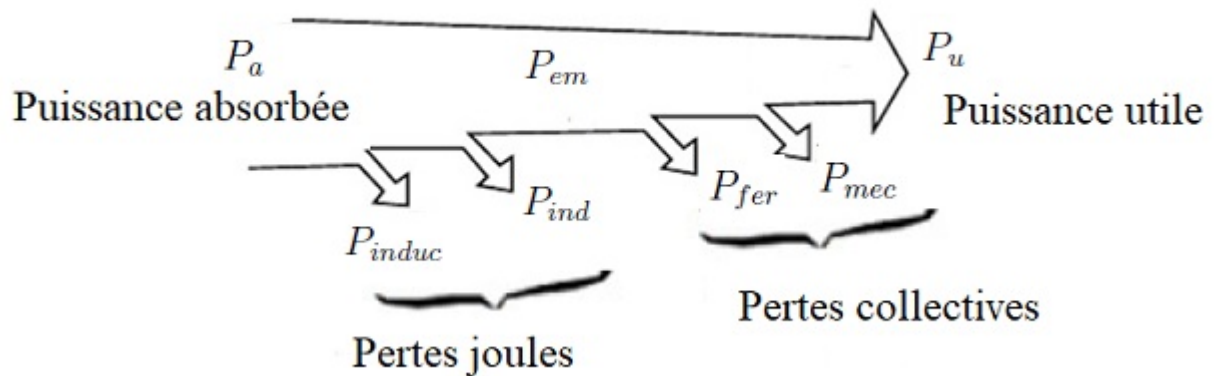
Bilan des puissances

FIGURE 6.9 – Arbre des puissances du moteur à courant continu

La puissance absorbée : Puissance électrique absorbée par l'induit et l'inducteur

$$P_a = UI + ui \quad (6.5)$$

La puissance utile : Puissance mécanique sur l'arbre à la sortie du moteur

$$P_u = P_a - Pertes \quad (6.6)$$

Les pertes :

$$Pertes = P_{induc} + P_{ind} + P_{fer} + P_{mec} = P_j + P_{col} \quad (6.7)$$

Avec :

P_{induc} : Pertes joule de l'inducteur

P_{ind} : Pertes joule de l'induit

P_{fer} : Pertes fer

P_{mec} : Pertes mécaniques

P_j : Les pertes joules

$$P_j = P_{js} + P_{jr}$$

P_{col} : Les pertes collectives

$$P_{col} = P_{fer} + P_{mec}$$

Le rendement :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_a - P_{ertes}}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + P_{ertes}} \quad (6.8)$$

6.1.3 Fonctionnement en génératrice

Génératrice à excitation séparée

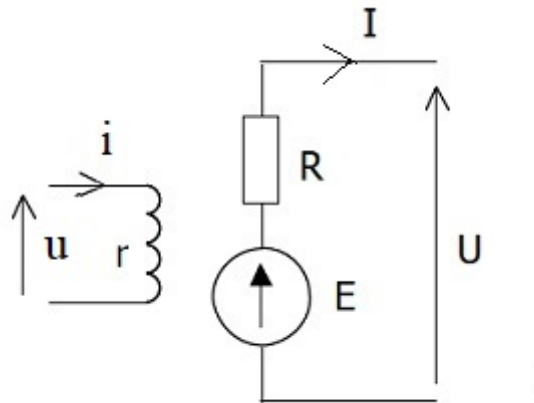


FIGURE 6.10 – Génératrice à excitation séparée

$$U = E - RI \quad (6.9)$$

Avec :

E : La $f \cdot e \cdot m$ (force électromotrice)

