

# ARBRE DE DÉFAILLANCES

« ARBRE DE FAUTES »

# Plan

- I. Définition et principe
- II. Construction de l'arbre
  1. Définition des évènements
  2. Les symboles utilisés
  3. Règles de construction de l'arbre
  4. Exemple 01
- IV. Exploitation de l'arbre
  1. Coupes minimales et Réduction de l'arbre
  2. Analyse quantitative ( calcul de probabilité)
  3. Exemple 02

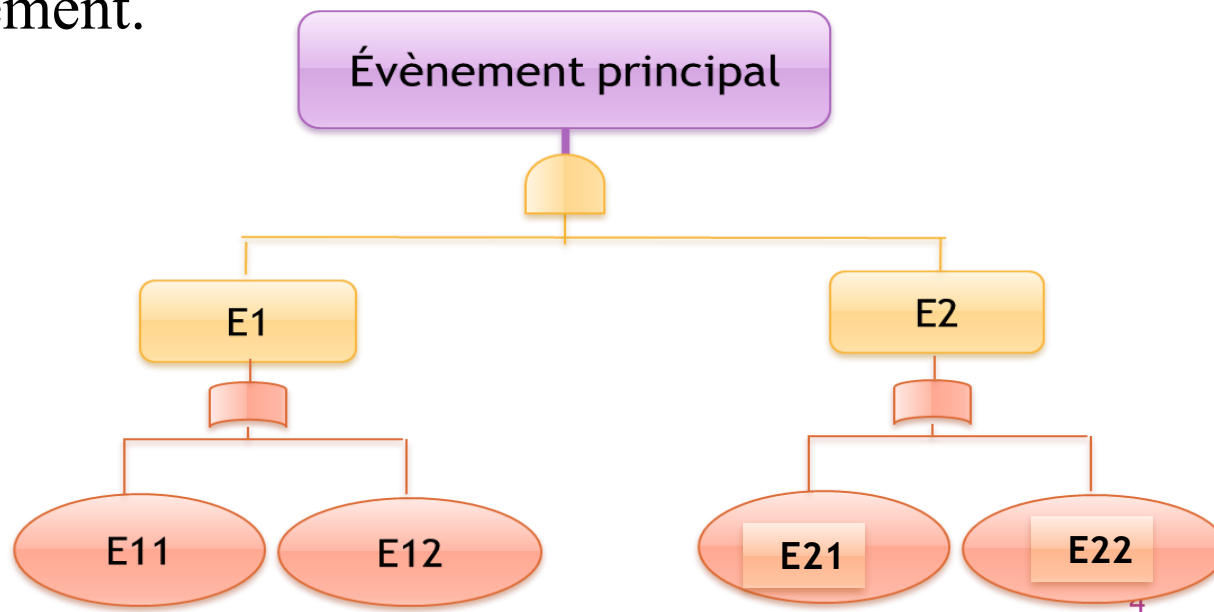
# I. DÉFINITION ET PRINCIPE

- L'arbre de défaillances est une méthode d'analyse déductive (*procédant d'un raisonnement logique rigoureux*).
- Elle permet de savoir comment un système peut être indisponible.



# I. DÉFINITION ET PRINCIPE

- Il s'agit de représenter, sous forme d'un arbre, les différentes évènements qui provoquent un évènement indésirable (la défaillance du système )
- Ces évènements sont liés par des portes de logique (ET, OU,...) selon que la défaillance du matériel se produit lorsque les évènements (les causes) se réalisent ensemble ou séparément.



# I. DÉFINITION ET PRINCIPE

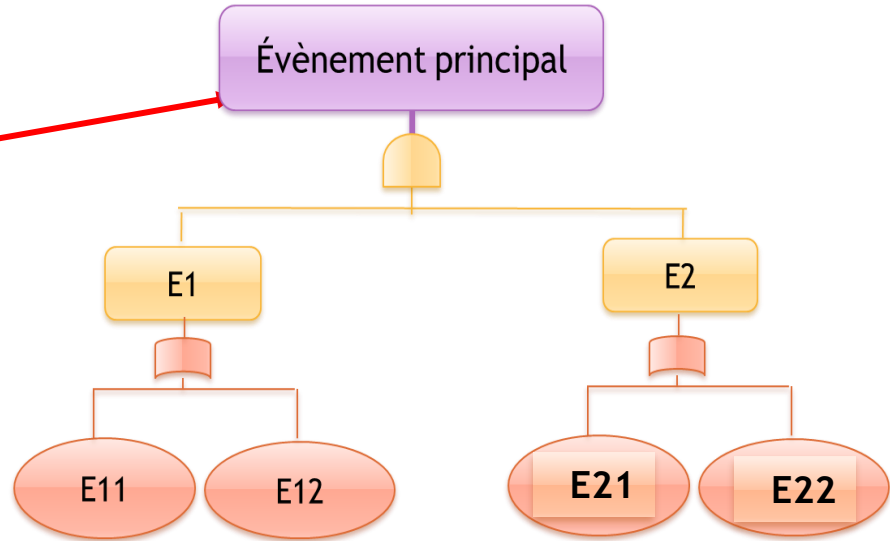
**Son principe est :**

1. Chercher toutes les combinaisons de défaillances élémentaires qui peuvent aboutir à un évènement redouté
2. Construire une arborescence (schéma graphique en forme d'arbre inversé) représentant l'enchaînement logique des « évènements intermédiaires » jusqu'à la mise en cause des « évènements élémentaires »

## II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

### 1. Définition des évènements

Évènement redouté

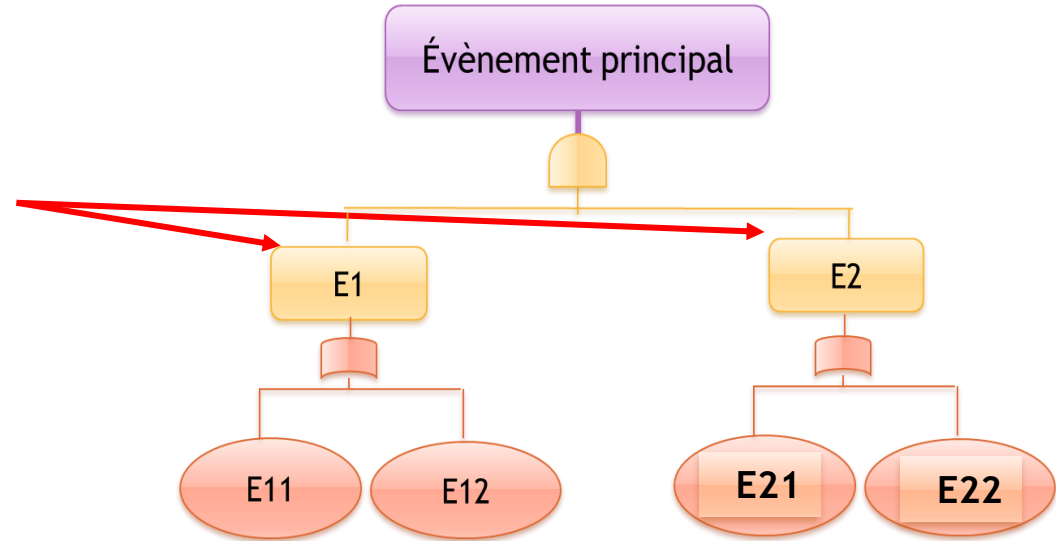


- L'évènement redouté est l'évènement indésirable pour lequel nous faisons l'étude de toutes les causes qui y conduisent.
- Cet évènement est unique pour un arbre de défaillances et se trouve au "sommet" de l'arbre.

## II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

### 1. Définition des évènements

#### Évènements intermédiaires

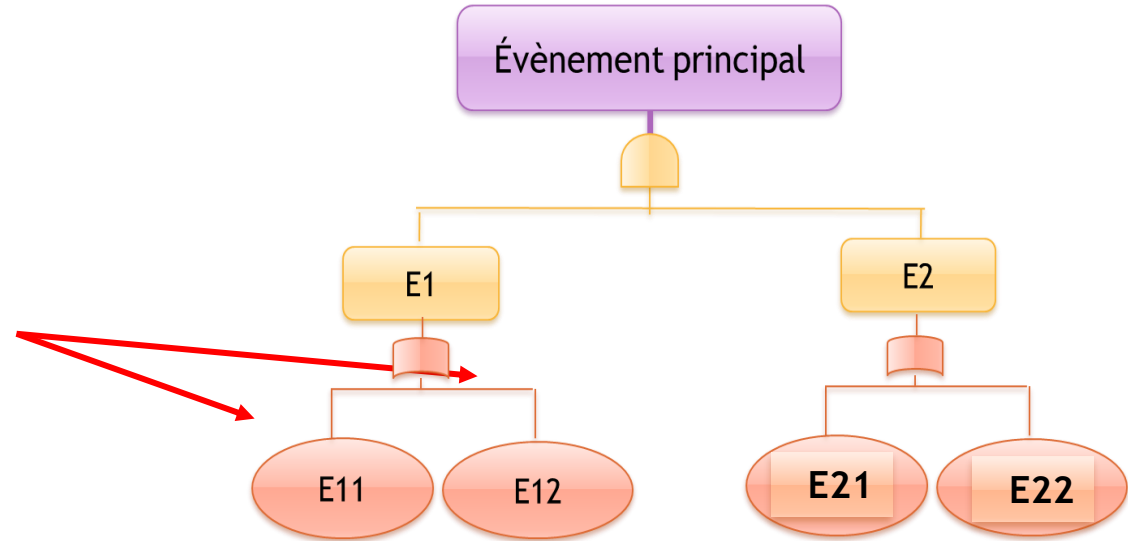


- Les évènements intermédiaires sont des évènements comme l'évènement redouté,
- La différence est qu'ils sont des causes pour d'autres évènements. Par exemple c'est la combinaison d'évènements intermédiaires qui conduit à l'évènement redouté.

