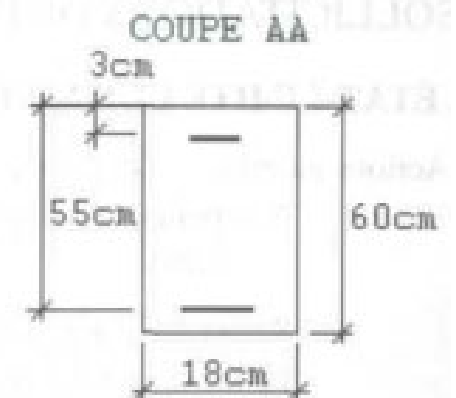
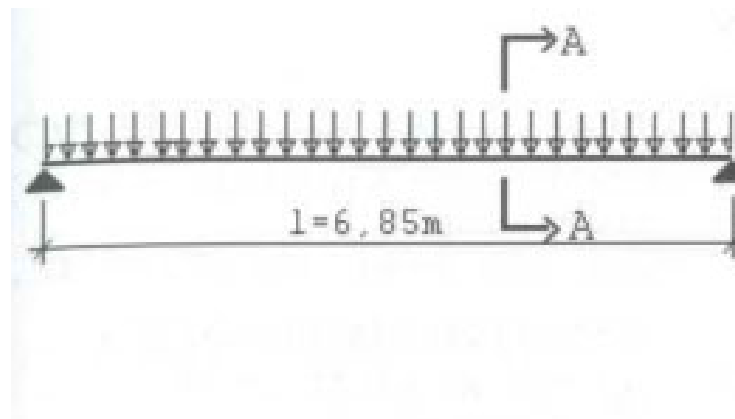


Exercice 5

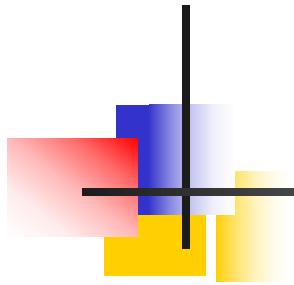
La poutre schématisée ci-dessous dont les données sont données ci après subit une flexion simple. On se propose :

- 1) de déterminer le ferrailage de la section médiane,**
- 2) de calculer les contraintes à l'état-limite de service.**

- Actions uniformément réparties de durée d'application supérieure à 24 heures :
 - permanentes : $g_1 = 5,30 \text{ kN/ml}$ (hors poids propre),
 - variables : $q = 22 \text{ kN/ml}$.
- Fissuration préjudiciable.
- Matériaux :
 - béton : $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$,
 - aciers : HA Fe E 500.



Solution



A l'E.L.U

Poids propre de la poutre : $g_2 = 0,18 \cdot 0,60 \cdot 25,0 = 2,70 \text{ KN/ml}$

Charge répartie sur la poutre en ELU : $(g_1 + g_2) \cdot 1,35 + q \cdot 1,5 =$
 $(5,3 + 2,7) \cdot 1,35 + 22 \cdot 1,5 = 43,8 \text{ KN/ml}$

Moment de flexion maximal en ELU :

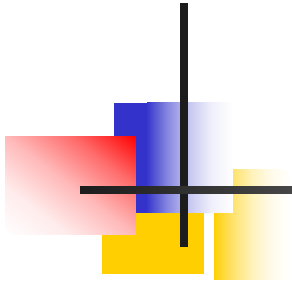
$$M_u = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{43,8 \cdot (6,85)^2}{8} = 256,9 \text{ KN.m}$$

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{1,5} = \frac{0,85 \cdot 25}{1,5} = 14,16 \text{ MPa}$$

$$\mu_u = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{0,2569}{0,18 \cdot 0,55^2 \cdot 14,16} = 0,333 \quad \mu_u > 0,186 \Rightarrow \text{Pivot B}$$

On calcule μ_L pour vérifier si l'on est dans le cas de section simple ou double.

$$\varepsilon_L = \frac{f_{su}}{E} = \frac{f_u}{\gamma_s \cdot E} = \frac{500}{1,15 \cdot 200\,000} = 2,17\text{‰}$$



$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \cdot 25 = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\alpha_L = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{st}} = \frac{3,5}{3,5 + 2,17} = 0,617$$

$$\mu_L = 0,8 \cdot \alpha_L (1 - 0,4 \cdot \alpha_L) = 0,371$$

$\mu_u < \mu_l \Rightarrow$ La section est sans armatures comprimées

$$\alpha_u = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_u}) = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,333}) = 0,527$$