U : Tension de l'induit

I : Courant de l'induit

Bilan des puissances

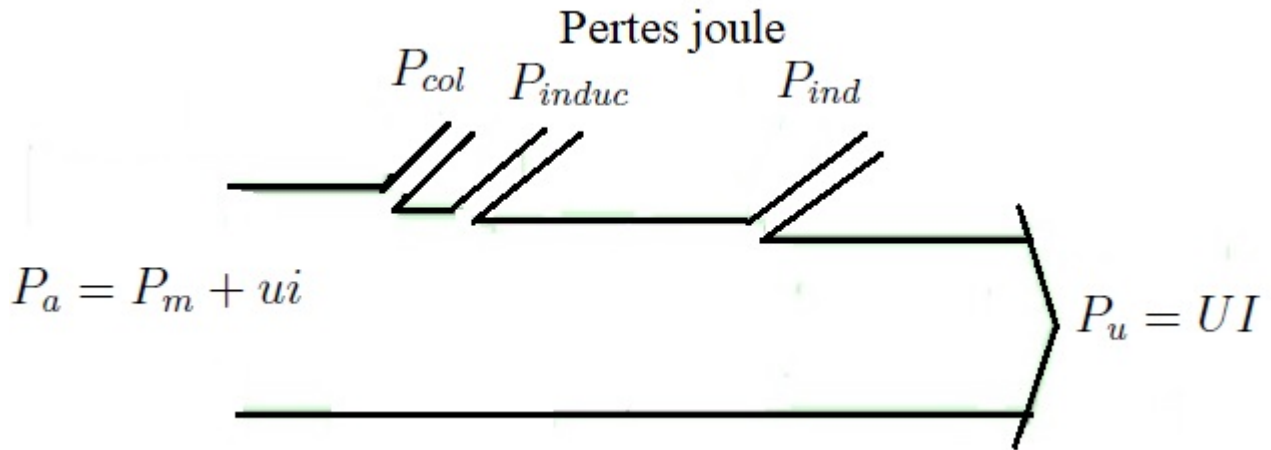


FIGURE 6.11 – Arbre des puissances du générateur à courant continu

Puissance absorbée :

$$P_a = P_m + ui = P_m + r \cdot i^2 = P_u + Pertes \quad (6.10)$$

Avec :

P_m : Puissance mécanique fourni au rotor

$$P_m = C_m \Omega \quad (6.11)$$

Puissance électrique utile :

$$P_u = UI \quad (6.12)$$

Pertes :

$$Pertes = P_{induc} + P_{ind} + P_{col}$$

$$P_{induc} = u \cdot i = r \cdot i^2$$

$$P_{ind} = R \cdot I^2$$

Rendement :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_u + Pertes} \quad (6.13)$$

6.2 Exercices résolus

6.2.1 Exercice 1

1) Énoncé

La plaque signalétique d'un moteur à courant continu à excitation indépendante indique :

$1,12kW$; $1200tr/min$

induit : $220V$; $5,7A$

excitation : $220V$; $0,30A$

$57kg$

1. Calculer le couple utile nominal (en Nm).
2. Calculer le rendement nominal.

2) Solution

1. Le couple utile nominal. .

$$C_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{1,12 \times 10^3}{2 \times 3,14 \times \frac{1200}{60}} = 8,92 Nm$$

2. Le rendement nominal.

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{UI + ui}$$

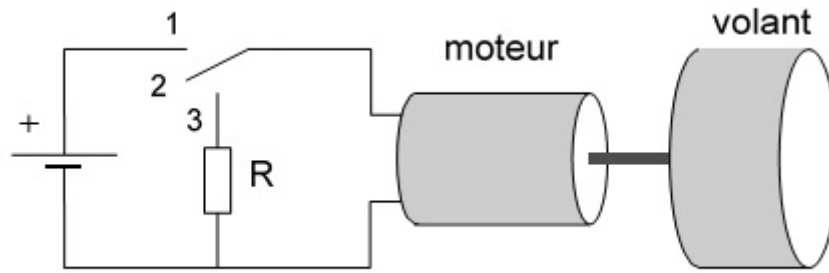
$$\eta = \frac{1120}{220 \times 5,7 + 220 \times 0,3} = 1120/1320 = 0,85 = 85\%$$

6.2.2 Exercice 2

1) Énoncé

Un moteur à courant continu à aimants permanents est couplé à un volant d'inertie (disque massif) :

1. On place le commutateur en position 1 : le moteur démarre et atteint sa vitesse nominale. On place ensuite le commutateur en position 2 :
 - a) Le moteur s'emballe
 - b) Le moteur change de sens de rotation
 - c) Le moteur s'arrête lentement
 - d) Le moteur s'arrête rapidement.
2. On place à nouveau le commutateur en position 1. Puis on commute en position 3.