# II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

## 1. Définition des évènements

### Evènements élémentaires

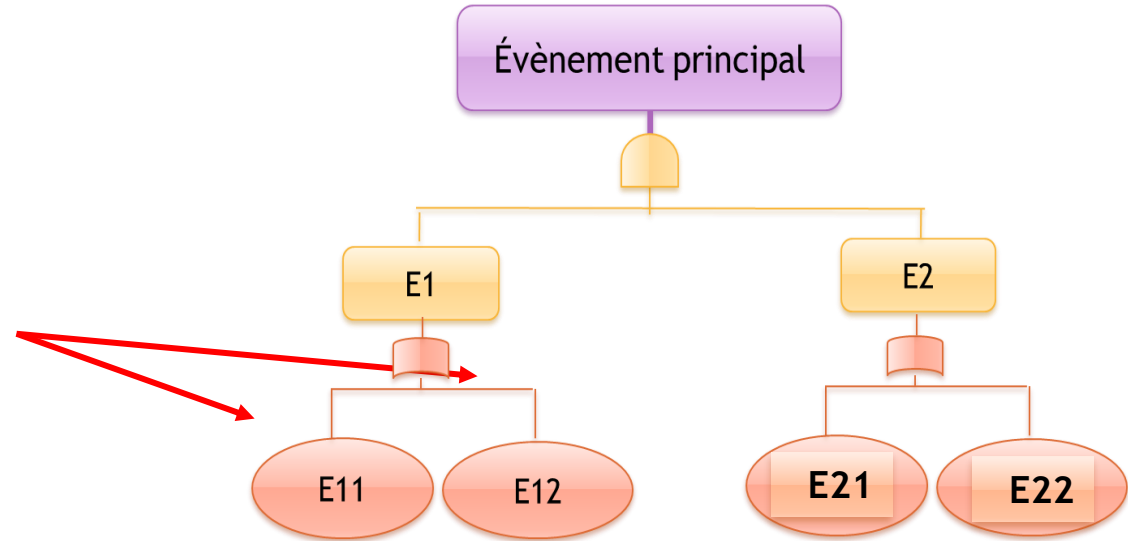


- Sont des événements correspondants au niveau le plus détaillé de l'analyse du système,
- Dans un arbre de défaillances, ils représentent les défaillances des composants qui constituent le système étudié.

# II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

## 1. Définition des évènements

Evènements  
élémentaires

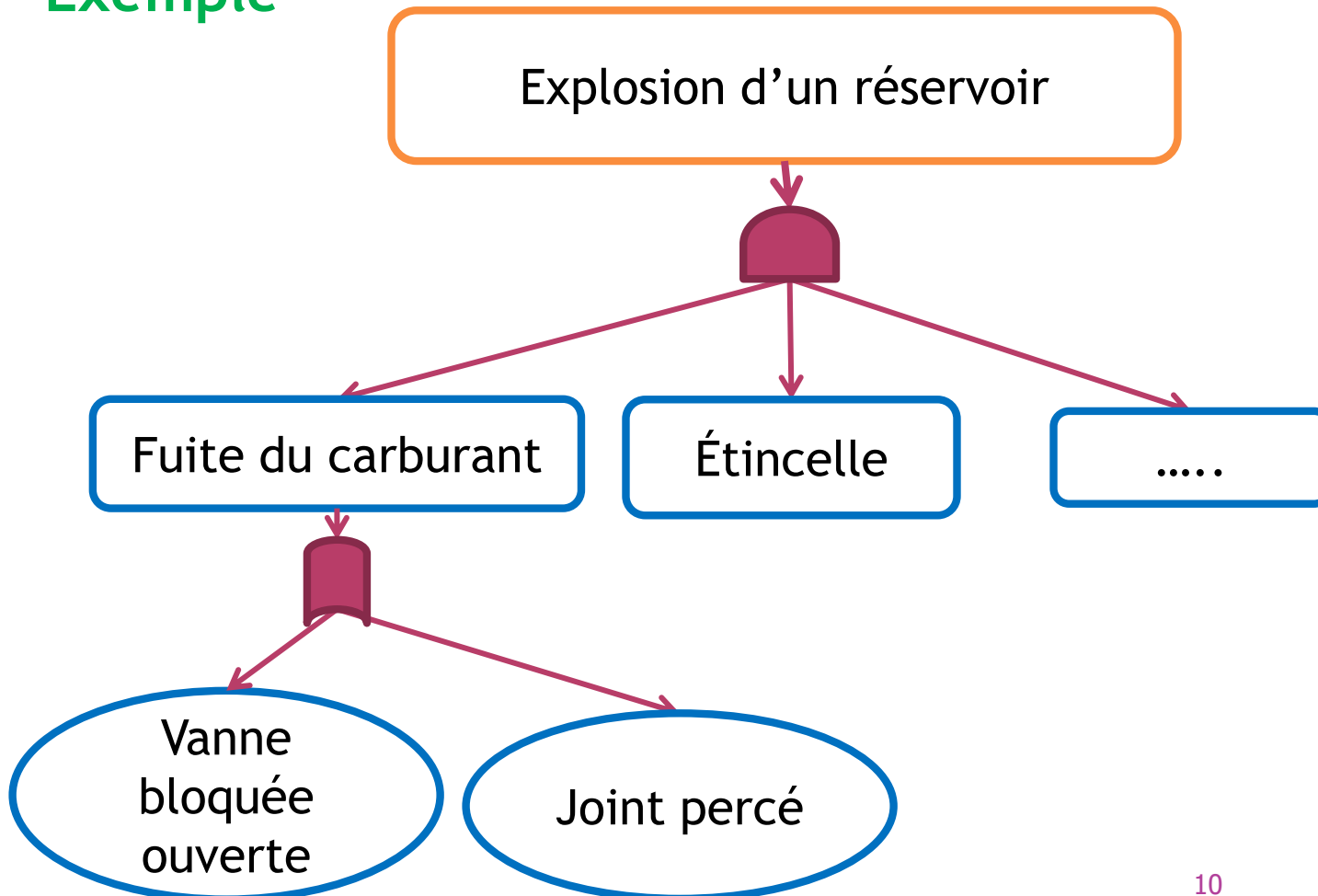


- Pour fixer le niveau de détail, on considère généralement que les événements élémentaire coïncident avec la défaillance des composants qui sont réparables ou interchangeables.

# II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

## 1. Définition des évènements

### Exemple



# II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

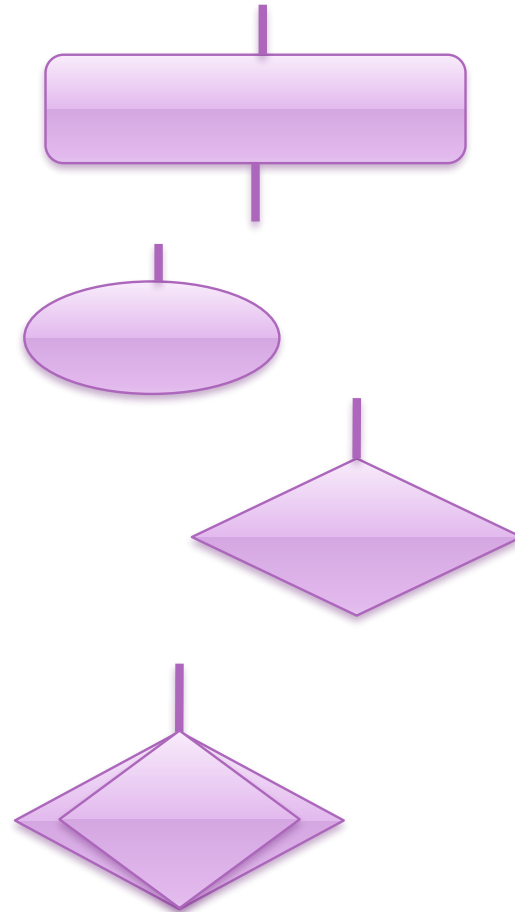
## 2. Les symboles utilisés

Événement Redouté  
Et événement intermédiaire

Événement élémentaire

Événement élémentaire non  
développé

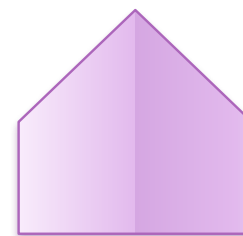
Événement élémentaire dont le  
développement est à faire  
ultérieurement



