

TD N4

Exercice 1

I.

Soit le système suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1(x_1^2 + x_2^2 - 2) - 4x_1x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= 4x_1x_2^2 + x_2(x_1^2 + x_2^2 - 2) + \cos x_1 u + 2u^2 \\ y &= \sin x_2\end{aligned}\tag{6.1}$$

1. Donner la classe du système (6.1) et préciser sa forme.
2. Trouver le(s) point(s) d'équilibre du système (6.1) autonome et préciser la nature de ce(s) point(s).
3. Linéariser le système (6.1) et déterminer la commande qui place les pôles en BF en $\{-4, -5\}$

II.

Le système (6.1) est maintenant non forcé :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1(x_1^2 + x_2^2 - 2) - 4x_1x_2^2 \\ \dot{x}_2 &= 4x_1x_2^2 + x_2(x_1^2 + x_2^2 - 2)\end{aligned}\tag{6.2}$$

Soit la région $D \in R^2$ définie par : $\{(x_1, x_2) \in R^2 / (x_1^2 + x_2^2) < 2\}$

1. Proposer une fonction de Lyapunov qui assure la stabilité asymptotique du système (6.2) sur le domaine D .
2. La stabilité asymptotique peut-elle être globale ?

Exercice 2

1. Vérifier que le système (6.4) peut être linéarisé exactement par feedback (entrée état) :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 + x_2^2 + x_3^2 + u \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \sin(x_1 - x_3) \\ \dot{x}_3 &= x_3^2\end{aligned}\tag{6.3}$$

2. Est-ce que les variables :

$$\begin{aligned}z_1 &= x_1 - x_3 \\ z_2 &= x_2^2 + x_3^2 \\ z_3 &= x_3 + \sin(x_1 - x_3)(1 + 2x_2)\end{aligned}\tag{6.4}$$

peuvent servir comme changement de coordonnées pour cette linéarisation ?