- Que se passe-t-il ?
- Que se passe-t-il si on diminue la valeur de la résistance R ?
- Donner une application pratique.

2) Solution

1. On place le commutateur en position 1 : le moteur démarre et atteint sa vitesse nominale. On place ensuite le commutateur en position 2 :

Le moteur s'arrête lentement

2. On place à nouveau le commutateur en position 1. Puis on commute en position 3.
 - Le volant s'arrête rapidement (la machine fonctionne en dynamo, l'énergie cinétique du volant est convertie en chaleur dans la résistance).
 - Le volant s'arrête plus rapidement.
 - Système de freinage de train.

6.2.3 Exercice 3

1) Énoncé

Une machine d'extraction est entraînée par un moteur à courant continu à excitation indépendante.

L'inducteur est alimenté par une tension $u = 600V$ et parcouru par un courant d'excitation d'intensité constante : $i = 30A$.

L'induit de résistance $R = 12m\Omega$ est alimenté par une source fournissant une tension U réglable de $0V$ à sa valeur nominale : $U_N = 600V$. L'intensité I du courant dans l'induit a une valeur nominale : $I_N = 1,50kA$. La fréquence de rotation nominale est $n_N = 30tr/min$.

N.B. Les parties 1, 2, 3 sont indépendantes.

1. Démarrage

- a) En notant Ω la vitesse angulaire du rotor, la fem du moteur a pour expression : $E = K\Omega$ avec Ω en rad/s .
Quelle est la valeur de E à l'arrêt ($n = 0$) ?
 - b) Dessiner le modèle équivalent de l'induit de ce moteur en indiquant sur le schéma les flèches associées à U et I .
 - c) Ecrire la relation entre U, E et I aux bornes de l'induit, en déduire la tension U_d à appliquer au démarrage pour que $I_d = 1,2I_N$.
2. Fonctionnement nominal au cours d'une remontée en charge
- a) Exprimer la puissance absorbée par l'induit du moteur et calculer sa valeur numérique.
 - b) Exprimer la puissance totale absorbée par le moteur et calculer sa valeur numérique.
 - c) Exprimer la puissance totale perdue par effet Joule et calculer sa valeur numérique.
 - d) Sachant que les autres pertes valent $27kW$, exprimer et calculer la puissance utile et le rendement du moteur.
 - e) Exprimer et calculer le moment du couple utile C_u et le moment du couple électromagnétique C_{em} .
3. Fonctionnement au cours d'une remontée à vide
- a) Montrer que le moment du couple électromagnétique C_{em} de ce moteur est proportionnel à l'intensité I du courant dans l'induit : $C_{em} = KI$.

On admet que dans le fonctionnement au cours d'une remontée à vide, le moment du couple électromagnétique a une valeur C'_{em} égale à 10% de sa valeur nominale et garde cette valeur pendant toute la remontée.
 - b) Calculer l'intensité I' du courant dans l'induit pendant la remontée.
 - c) La tension U restant égale à U_N , exprimer puis calculer la fem E' du moteur.
 - d) Exprimer, en fonction de E', I' et C'_{em} , la nouvelle fréquence de rotation n' . Calculer sa valeur numérique.

2) Solution

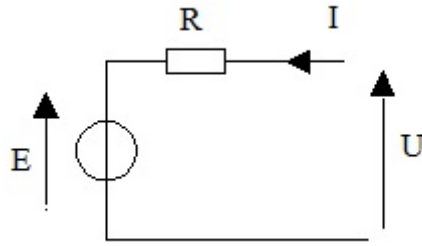
1. Au démarrage

- a) La valeur de la fem

$$E = 0V$$

à l'arrêt

- b) Le modèle équivalent de l'induit



- c) La relation entre U , E et I aux bornes de l'induit

$$U = E + RI$$

$$U_d = RI_d = 1,2 \cdot RI_N = 1,2 \times 0,012 \times 1500 = 21.6V$$

2. Fonctionnement nominal au cours d'une remontée en charge

- a) la puissance absorbée par l'induit du moteur

$$P_{ind} = U \cdot I = U_N \cdot I_N = 600 \times 1500 = 900kW$$

- b) La puissance totale absorbée par le moteur.