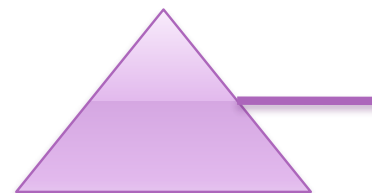
## II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

### 2. Les symboles utilisés

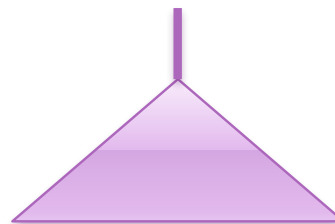
Un événement maison est utilisé pour des circonstances considérées comme toujours présentes ou inévitables dans le système



Fait la référence d'une partie qui sera répétée dans un autre endroit dans l'arbre



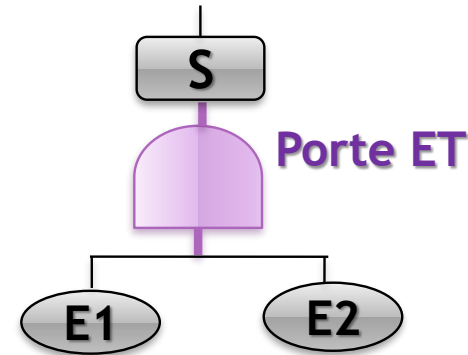
La suite de l'arbre et la même partie qui suit ce symbole



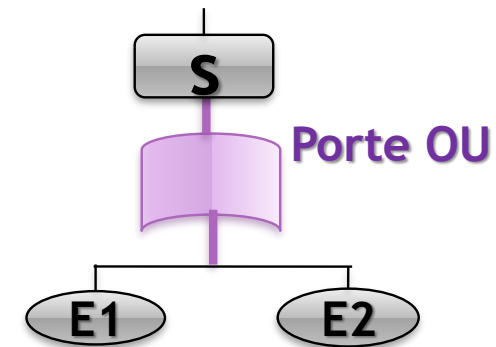
## II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

### 2. Les symboles utilisés

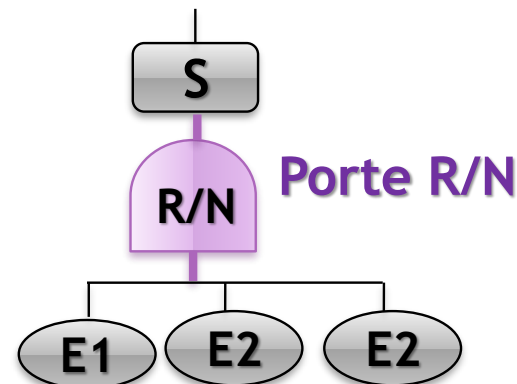
L'événement **S** ne se produit que si les événements élémentaires **E1** et **E2** existent simultanément.



L'événement **S** se produit indépendamment si l'un des événements **E1** ou **E2** existent .



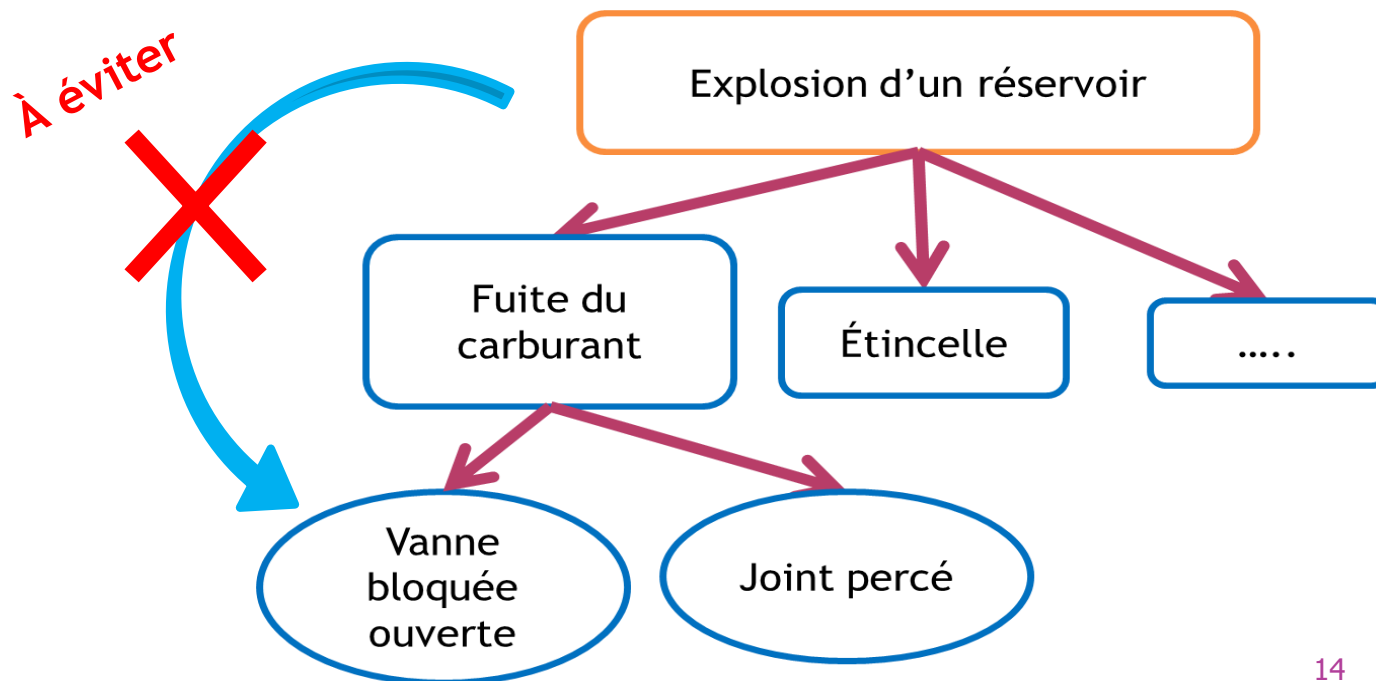
Si **R=2** et **N=3** alors il suffit que **deux** parmi les **trois** événements **E1**, **E2**, **E3** soient présents pour que l'événement **S** se réalise.



## II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

### 3. Règles de construction de l'arbre

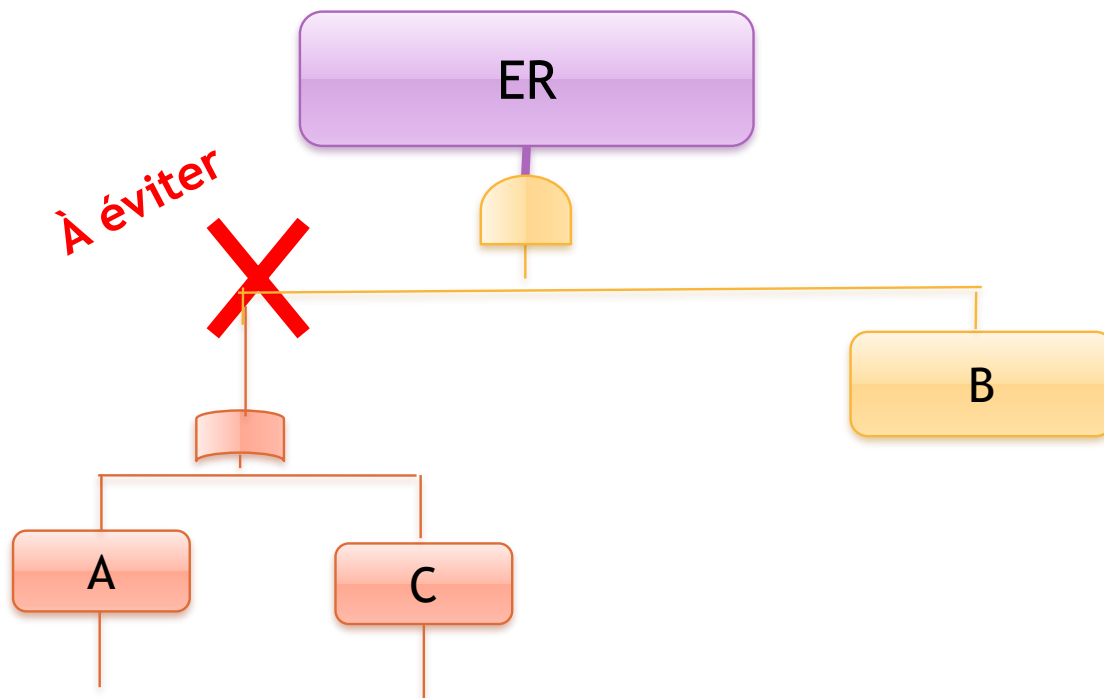
- 1) Rechercher les causes immédiates provoquant l'apparition de chaque événement intermédiaire, cela afin d'éviter l'oubli d'une branche.