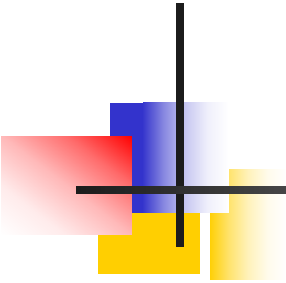
$$Z = d \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_u) = 0,55 \cdot (1 - 0,4 \cdot 0,527) = 0,434$$

$$\sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

$$A_s \geq \frac{M_u}{Z \cdot \sigma_{st}} = \frac{0,2569}{0,434 \cdot 434,78} = 13,61 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 13,61 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité

$$A_s \geq 0,23 \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} \cdot b \cdot d = 0,23 \cdot \frac{2,1}{500} \cdot 0,18 \cdot 0,55 = 9,56 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \quad \text{OK}$$



A l'E.L.S

Charge répartie sur la poutre en ELS : $(g_1 + g_2) + q = (5,3 + 2,7) + 22 = 30 \text{ KN/ml}$

Moment de flexion maximal en ELS : $M_{\text{ser}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{30 \cdot (6,85)^2}{8} = 175,96 \text{ KN.m}$

La fissuration est préjudiciable, d'où:

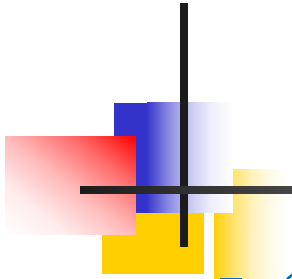
$$\frac{2}{3} f_e = 333,33 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_s = \xi = \min \left\{ \begin{array}{l} \max (0,5 f_e ; 110 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} = \max (250 ; 110 \sqrt{1,6 \cdot 2,1} = 201,63) \quad (\text{MPa}) \end{array} \right.$$

$$\overline{\sigma}_s = 250 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \cdot 25 = 15 \text{ MPa}$$

$$\overline{\alpha} = \frac{15 \cdot \overline{\sigma}_{bc}}{\overline{\sigma}_s + 15 \cdot \overline{\sigma}_{bc}} = 0,473$$



$$M_{rb} = \frac{\bar{\alpha}}{2} \cdot \left(1 - \frac{\bar{\alpha}}{3}\right) \cdot \bar{\sigma}_{bc} \cdot b \cdot d^2 = \frac{0,473}{2} \cdot \left(1 - \frac{0,473}{3}\right) \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,18 \cdot 0,55^2 = 162,70 \text{ KN.m}$$

$M_{ser} > M_{rb} \Rightarrow$ Nécessité d'armatures comprimées

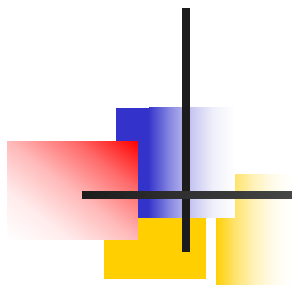
$$\sigma_{sc} = 15 \cdot \bar{\sigma}_{bc} \cdot \frac{\bar{\alpha} - \delta'}{\bar{\alpha}} \quad \text{avec} \quad \delta' = \frac{d'}{d} \quad \sigma_{sc} = 15 \cdot 15 \cdot \frac{0,473 - 0,0545}{0,473} = 199,05 \text{ MPa}$$

$$A'_{ser} = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{\sigma_{sc} \cdot (d - d')} = \frac{0,17596 - 0,1627}{199,05 \cdot (0,55 - 0,03)} = 0,000128 \text{ m}^2 \quad \text{soit} \quad 1,28 \text{ cm}^2$$

$$A_{ser} = \frac{M_{rb}}{d \cdot \left(1 - \frac{\bar{\alpha}}{3}\right) \cdot \bar{\sigma}_s} + A'_{ser} \cdot \frac{\sigma_{sc}}{\bar{\sigma}_s}$$

$$A_{ser} = \frac{0,1627}{0,55 \cdot \left(1 - \frac{0,473}{3}\right) \cdot 250} + 0,000128 \cdot \frac{199,05}{250} = 0,0015 \text{ m}^2 = 15 \text{ cm}^2$$

$$A_s = \sup(A_{ELU}, A_{ser}) = 15 \text{ cm}^2$$



Choix des armatures (Ferrailage de la section).