$$P_a = U \cdot I + u \cdot i = 900 \times 10^3 + 600 \times 30 = 918kW$$

- c) La puissance totale perdue par effet Joule.

$$P_j = RI^2 + ui = 0,012 \times 1500^2 + 18 \times 10^3 = 45kW$$

- d) Pertes collectives = 27 kW

$$P_u = 918 \times 10^3 - (45 \times 10^3 + 27 \times 10^3) = 846kW$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{846 \times 10^3}{918 \times 10^3} = 0.92 = 92.2\%$$

- e) Le moment du couple utile C_u et le moment du couple électromagnétique C_{em} .

$$C_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{846000}{2 \times 3.14 \times \frac{30}{60}} = 269.43KNm$$

$$P_{em} = P_u + P_{col} = 846 \times 10^3 + 27 \times 10^3 = 873kW$$

$$C_{em} = \frac{P_{em}}{\Omega} = \frac{873000}{2 \times 3.14 \times \frac{30}{60}} = 278.03KNm$$

3. Fonctionnement au cours d'une remontée à vide

- a) Montrer que : $C_{em} = k \cdot I$

$$C_{em} = K \cdot \phi \cdot I$$

Le courant d'excitation est constant $\Rightarrow \phi$ constant $\Rightarrow C_{em} = K \cdot I$

b) L'intensité I' du courant dans l'induit pendant la remontée.

$$C_{em} = K \cdot I$$

$$C'_{em} = K \cdot I'$$

$$I' = \frac{C'_{em} \cdot I}{C_{em}} = \frac{0.1 \times C_{em} \times I}{C_{em}} = 0.1 \times 1500 = 150A$$

c) Calcule de E'

$$E' = U - RI' = 600 - 0.012 \times 150 = 598.2V$$

d) Calcule de n'

$$E' = K \cdot \Omega'$$

$$E' = \frac{C'_{em}}{I'} \cdot \Omega'$$

$$\Omega = \frac{E' \cdot I'}{C'_{em}}$$

$$\Omega' = 2 \cdot \pi \cdot n' \Rightarrow n' = \frac{\Omega'}{2 \cdot \pi}$$

$$n' = \frac{E' \cdot I'}{2 \cdot \pi \cdot C'_{em}} = \frac{598.2 \times 150 \times 60}{2 \times 3.14 \times 278 \times 10^3 \times 0.1} = 31tr/min$$

6.2.4 Exercice 4

1) Énoncé

Un moteur de rétroviseur électrique d'automobile a les caractéristiques suivantes :

Moteur à courant continu à aimants permanents 62 grammes $\varnothing 28mm$ longueur $38mm$ tension nominale $U_N = 12V$ fem $E = 10^{-3}n$ vitesse de rotation (n en tr/min) résistance de l'induit $R = 3,5\Omega$; les pertes collectives $1,6W$.

Le moteur est alimenté par une batterie de fem $12V$, de résistance interne négligeable (voir figure).

1. A vide, le moteur consomme $0,20A$. Calculer sa fem et en déduire sa vitesse de rotation.
2. Que se passe-t-il si on inverse le branchement du moteur ?
3. En charge, au rendement maximal, le moteur consomme $0,83A$. Calculer :
 - La puissance absorbée
 - Les pertes Joule
 - La puissance utile
 - Le rendement maximal
 - La vitesse de rotation
 - La puissance électromagnétique

- Le couple électromagnétique
 - Le couple utile
 - Le couple des pertes collectives
4. Justifier que le couple électromagnétique est proportionnel au courant d'induit. Vérifier que : $C_{em} = 9,55 \cdot 10^{-3} I$.
 5. Calculer le courant au démarrage. En déduire le couple électromagnétique de démarrage.
 6. Le moteur tourne sous tension nominale. Que se passe-t-il si un problème mécanique provoque le blocage du rotor ?