## II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

### 3. Règles de construction de l'arbre

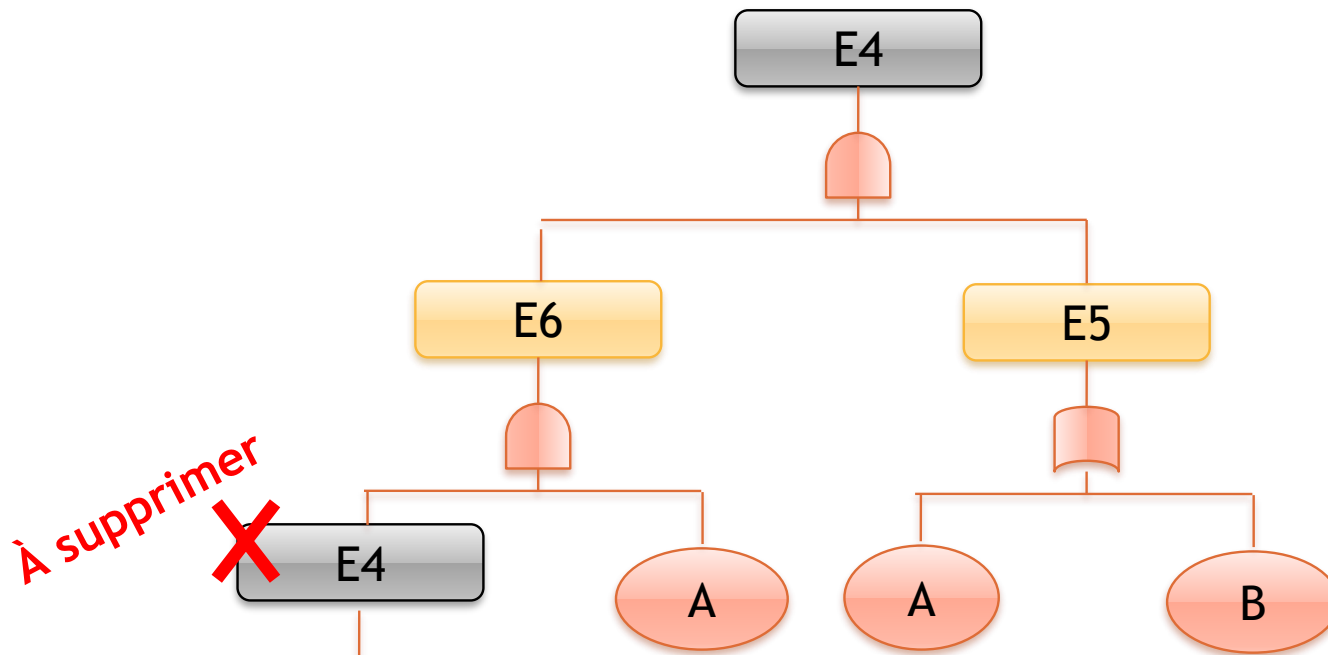
- 2) Eviter les **connexions directes « porte à porte »** car elles sont en général dues à une mauvaise compréhension du système ou une analyse trop superficielle.



## II. CONSTRUCTION DE L'ARBRE

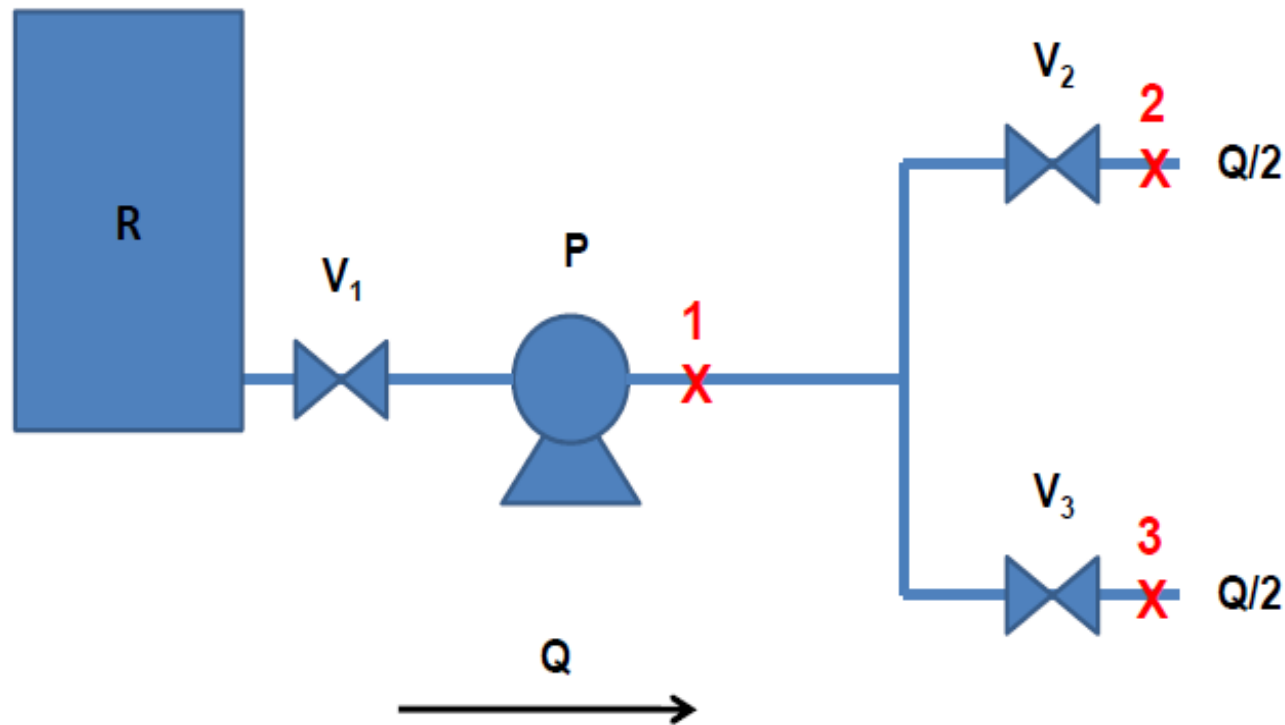
### 3. Règles de construction de l'arbre

- 3) Supprimer les **incohérences** dans l'arbre comme par exemple : un événement qui est à la fois cause et conséquence d'un même événement.



# EXEMPLE 01

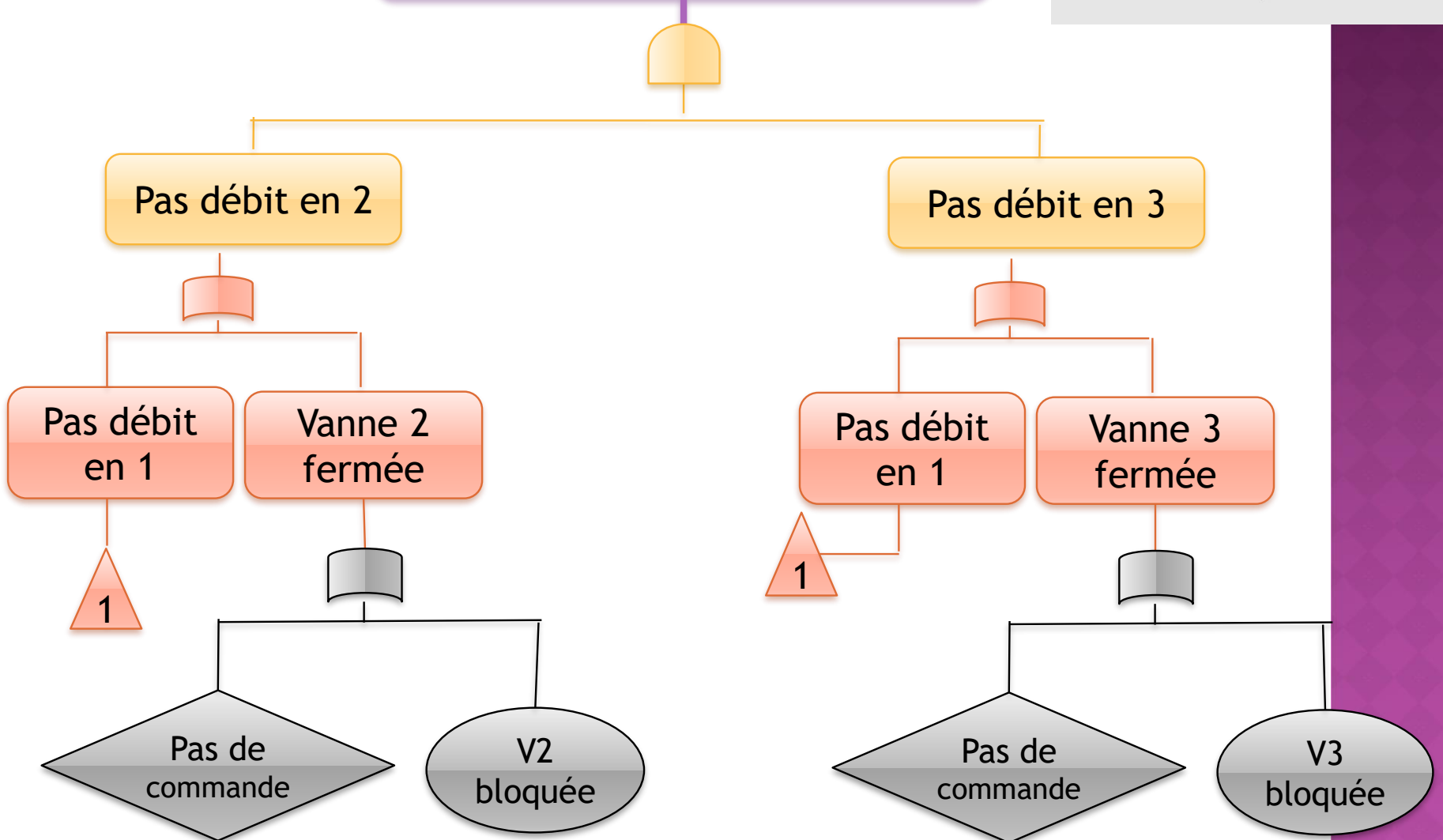
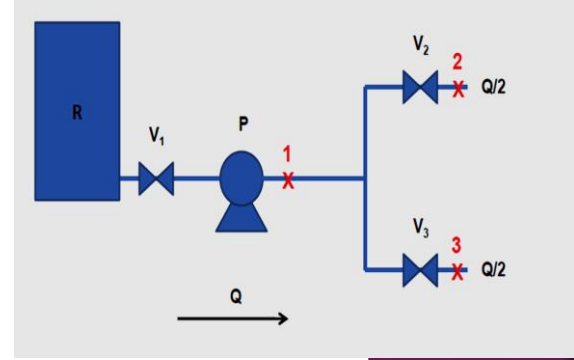
Appliquer la méthode arbre de défaillances sur le système de la figure en analysant l'évènement indésirable : « **Débit de refroidissement nul** »



