

Exercice 9

Déterminer la section d'armatures longitudinales à l'E.L.U puis à l'E.L.S d'une poutre de section rectangulaire soumise à la flexion simple.

Données :

- Section : 25 cm x 60 cm
- Enrobage inférieur : 6 cm
- Enrobage supérieur : 4 cm
- Matériaux :
 - béton : $f_{c28} = 20$ Mpa
 - acier : HA FeE 400
- Fissuration peu préjudiciable
- Moments de flexion : $M_u = 364\,000$ N.m et $M_s = 260\,000$ N.m
- Coefficient d'élasticité longitudinal de l'acier : 200 000 MPa

Solution

A l'E.L.U

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{1,5} = \frac{0,85 \cdot 20}{1,5} = 11,33 \text{ MPa} \quad f_{su} = \frac{f_e}{1,15} = \frac{400}{1,15} = 347,83 \text{ MPa}$$

$$\mu_u = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{0,364}{0,25 \cdot 0,542 \cdot 11,33} = 0,4407 > 0,186 \Rightarrow \text{Pivot B}$$

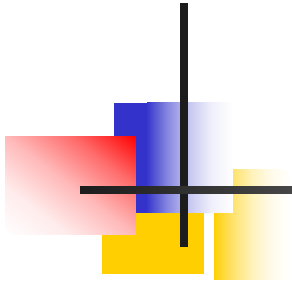
On calcule μ_l pour vérifier si l'on est dans le cas de section simple ou double.

$$\varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s} = \frac{400}{1,15 \cdot 200\,000} = 2,3\text{‰}$$

$$\alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 2,3} = 0,43$$

$$\mu_l = 0,8 \cdot \alpha_l (1 - 0,4\alpha_l) = 0,8 \cdot 0,43 (1 - 0,4 \cdot 0,43) = 0,28$$

$0,28 < 0,4407$ donc $\mu_l < \mu_u \Rightarrow$ la section nécessite des armatures comprimées.



On calcule le moment ultime résistant béton M_{rub} .

$$M_{rub} = \mu_L \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu}$$

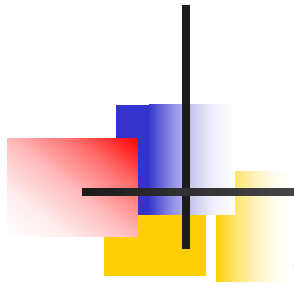
$$M_{rub} = 0,28 \cdot 0,25 \cdot 0,54^2 \cdot 11,33 = 0,231 \text{ MN.m}$$

$$M_{res} = M_u - M_{rub} = 0,364 - 0,231 = 0,133 \text{ MN.m}$$

On calcule la section d'armatures tendues.

$$A_{st1} = \frac{M_{rub}}{Z \cdot \sigma_{st}} \quad \text{avec : } Z = d \cdot (1 - 0,4 \alpha_l) = 0,54 \cdot (1 - 0,4 \cdot 0,43) = 0,447 \text{ m}$$

$$A_{st1} = \frac{0,231}{0,447 \cdot 347,82} = 0,00149 \text{ m}^2$$



$$A_{st2} = \frac{M_{res}}{(d-d') \cdot \sigma_{st}} = \frac{0,133}{(0,54-0,04) \cdot 347,82} = 0,00076 \text{ m}^2$$

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2} = 0,002255 \text{ m}^2 = 22,55 \text{ cm}^2$$

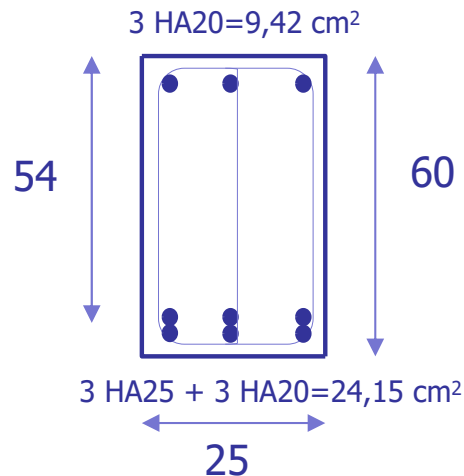
On calcule la section d'armatures comprimées.

$$\varepsilon_{sc} = 3,5 \cdot \frac{(0,2322-0,04)}{0,2322} = 2,897 \text{ ‰} \quad \text{d'où : } \sigma_{sc} = 347,82 \text{ MPa}$$

$$A_{sc} = \frac{M_{res}}{(d-d') \cdot \sigma_{sc}} = \frac{0,133}{(0,54-0,04) \cdot 347,82} = 0,000765 \text{ m}^2$$

$$= 7,65 \text{ cm}^2$$

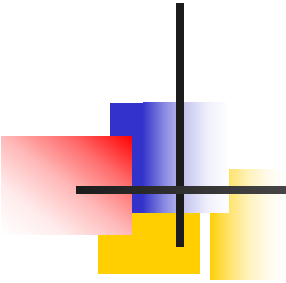
Choix des armatures (Ferrailage de la section).



Condition de non fragilité

$$A_s \geq A_{min} = 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{tj}}{f_e} = 0,23 \cdot 25 \cdot 54 \cdot \frac{1,8}{400}$$

$$= 1,40 \text{ cm}^2$$



A l'E.L.S

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 0,6 \cdot 20 = \mathbf{12 \text{ MPa}}$$

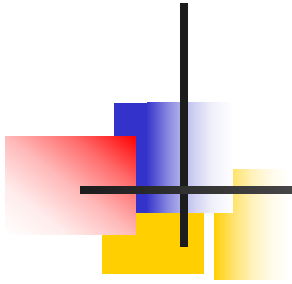
Fissuration peu préjudiciable (FPP) : $\overline{\sigma}_s = f_e$

$$\overline{\alpha} = \frac{15 \cdot \overline{\sigma}_{bc}}{\overline{\sigma}_s + 15 \cdot \overline{\sigma}_{bc}} = 0,310$$

$$M_{rb} = \frac{\overline{\alpha}}{2} \cdot \left(1 - \frac{\overline{\alpha}}{3}\right) \cdot \overline{\sigma}_{bc} \cdot b \cdot d^2 = \frac{0,310}{2} \cdot \left(1 - \frac{0,310}{3}\right) \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 0,25 \cdot 0,54^2 = 121,58 \text{ KN.m}$$

$M_{ser} > M_{rb} \Rightarrow$ Nécessité d'armatures comprimées

$$\sigma_{sc} = 15 \cdot \overline{\sigma}_{bc} \cdot \frac{\overline{\alpha} - \delta'}{\overline{\alpha}} \quad \text{avec} \quad \delta' = \frac{d'}{d} \quad \sigma_{sc} = 15 \cdot 12 \cdot \frac{0,310 - 0,071}{0,310} = 138,77 \text{ MPa}$$



$$A'_{ser} = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{\sigma_{sc} \cdot (d - d')} = \frac{0,26 - 0,12158}{138,77 (0,54 - 0,04)} = 0,00199 \text{ m}^2 \quad \text{soit} \quad 19,9 \text{ cm}^2$$

$$A_{ser} = \frac{M_{rb}}{d \cdot \left(1 - \frac{\bar{\alpha}}{3}\right) \cdot \bar{\sigma}_s} + A'_{ser} \cdot \frac{\sigma_{sc}}{\bar{\sigma}_s}$$

$$A_{ser} = \frac{0,12158}{0,54 \cdot \left(1 - \frac{0,310}{3}\right) \cdot 138,77} + 0,00199 \cdot \frac{138,77}{400}$$