2) Solution

1. A vide :

$$E = U - RI = 12 - 3.5 \times 0.23 = 11.3V$$

$$E = 10^{-3} n \Rightarrow n = \frac{E}{10^{-3}} = 11.3 \times 1000 = 11300 \text{tr/min}$$

2. Si on inverse le branchement du moteur, le sens de rotation est inversé.

3. En charge :

- la puissance absorbée

$$P_a = UI = 12 \times 0.83 = 9.96W$$

- Les pertes Joule

$$P_j = RI^2 = 3.5 \times 0.83^2 = 2.41W$$

- La puissance utile

$$P_u = P_a - P_j - P_{col} = 9.96 - 2.41 - 1.6 = 5.95W$$

- Le rendement maximal

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{5.95}{9.96} = 0.597 = 59.7\%$$

- La vitesse de rotation

$$E = U - RI = 12 - 3.5 \times 0.83 = 9.1V$$

$$n = E \cdot 10^3 = 9.1 \times 1000 = 9100 \text{tr/min}$$

- La puissance électromagnétique

$$P_{em} = EI = 9.1 \times 0.83 = 7.55W$$

- Le couple électromagnétique

$$C_{em} = \frac{P_{em}}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{7.55}{2 \times 3.14 \times \frac{9100}{60}} = 7.93 mNm$$

- Le couple utile

$$C_u = \frac{P_u}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{5.95}{2 \times 3.14 \times \frac{9100}{60}} = 6.25 mNm$$

- Le couple des pertes collectives

$$C_{col} = C_u - C_{em} = 7.93 - 6.25 = 1.68 mNm$$

4. Vérifier que : $C_{em} = 9.55 \cdot 10^{-3} \cdot I$ On sait que : $C_{em} = k \cdot I$

$$C_{em} = K \cdot \phi \cdot I$$

Le moteur est à aimant permanent $\Rightarrow \phi$ est constant

$$\Rightarrow C_{em} = K \cdot I \Rightarrow K = \frac{C_{em}}{I}$$

D'après 3 :

$$K = \frac{7.93 \times 10^{-3}}{0.83} = 9.55 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow C_{em} = 9.55 \cdot 10^{-3} \cdot I$$

5. Le courant au démarrage.

$$n = 0 \Rightarrow E = 0$$

$$\Rightarrow I = \frac{U}{R} = \frac{12}{3.5} = 3.43 A$$

Le couple électromagnétique de démarrage.

$$C_{em} = 9.55 \times 10^{-3} \times 3.43 = 32.7 mNm$$

6. Si un problème mécanique provoque le blocage du rotor, $n = 0 \Rightarrow I = 3,43 A$ en permanence \Rightarrow le moteur « grille ».

6.2.5 Exercice 5

1) Énoncé

La plaque signalétique d'un moteur à excitation indépendante porte les indications suivantes :

$$U = 240V; I = 35A$$

$$P = 7kW; n = 800tr/min$$

Calculer (à la charge nominale) :

1. Le rendement du moteur sachant que les pertes Joule inducteur sont de 150W.

2. Les pertes Joule induit sachant que l'induit a une résistance de $0,5\Omega$.
3. La puissance électromagnétique et les pertes « constantes ».
4. Le couple électromagnétique, le couple utile et le couple des pertes « constantes ».

2) Solution

1. Le rendement du moteur.

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}$$

$$P_u = 7kW$$

$$P_a = UI + P_{induc} = 240 \times 35 + 150 = 8550W$$

$$\eta = \frac{7000}{8550} = 0.82 = 82\%$$

2. Les pertes Joule induit

$$P_j = RI^2 = 0.5 \times 35^2 = 612.5W$$

3. La puissance électromagnétique et les pertes « constantes » (pertes collectives).

Puissance électromagnétique :

$$P_{em} = E \cdot I$$

$$E = U - RI = 240 - 0.5 \times 35 = 222.5V$$

$$P_{em} = 222.5 \times 35 = 7787.5W$$

Pertes « constantes » (pertes collectives) :

$$P_{col} = P_{em} - P_u = 7787.5 - 7000 = 787.5W$$

4. Le couple électromagnétique, le couple utile et le couple des pertes « constantes ».
- Couple électromagnétique :

$$C_{em} = \frac{P_{em}}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{7787.5}{2 \times 3.14 \times \frac{800}{60}} = 93Nm$$

Couple utile :

$$C_u = \frac{P_u}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{7000}{2 \times 3.14 \times \frac{800}{60}} = 83,6Nm$$

Couple des pertes collectives :

$$C_{col} = \frac{P_{col}}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{787.5}{2 \times 3.14 \times \frac{800}{60}} = 9.4Nm$$

6.3 Exercices à résoudre

6.3.1 Exercice 1

On dispose d'un moteur à courant continu, à excitation indépendante. L'induit, de résistance $R = 0,50\Omega$, est alimenté par une tension continue $U = 220V$. L'inducteur absorbe un courant d'excitation i constant.