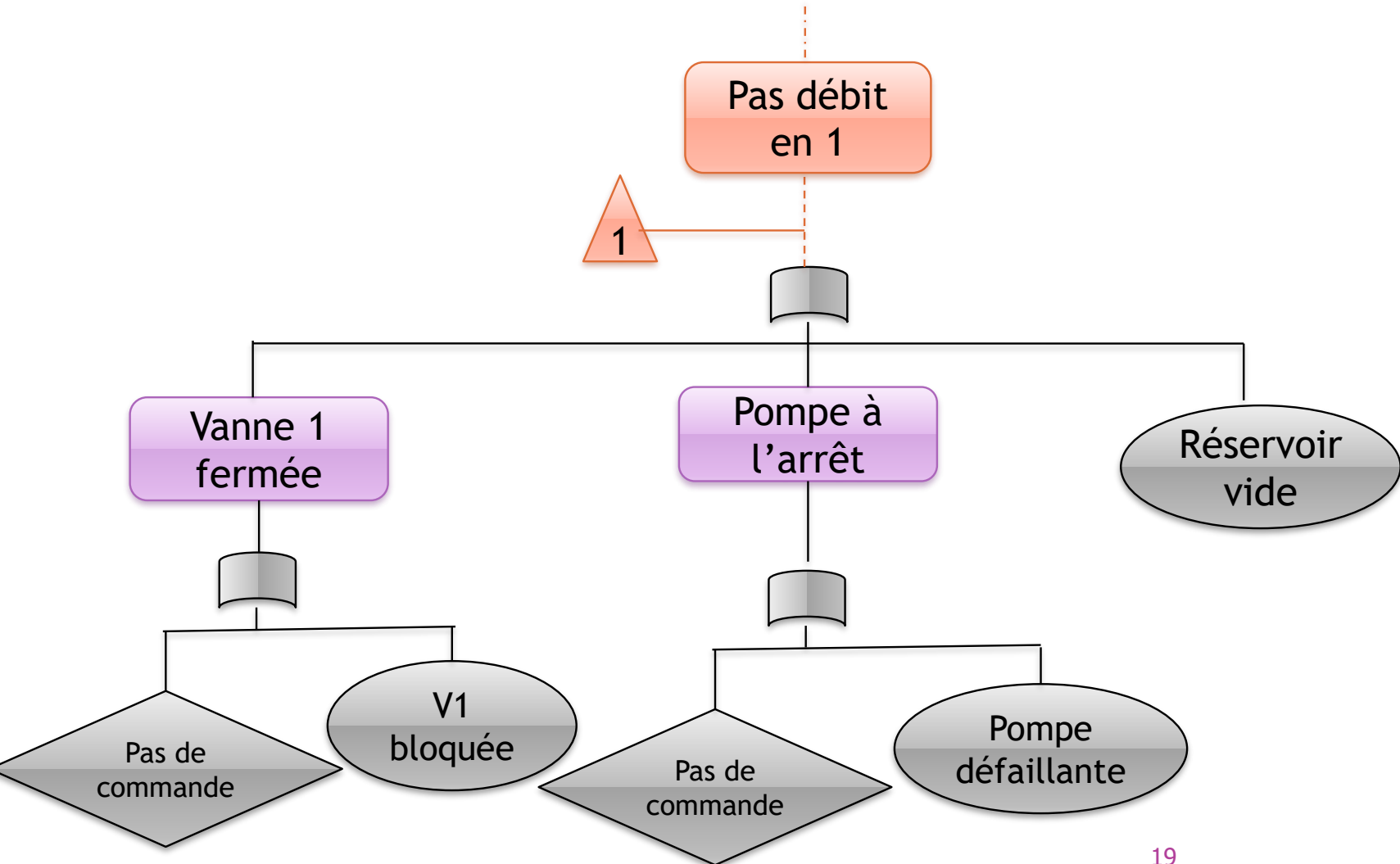
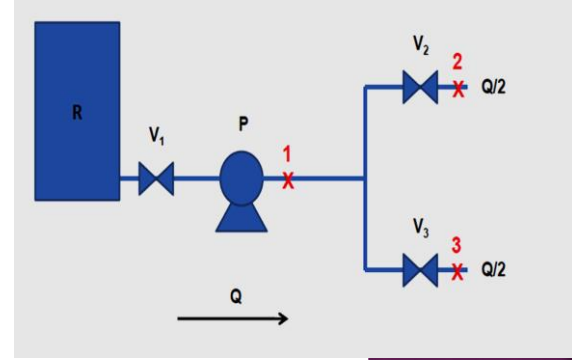
Circuit de refroidissement d'urgence

# EXEMPLE 01

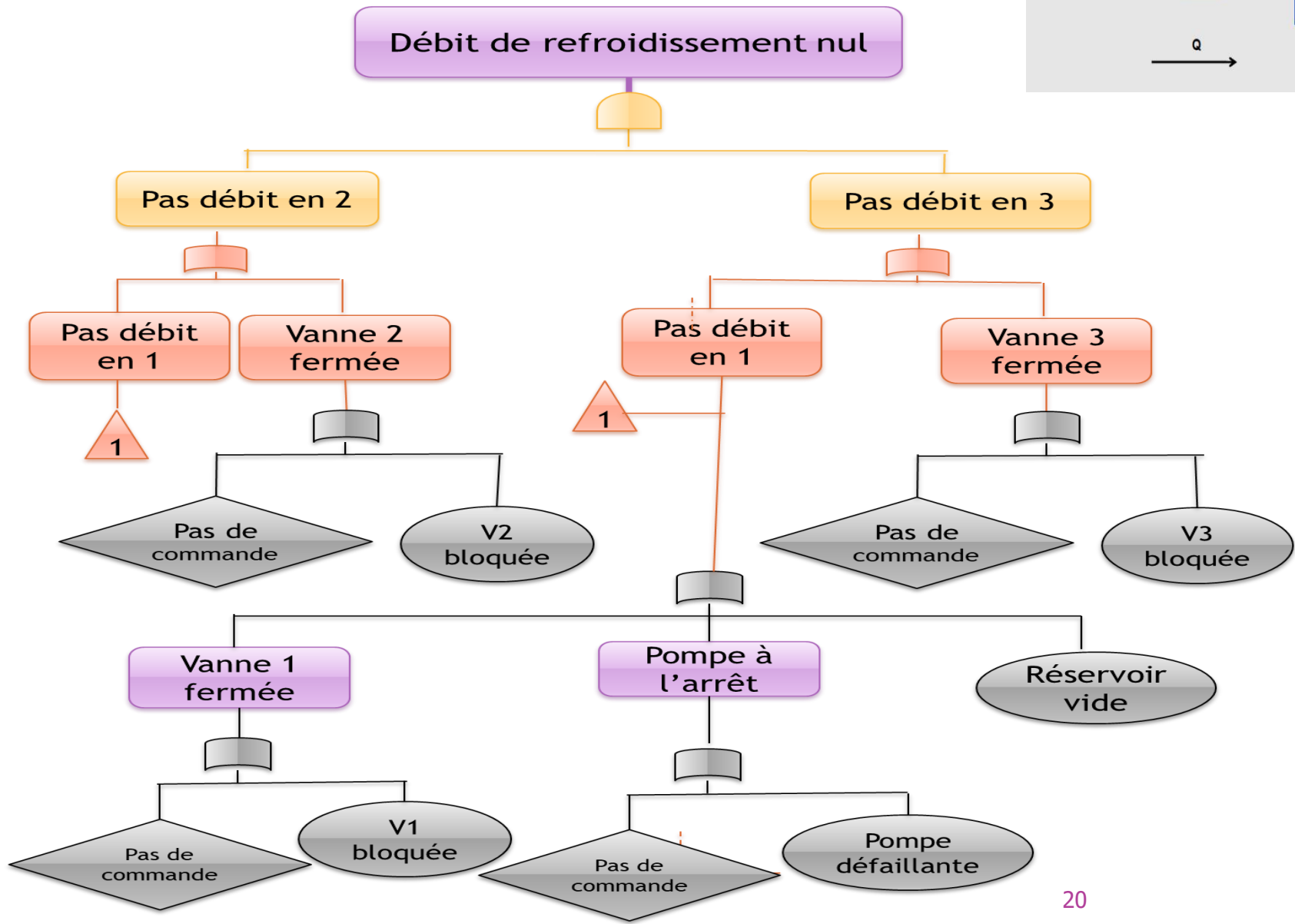
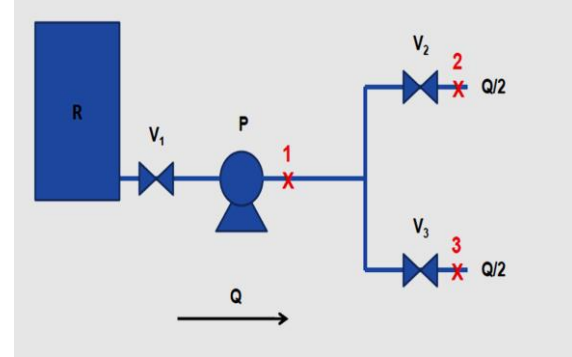
Débit de refroidissement nul



# EXEMPLE 01



# EXEMPLE 01

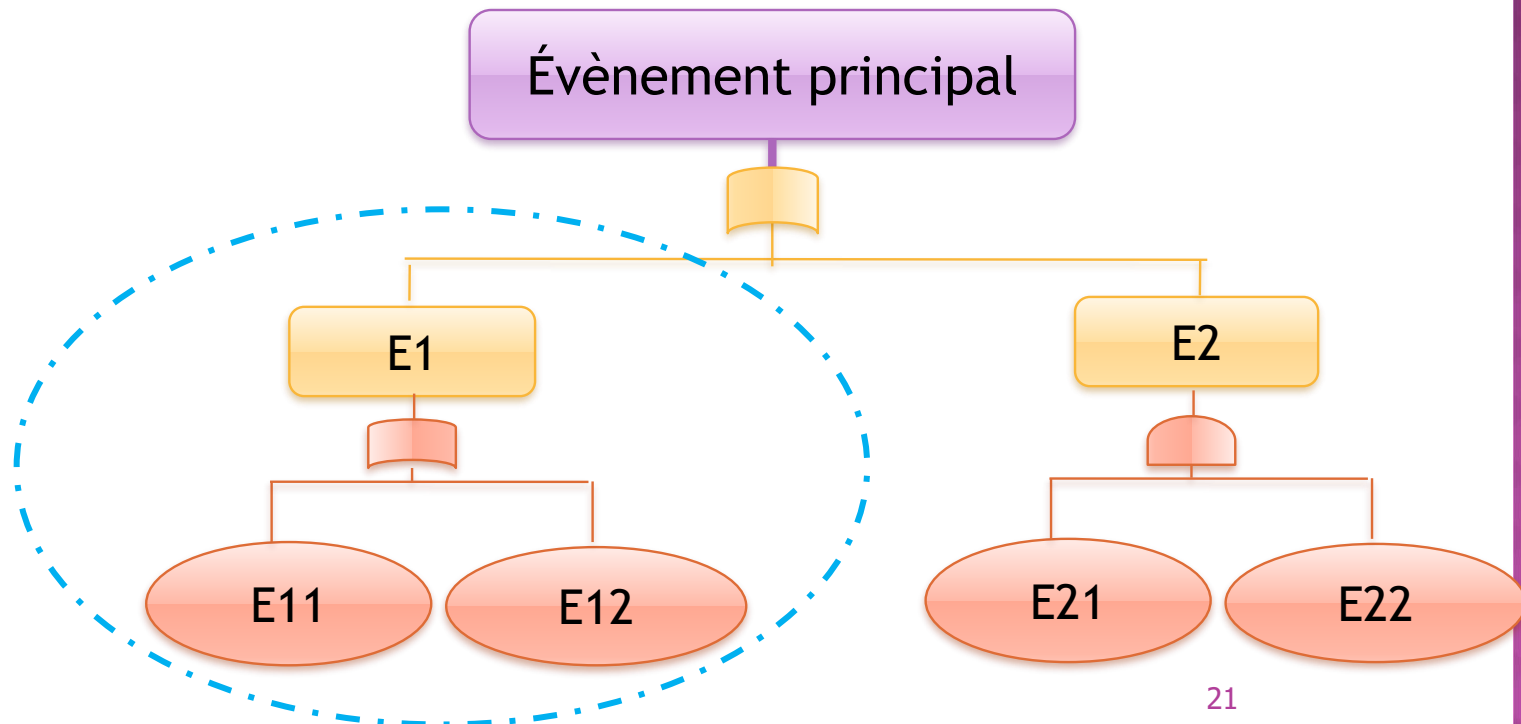


# EXPLOITATION DE L'ARBRE

## 1) COUPES MINIMALES & RÉDUCTION DE L'ARBRE

### Coupe

Ensemble d'événements élémentaires dont la combinaison entraîne l'événement racine de l'arbre

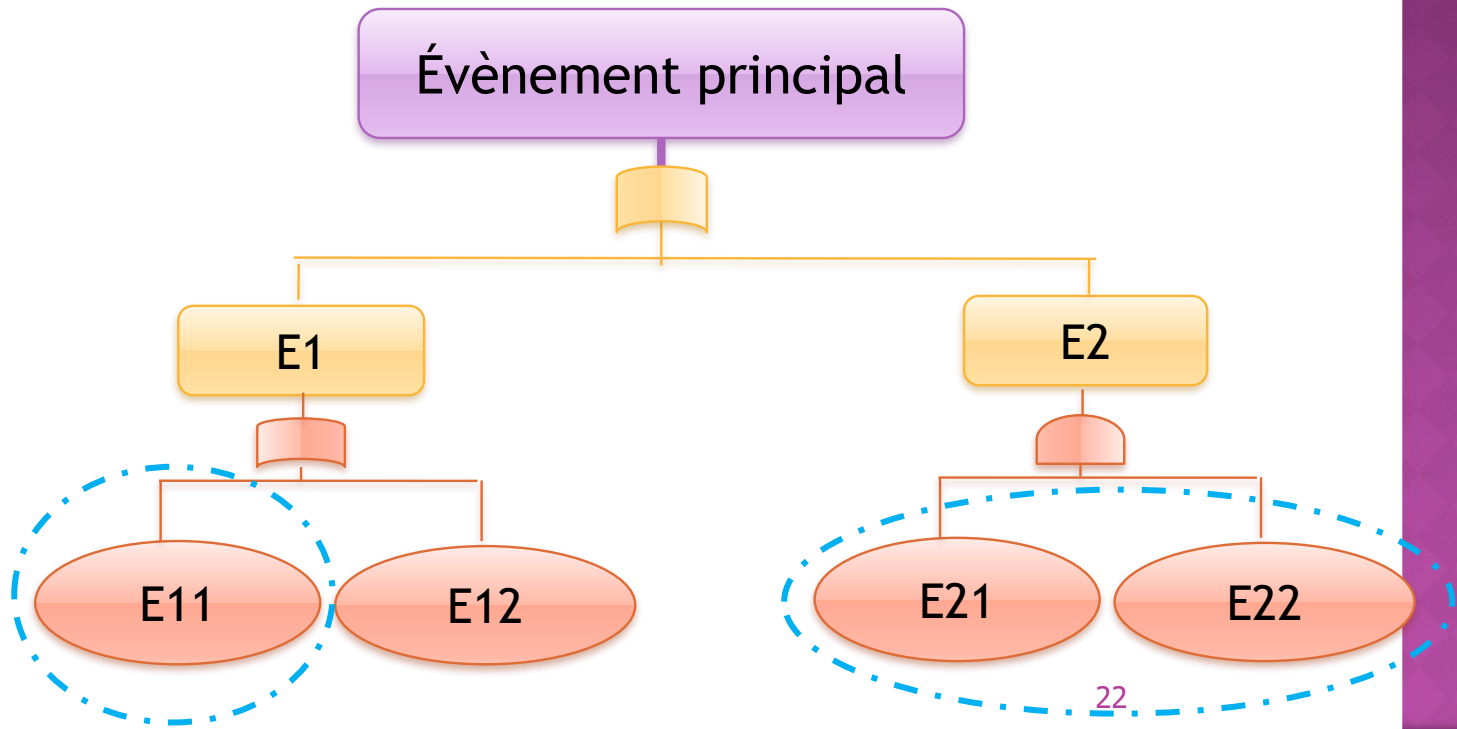


# EXPLOITATION DE L'ARBRE

## 1) COUPES MINIMALES & RÉDUCTION DE L'ARBRE

### Coupe minimale

Une coupe minimale représente la plus petite combinaison d'évènements pouvant conduire à l'évènement indésirable ou redouté