1. Le moteur fonctionne en charge. L'induit absorbe un courant $I = 10A$. Le moteur fournit une puissance utile $P_u = 1,8kW$. Il tourne à une fréquence de rotation de $1200tr/min$.
 - a) Calculer la f.é.m du moteur.
 - b) Calculer le moment du couple utile.
2. Le moteur fonctionne à couple constant. L'induit absorbe toujours $I = 10A$. Pour régler la vitesse, on modifie la tension U .
 - a) Citer un dispositif électronique qui permet de faire varier cette vitesse.
 - b) La tension U prend la valeur $U = 110V$: calculer la nouvelle f.é.m et la fréquence de rotation correspondante.

6.3.2 Exercice 2

L'essai d'une machine à courant continu en générateur à vide à excitation indépendante a donné les résultats suivants : fréquence de rotation : $n_G = 1500tr/min$; l'intensité du courant d'excitation $I_e = 0,52A$; tension aux bornes de l'induit : $U_{G0} = 230V$.

La machine est utilisée en moteur. L'intensité d'excitation est maintenue constante quelle que soit le fonctionnement envisagé. La résistance de l'induit est $R = 1,2\Omega$.

1. le moteur fonctionne à vide ; l'intensité du courant dans l'induit est $I_0 = 1,5 A$ et la tension à ces bornes est $U_0 = 220V$ Calculer :
 - La force électromotrice.
 - Les pertes par effet joule dans l'induit.
 - La fréquence de rotation.
 - La somme des pertes mécaniques et des pertes fer.
 - Le moment du couple de pertes correspondant aux pertes mécaniques et pertes fer. Ce moment sera supposé constant par la suite.
2. Le moteur fonctionne en charge. La tension d'alimentation de l'induit est $U = 220V$ et l'intensité du courant qui le traverse est $I = 10A$. Calculer :
 - La force électromotrice
 - La fréquence de rotation.
 - Le moment du couple électromagnétique.
 - Le moment du couple utile.
 - La puissance utile.

On dispose d'un moteur à courant continu à excitation indépendante. Ce moteur fonctionne à flux constant. L'induit du moteur a une résistance égale à 1Ω .

- A) A $n_1 = 1200$ tr/min, le moteur développe un couple électromagnétique de moment $C_1 = 60N.m$ et l'intensité I_1 du courant dans l'induit est égale à $26A$.
- i. Démontrer que la force électromotrice du moteur est $E_1 = 290V$.
 - ii. Calculer la tension U_1 aux bornes de l'induit.
- B) La tension appliquée à l'induit est $U_2 = 316V$. Le moment du couple électromagnétique prend la valeur $C_2 = 100N.m$. On rappelle que pour ce type de moteur, le moment du couple électromagnétique est proportionnel à l'intensité du courant dans l'induit et que la force électromotrice est proportionnelle à la fréquence de rotation. Calculer :
- i. L'intensité I_2 du courant dans l'induit,
 - ii. La f.e.m. E_2 du moteur, et la fréquence de rotation n_2 du rotor

Bibliographie

- [1] Theodor Wildy , ***Electrotechnique***, 3ème édition , De Boeck université .
- [2] Lasne. L, ***Exercices et problèmes d'Electrotechnique*** , Notions de base et machines électriques , Edition DUNOD , 2005.
- [3] Dominique Bareille ; Jean-Pierre Daunis, ***Electrotechnique : transformateurs et machines tournantes***, Edition DUNOD , 2006.
- [4] A. Blajkine, ***Electrotechnique Générale***, 3ème édition de Mir , 1977.
- [5] Frank Ayres, ***Electrotechnique Générale***, édition Angers : Ademe , 1977.
- [6] BOURI Sihem , MERZOUK Sidahmed , ***Electrotechnique fondamentale***, Poly-copie , 2016 / 2017.