# EXPLOITATION DE L'ARBRE

## 1) COUPES MINIMALES & RÉDUCTION DE L'ARBRE

### La recherche des coupes minimales

1. Associer à chaque événement de base une variable booléenne
2. L'événement de sortie d'une porte « **ET** » est associé au produit des variables booléennes des événements d'entrée
3. L'événement de sortie d'une porte « **OU** » est associé à la somme des variables booléennes des événements d'entrée

# EXPLOITATION DE L'ARBRE

## 1) COUPES MINIMALES & RÉDUCTION DE L'ARBRE

### La recherche des coupes minimales

4. L'évènement redouté sera représenté par une expression boolienne

$$F = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n$$

$$C_i = e_1 \cdot e_2 \cdot e_3 \cdot \dots \cdot e_n$$

Dont

$C_i$  représente une coupe minimale

# EXPLOITATION DE L'ARBRE

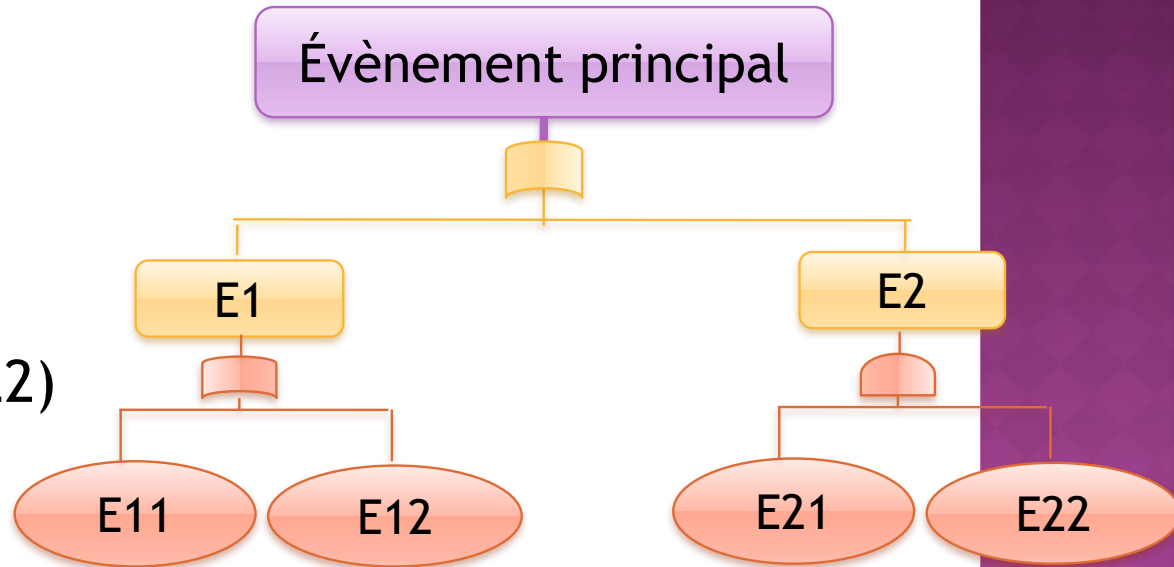
## 1) COUPES MINIMALES & RÉDUCTION DE L'ARBRE

### Exemple

L'équation booléenne:

$$S = (E1) + (E2)$$

$$S = E11 + E12 + (E21 \cdot E22)$$



Les coupes minimales sont:

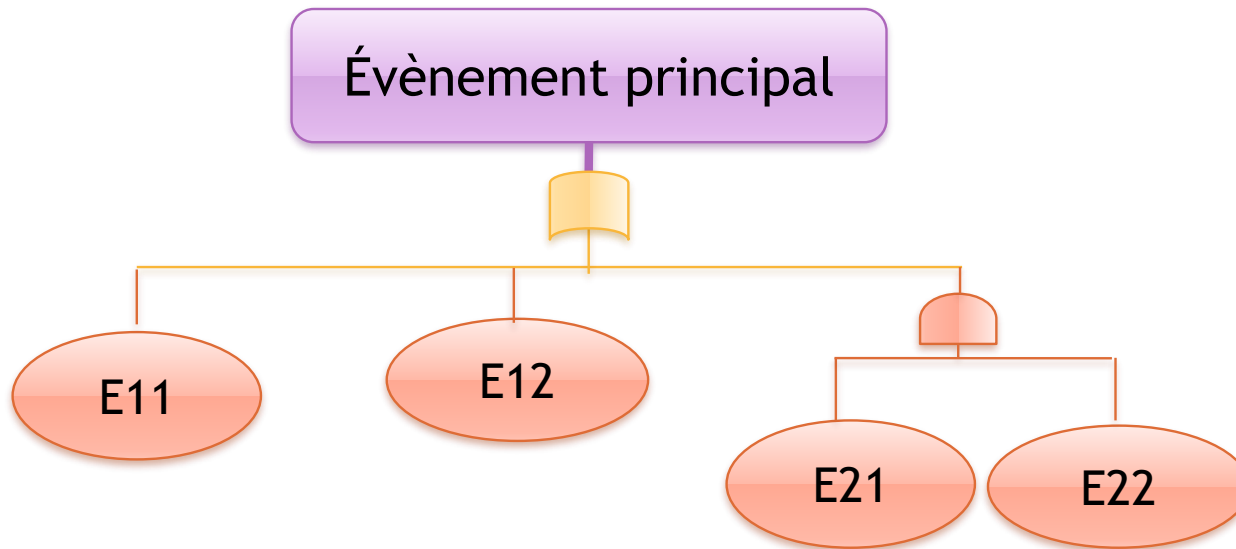
- Deux coupes minimales **d'ordre 1** : E11 et E12
- Une coupe minimale **d'ordre 2** : (E21 · E22)

# EXPLOITATION DE L'ARBRE

## 1) COUPES MINIMALES & RÉDUCTION DE L'ARBRE

### Exemple

L'arbre réduit



# EXPLOITATION DE L'ARBRE

## 2) ANALYSE QUANTITATIVE ( CALCUL DE PROBABILITÉ)

### Rappel : Propriétés de l'algèbre de Boole

Nom de la propriété	Relation logique	
	Multiplication	Addition
L'élément neutre	$A \cdot 1 = A$	$A + 0 = A$
L'élément absorbant	$A \cdot 0 = 0$	$A + 1 = 1$
La complémentarité	$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$
L' idempotence	$A \cdot A = A$	$A + A = A$
Le théorème de Morgan	$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

# EXPLOITATION DE L'ARBRE

## 2) ANALYSE QUANTITATIVE ( CALCUL DE PROBABILITÉ)

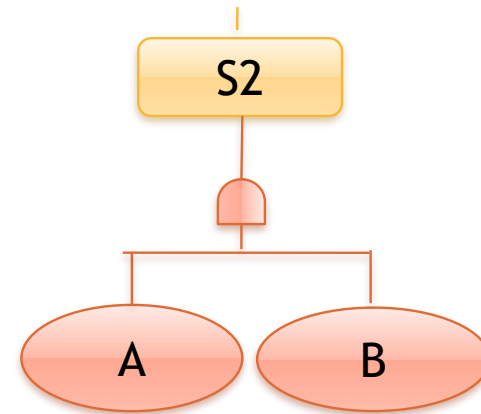
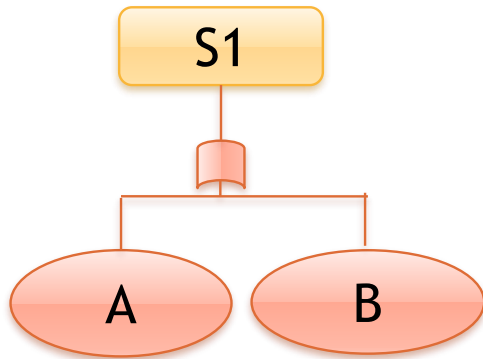
### Rappel : Propriétés de l'algèbre de Boole

Nom de la propriété	Relation logique
Distributivité ET	$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
Distributivité OU	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$
Théorème d'absorption	$A + (A \cdot X) = A$
Théorème d'absorption	$A \cdot (A + X) = A$
L'involution	$\overline{\overline{A}} = A$

# EXPLOITATION DE L'ARBRE

## 2) ANALYSE QUANTITATIVE ( CALCUL DE PROBABILITÉ)

### Calcul de probabilité



$$P(S1) = P(A+B)$$

$$= P(A)+P(B)-P(A.B)$$

$$\approx P(A)+P(B) \quad \text{si } P(A.B) \text{ est très très petite}$$

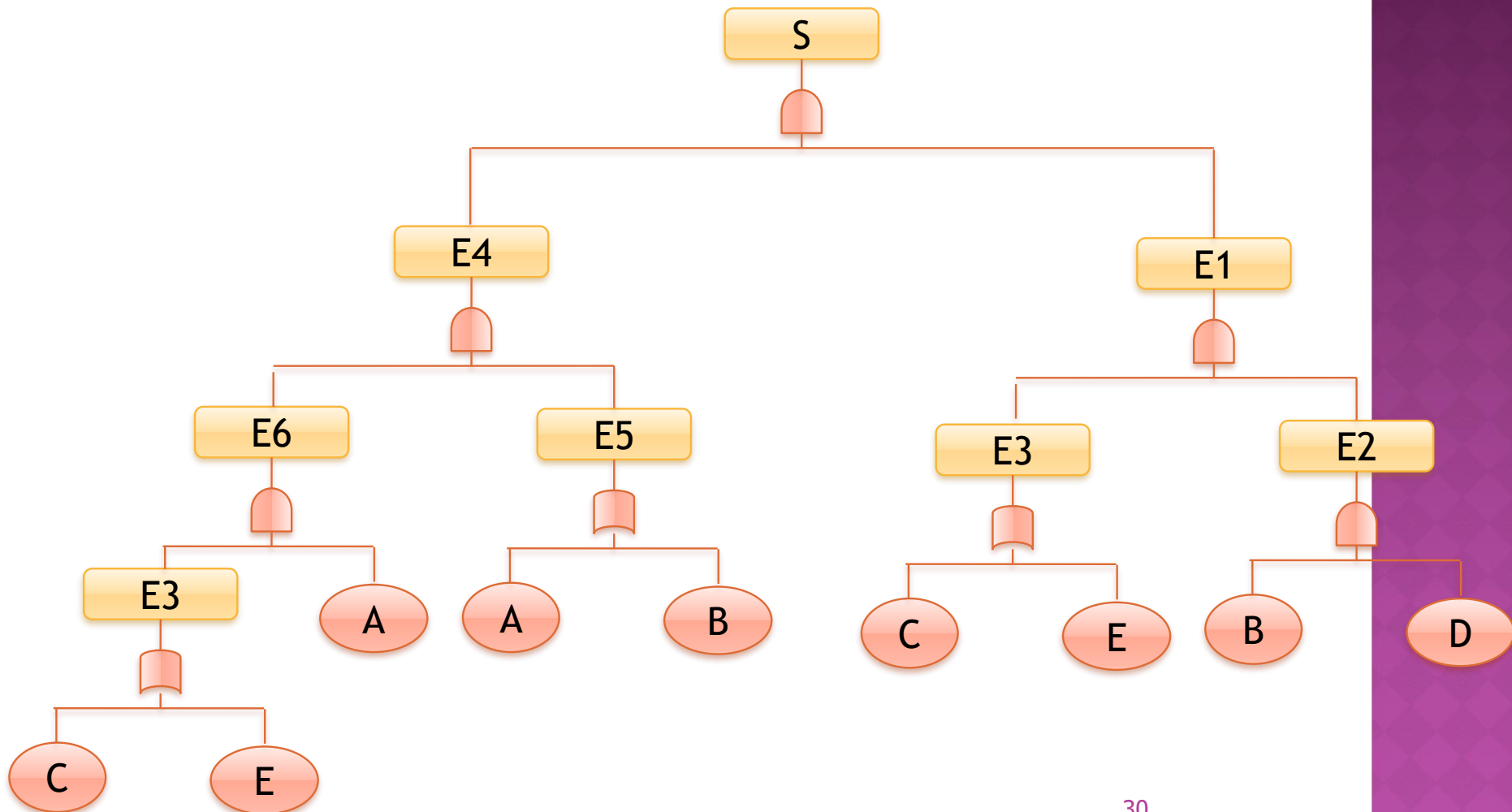
*Méthode de Poincaré*

$$P(S2) = P(A.B)$$

$$= P(A).P(B)$$

# EXEMPLE 02

Trouver les coupes minimales de l'arbre de défaillance suivant puis calculer la probabilité de l'évènement redouté « S » sachant que :  $P(A) = P(B) = P(D) = 0,01$  et  $P(C) = P(E) = 0,000001$



# EXEMPLE 02

## 1. Les coupes minimales

$$S = (E4) \cdot (E1)$$

$$S = (E6 \cdot E5) \cdot (E3 \cdot E2)$$

$$S = [(E3 \cdot A) \cdot (A+B)] \cdot [(C+E) \cdot (B \cdot D)]$$

$$S = [(C+E) \cdot A] \cdot [(C+E) \cdot (B \cdot D)]$$

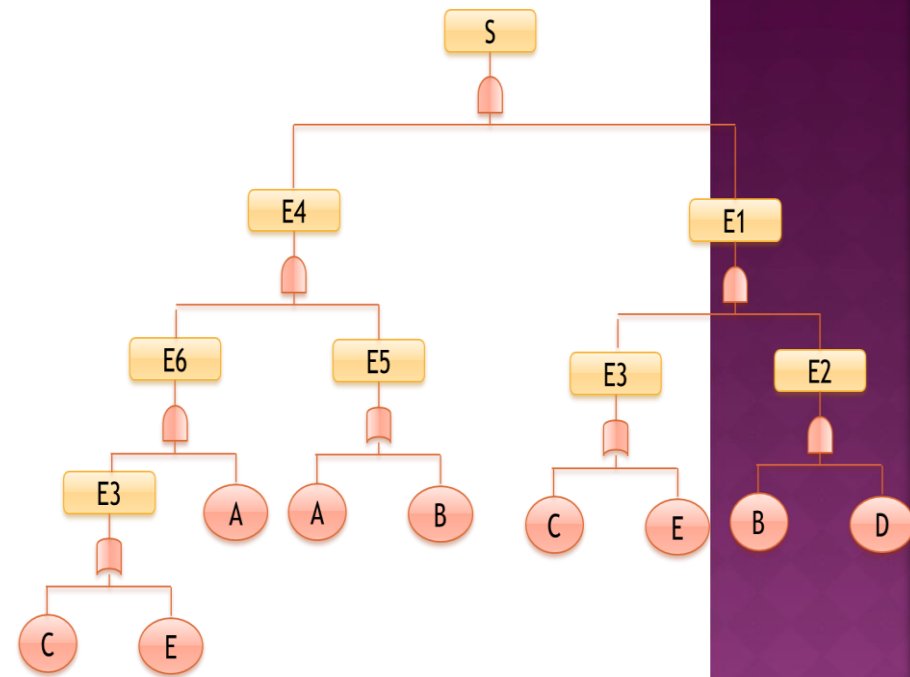
$$S = (C+E) \cdot A \cdot (C+E) \cdot B \cdot D$$

$$S = (C+E) \cdot A \cdot B \cdot D$$

$$S = A \cdot B \cdot D \cdot C + A \cdot B \cdot D \cdot E$$

Alors:

- Deux coupes minimales **d'ordre 4** :  $(A \cdot B \cdot D \cdot C)$  et  $(A \cdot B \cdot D \cdot E)$



# EXEMPLE 02

## 2. La probabilité

$$S = A.B.D.C + A.B.D.E$$

$$\rightarrow P(S) = P[(A.B.D.C) + (A.B.D.E)]$$

$$\rightarrow P(S) = P(A.B.D.C) + P(A.B.D.E) - \overset{0}{\approx} P(A.B.D.C) \times P(A.B.D.E)$$

$$\rightarrow P(S) \approx [P(A) \times P(B) \times P(D) \times P(C)] + [P(A) \times P(B) \times P(D) \times P(E)]$$

$$\rightarrow P(S) \approx 2 \times [P(A) \times P(B) \times P(D) \times P(C)]$$

$$\underline{P(C) = P(E) = 0,000001}$$

$$\rightarrow P(S) \approx 2 \times [P(A)]^3 \times P(C)$$

$$\underline{P(A) = P(B) = P(D) = 0,01}$$

$$\rightarrow P(S) \approx 2 \times 0,01^3 \times 0,000001$$

$$\rightarrow P(S) \approx 2 \times 10^{-4}$$